

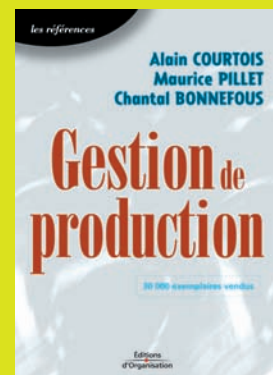
Maurice  
■ PILLET

# Six Sigma

Comment l'appliquer

Éditions  
d'Organisation

Par l'auteur  
du best-seller



# **Six Sigma**

***Comment l'appliquer***

Éditions d'Organisation  
1, rue Thénard  
75240 Paris Cedex 05

Consultez notre site :  
**[www.editions-organisation.com](http://www.editions-organisation.com)**

Du même auteur

*Appliquer la maîtrise statistique des procédés MSP/SPC*, Maurice Pillet, 2002.

*Les plans d'expérience par la méthode Taguchi*, Maurice Pillet, 1997.

*Qualité en production*, Daniel Duret et Maurice Pillet, 2001.

*Gestion de production*, Alain Courtois, Chantal Martin-Bonnefous,  
Maurice Pillet, 2003.



Le code de la propriété intellectuelle du 1<sup>er</sup> juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée notamment dans l'enseignement provoquant une baisse brutale des achats de livres, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

En application de la loi du 11 mars 1957, il est interdit de reproduire intégralement ou partiellement le présent ouvrage, sur quelque support que ce soit, sans autorisation de l'Éditeur ou du Centre Français d'Exploitation du Droit de copie, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris.

© Éditions d'Organisation, 2004

ISBN : 2-7081-3029-3

**Maurice PILLET**

**CFPIM**

Professeur des Universités  
Université de Savoie (IUT OGP Annecy)  
Ancien élève de l'ENS de Cachan

# **Six Sigma**

## ***Comment l'appliquer***

Deuxième tirage 2005  
mis à jour

**Éditions**  
  
**d'Organisation**



---

# Sommaire

---

## Chapitre 1

### Six Sigma, un outil de la performance

|  |    |
|--|----|
| 1. Six Sigma ? .....   | 1  |
| 1.1 L'objectif de Six Sigma .....  | 1  |
| 1.2 Six Sigma : une stratégie de percée .....                            | 6  |
| 1.3 Six Sigma et l'amélioration continue .....                           | 7  |
| 1.4 Six Sigma : évolution ou révolution ? .....                          | 8  |
| 2. Six Sigma dans un environnement qualité .....                         | 9  |
| 2.1 Six Sigma dans un contexte ISO 9000 ou EFQM .....                    | 9  |
| 2.2 Six Sigma et la variabilité .....                                    | 10 |
| 3. Six Sigma dans un environnement <i>Lean Management</i> .....          | 11 |
| 4. Intégrer Six Sigma dans une démarche de performance industrielle .... | 14 |

## Chapitre 2

### Les concepts de Six Sigma

|  |    |
|--|----|
| 1. Une philosophie de la qualité tournée vers la satisfaction du client .... | 18 |
| 2. Réduire la variabilité .....  | 19 |
| 3. Mesurer le niveau de qualité .....  | 22 |
| 3.1 La notion d'opportunité de défaut .....                                  | 22 |
| 3.2 L'origine des 3,4 ppm .....  | 23 |

|   |    |
|---|----|
| 4. Six Sigma : une méthode de maîtrise de la variabilité DMAICS ..... | 25 |
| 4.1 La démarche DMAICS .....  | 25 |
| 4.2 Étape 1 – « Définir » .....                                       | 28 |
| 4.2.1 But de l'étape .....  | 28 |
| 4.2.2 La conduite de l'étape .....                                    | 28 |
| 4.2.3 Revue R0 – Identifier .....                                     | 33 |
| 4.3 Étape 2 – « Mesurer » .....                                       | 34 |
| 4.3.1 But de l'étape .....  | 34 |
| 4.3.2 La conduite de l'étape .....                                    | 35 |
| 4.3.3 Revue R1 – Mesurer .....  | 40 |
| 4.4 Étape 3 – « Analyser » .....                                      | 41 |
| 4.4.1 But de l'étape .....  | 41 |
| 4.4.2 La conduite de l'étape .....                                    | 42 |
| 4.4.3 Revue R2 – Analyser .....                                       | 47 |
| 4.5 Étape 4 – « Innover/améliorer » .....                             | 48 |
| 4.5.1 But de l'étape .....  | 48 |
| 4.5.2 La conduite de l'étape .....                                    | 48 |
| 4.5.3 Revue R3 – Innover/Améliorer .....                              | 51 |
| 4.6 Étape 5 – « Contrôler » .....                                     | 51 |
| 4.6.1 But de l'étape .....  | 51 |
| 4.6.2 La conduite de l'étape .....                                    | 52 |
| 4.6.3 Revue R4 – Contrôler .....                                      | 57 |
| 4.7 Étape 6 – « Standardiser/Pérenniser » .....                       | 58 |
| 4.7.1 But de l'étape .....  | 58 |
| 4.7.2 La conduite du projet .....                                     | 58 |
| 4.7.3 Revue R5 – Standardiser/Pérenniser .....                        | 61 |
| 5. Six Sigma : une organisation des compétences .....                 | 62 |
| 5.1 Les différents niveaux de pilotage .....                          | 63 |
| 5.2 Les différents rôles .....  | 64 |
| 5.3 La formation des intervenants .....                               | 67 |
| 6. Six Sigma un management par projet .....                           | 69 |
| 6.1 Le management par projets .....                                   | 69 |
| 6.2 Six Sigma et le management par projets .....                      | 71 |

## Chapitre 3

### Étape 1 – Définir

|   |    |
|---|----|
| 1. Identifier les CTQ .....                               | 74 |
| 1.1 Écouter la voix du client .....                       | 74 |
| 1.2 Le diagramme CTQ ( <i>Critical To Quality</i> ) ..... | 76 |

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| 1.3 | Classification de Kano .....                              | 78  |
| 1.4 | Diagramme « Exigences/Performances » .....                | 80  |
| 1.5 | La matrice <i>QFD – Quality Function Deployment</i> ..... | 82  |
| 2.  | Cartographier le processus .....                          | 85  |
| 2.1 | Boîte noire .....   | 86  |
| 2.2 | Diagramme SIPOC .....                                     | 87  |
| 2.3 | Logigrammes .....   | 88  |
| 2.4 | Cartographie <i>Lean Six Sigma</i> .....                  | 89  |
| 2.5 | Différents niveaux de cartographie .....                  | 91  |
| 3.  | Définir les limites du projet .....                       | 91  |
| 3.1 | Diagramme des « 5 pourquoi ? » .....                      | 92  |
| 3.2 | Diagramme « Est/N'est pas » .....                         | 95  |
| 3.3 | Diagramme « Dedans/Dehors » .....                         | 97  |
| 4.  | Définir les gains et les coûts .....                      | 98  |
| 4.1 | Définir les coûts prévisionnels .....                     | 98  |
| 4.2 | Définir les gains prévisionnels .....                     | 99  |
| 5.  | La charte du projet .....                                 | 100 |

## Chapitre 4

### Étape 2 – Mesurer

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| 1.    | Introduction .....  | 103 |
| 2.    | Trouver un moyen de mesure des CTQ .....                        | 105 |
| 2.1   | Quantifier .....  | 105 |
| 2.2   | Vérifier le R&R .....   | 107 |
| 2.3   | Définitions .....   | 108 |
| 2.4   | Gestion des moyens de mesure .....                              | 109 |
| 2.5   | Conduire une étude R&R – Cas des grandeurs mesurables .....     | 112 |
| 2.6   | Conduire une étude R&R – Cas des grandeurs non mesurables ..... | 119 |
| 3.    | Mesurer le processus .....                                      | 123 |
| 3.1   | Analyse des 5M du processus .....                               | 123 |
| 3.2   | Figurer les éléments non maîtrisés .....                        | 124 |
| 3.3   | Établir la matrice d'impact .....                               | 126 |
| 3.4   | Mettre en œuvre une campagne de relevés .....                   | 127 |
| 4.    | Estimer le z du processus .....                                 | 129 |
| 4.1   | Cas des défauts mesurables .....                                | 129 |
| 4.1.1 | <i>Représentation graphique des Y</i> .....                     | 130 |
| 4.1.2 | <i>Calcul des paramètres de position et de dispersion</i> ..... | 132 |



|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 4.1.3 | <i>Dispersion court terme et dispersion long terme</i>               | 133 |
| 4.1.4 | <i>Détermination du z à partir d'un échantillon</i>                  | 135 |
| 4.2   | Cas des critères mesurables qui ne suivent pas une loi normale       | 138 |
| 4.2.1 | <i>Utilisation de lois de distribution différentes</i>               | 138 |
| 4.2.2 | <i>Transformation mathématique des valeurs</i>                       | 141 |
| 4.3   | Cas des critères non mesurables                                      | 142 |
| 4.3.1 | <i>DPU et DPO</i>  | 142 |
| 4.3.2 | <i>Défaut par Unité</i>  | 143 |
| 4.3.3 | <i>Défaut par opportunité</i>  | 144 |
| 4.3.4 | <i>Calcul du z dans le cas d'un rendement de sortie d'un process</i> | 145 |
| 5.    | Identifier la chute des capabilités                                  | 147 |
| 5.1   | Capabilité et performance  | 148 |
| 5.1.1 | <i>Capabilité Cp, Cpk, Cpm</i>                                       | 148 |
| 5.1.2 | <i>Performance Pp, Ppk, Ppm</i>                                      | 151 |
| 5.2   | Calcul du sigma court terme et long terme                            | 151 |
| 5.2.1 | <i>Estimation du sigma long terme</i>                                | 151 |
| 5.2.2 | <i>Estimation du sigma court terme</i>                               | 152 |
| 5.3   | La chute des capabilités   | 157 |

## Chapitre 5

### Étape 3 – Analyser

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| 1.    | Introduction  | 163 |
| 2.    | Représentation graphique de données   | 166 |
| 2.1   | La boîte à moustache  | 166 |
| 2.2   | Le diagramme multi-vari   | 168 |
| 2.3   | Diagramme des effets et diagramme des interactions  | 172 |
| 3.    | Statistique descriptive   | 174 |
| 3.1   | Paramètres de position  | 176 |
| 3.2   | Paramètres d'échelle  | 179 |
| 3.3   | Identification de la forme de la distribution   | 182 |
| 3.4   | Identification de valeurs aberrantes  | 184 |
| 4.    | Statistique inférentielle – Tests de comparaison  | 185 |
| 4.1   | Les tests de comparaison  | 186 |
| 4.1.1 | <i>Différents tests</i>   | 186 |
| 4.1.2 | <i>Notion de risque alpha (<math>\alpha</math>) et de risque bêta (<math>\beta</math>)</i>                        | 190 |
| 4.1.3 | <i>Détermination du risque <math>\alpha</math> et <math>\beta</math> (cas du test <math>z_{théorique}</math>)</i> | 191 |
| 4.1.4 | <i>Incidence de la taille des échantillons</i>  | 192 |
| 4.1.5 | <i>Les différents tests</i>   | 195 |

|   |     |
|---|-----|
| 5. L'analyse de la variance .....                                   | 218 |
| 5.1 Introduction .....  | 218 |
| 5.2 Analyse de la variance sur un facteur .....                     | 219 |
| 5.2.1 Principe .....  | 219 |
| 5.2.2 Décomposition de la variance .....                            | 220 |
| 5.2.3 Tableau d'analyse de la variance .....                        | 224 |
| 5.3 Généralisation de l'ANAVAR .....                                | 225 |
| 5.3.1 Tableau d'analyse de la variance .....                        | 225 |
| 5.3.2 Application sur un exemple .....                              | 227 |
| 6. L'étude des corrélations .....                                   | 230 |
| 6.1 Notion de corrélation .....                                     | 230 |
| 6.2 Méthode de la médiane .....                                     | 232 |
| 6.3 Méthode de la régression linéaire .....                         | 233 |
| 6.3.1 Identification des coefficients .....                         | 234 |
| 6.3.2 Test de Student sur les coefficients .....                    | 236 |
| 6.3.3 Détermination du coefficient $R^2$ .....                      | 238 |
| 6.4 Méthode de la régression linéaire multiple .....                | 240 |
| 6.4.1 Les limites de la régression simple .....                     | 240 |
| 6.4.2 Corrélation sur plusieurs facteurs .....                      | 243 |
| 6.4.3 Prise en compte des interactions et effets quadratiques ..... | 247 |
| 6.4.4 Procédure StepWise (« pas à pas ») .....                      | 248 |
| 6.4.5 Analyse des résidus .....                                     | 249 |
| 7. Les tests de Shainin .....                                       | 250 |
| 7.1. Le test d'inversion .....                                      | 251 |
| 7.2 Le test de comparaison par paires .....                         | 256 |

## Chapitre 6

### Étape 4 – Innover/améliorer

|   |     |
|---|-----|
| 1. Introduction .....                               | 259 |
| 2. Générer des solutions .....                      | 260 |
| 2.1 Le déballage d'idées .....                      | 260 |
| 2.2 Le vote pondéré .....                           | 261 |
| 3. Les démarches expérimentales .....               | 263 |
| 3.1 L'importance de la démarche expérimentale ..... | 263 |
| 3.2 Étude d'un facteur à la fois .....              | 265 |
| 3.3 Étude de plusieurs facteurs à la fois .....     | 265 |
| 4. Les plans d'expériences à 2 niveaux .....        | 268 |
| 4.1 Deux facteurs à 2 niveaux – plan complet .....  | 268 |

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| 4.2   | Trois facteurs à 2 niveaux – plan complet .....                                     | 277 |
| 4.3   | Trois facteurs à 2 niveaux – plan fractionnaire .....                               | 281 |
| 4.4   | Construction d'un plan fractionnaire à 2 niveaux .....                              | 287 |
| 4.4.1 | <i>Notion de résolution des plans d'expériences</i> .....                           | 287 |
| 4.5   | Construction de plans fractionnaires à partir de la table L8 .....                  | 290 |
| 4.5.1 | <i>Présentation de la table</i> .....   | 290 |
| 4.5.2 | <i>Construction d'un plan de résolution III avec la table L8</i> .....              | 293 |
| 4.5.3 | <i>Limite de la table L8</i> .....  | 296 |
| 4.6   | Construction de plans fractionnaires à partir de la table L16 .....                 | 296 |
| 4.7   | Construire des plans gigognes à partir des graphes de Taguchi .....                 | 297 |
| 4.8   | Lever les ambiguïtés dans un plan de résolution IV .....                            | 300 |
| 4.9   | Les plans de criblage à 2 niveaux .....   | 302 |
| 5.    | Les plans pour surface de réponse .....   | 305 |
| 5.1   | Les plans complets .....  | 306 |
| 5.2   | Les plans composites centrés .....  | 309 |
| 5.2.1 | <i>Plan composite centré à 2 facteurs</i> .....                                     | 309 |
| 5.2.2 | <i>Les plans composites centrés à 3 facteurs</i> .....                              | 312 |
| 5.2.3 | <i>Les plans composites centrés</i> .....   | 313 |
| 5.3   | Les plans de Box Benhken .....  | 314 |
| 5.3.1 | <i>Plan de Box Benhken pour 3 facteurs</i> .....                                    | 315 |
| 5.3.2 | <i>Plan de Box Benhken pour 4 facteurs</i> .....                                    | 316 |
| 5.3.3 | <i>Plan de Box Benhken pour 5 facteurs</i> .....                                    | 317 |
| 5.3.4 | <i>Comparaison entre les plans composites<br/>et les plans de Box Benhken</i> ..... | 317 |
| 6.    | Analyser les risques – L'AMDEC .....  | 318 |

## Chapitre 7

### Étape 5 – Contrôler

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 1.    | Introduction .....   | 323 |
| 2.    | Valider les spécifications .....                           | 324 |
| 2.1   | Détermination des tolérances par corrélation .....         | 324 |
| 2.1.1 | <i>Utilisation du parallélogramme des tolérances</i> ..... | 324 |
| 2.1.2 | <i>Méthode statistique</i> .....                           | 327 |
| 2.1.3 | <i>Cas d'une tolérance unilatérale</i> .....               | 328 |
| 2.2   | Exemple en corrélation multiple .....                      | 330 |
| 3.    | Formaliser les modes opératoires .....                     | 332 |
| 3.1   | Espace de la défaillance .....                             | 332 |
| 3.2   | Formaliser les modes opératoires .....                     | 335 |

|  |     |
|--|-----|
| 4. Processus « sous contrôle » .....   | 337 |
| 4.1 Les causes communes et les causes spéciales .....                                    | 337 |
| 4.2 Le principe d'une carte de contrôle .....  | 339 |
| 5. Cartes de contrôle pour caractéristiques continues .....                              | 341 |
| 5.1 Carte aux valeurs individuelles/étendues glissantes .....                            | 341 |
| 5.2 Interprétation des cartes de contrôle .....  | 343 |
| 5.3 Carte de contrôle moyennes/étendues .....  | 344 |
| 5.4 Efficacité des cartes de contrôle en fonction de la taille<br>de l'échantillon ..... | 347 |
| 5.5 Carte de contrôle moyennes et écarts types .....                                     | 350 |
| 5.6 Carte de contrôle aux médianes et étendues .....                                     | 352 |
| 5.7 Carte de precontrol .....  | 354 |
| 5.8 Carte EWMA ( <i>Exponentially Weighted Moving Average</i> ) .....                    | 357 |
| 6. Cartes de contrôle pour caractéristiques non mesurables .....                         | 361 |
| 6.1 Principes .....  | 361 |
| 6.2 Les différentes cartes .....   | 362 |
| 6.3 Le calcul des limites .....  | 364 |
| 6.3.1 Carte np – Nombre d'unités non conformes .....                                     | 364 |
| 6.3.2 Carte p – Proportion d'unités non conformes .....                                  | 364 |
| 6.3.3 Carte c – Nombre de non-conformités .....  | 365 |
| 6.3.4 Carte u – Proportion de non-conformités .....                                      | 365 |
| 6.4 Exemple de carte de contrôle p .....   | 366 |
| 6.5 Suivi des défauts rares .....  | 369 |

## Chapitre 8

### Étape 6 – Standardiser/pérenniser

|  |     |
|--|-----|
| 1. Introduction .....  | 373 |
| 2. Pérenniser la solution .....                                  | 374 |
| 2.1 Les difficultés .....  | 374 |
| 2.2 Les causes de ces difficultés .....                          | 375 |
| 2.3 Les principes de base de la pérennisation d'une action ..... | 376 |
| 2.4 L'épreuve du feu .....                                       | 381 |
| 2.5 Le changement vers la pérennisation .....                    | 381 |
| 3. L'audit de pérennité .....                                    | 382 |
| 3.1 Objectif de l'audit .....                                    | 382 |
| 3.2 Grille d'audit .....   | 383 |

|  |     |
|--|-----|
| 4. Les actions de pérennisation .....  | 385 |
| 4.1 Simplifier les procédures et les processus .....   | 385 |
| 4.2 Rendre robuste le point de fonctionnement .....  | 387 |
| 4.3 Identifier et dupliquer les bonnes pratiques .....   | 388 |
| 4.4 Finaliser la documentation du poste .....  | 390 |
| 4.5 Intégrer les processus et méthodes standards<br>dans le développement de nouveaux produits ..... | 391 |
| 5. Mettre en place le cliquet anti-retour .....  | 392 |
| 6. Communiquer .....   | 393 |
| 6.1 Préparer un bilan du projet .....  | 393 |
| 6.2 Présenter le bilan .....   | 394 |

## Chapitre 9

### Le management Six Sigma

|   |     |
|---|-----|
| 1. Introduction .....   | 397 |
| 1.1 Le partage des valeurs de Six Sigma .....                     | 398 |
| 1.2 Le management Six Sigma .....                                 | 399 |
| 1.3 Variabilité et Six Sigma, le paradoxe .....                   | 402 |
| 2. Les différents acteurs de Six Sigma .....                      | 402 |
| 2.1 Le comité de pilotage .....                                   | 402 |
| 2.2 Les Champions .....   | 403 |
| 2.3 Les <i>Masters Black Belts (MBB)</i> .....                    | 403 |
| 2.4 Le groupe Six Sigma .....                                     | 404 |
| 2.4.1 Définition du groupe Six Sigma .....                        | 404 |
| 2.4.2 La place du Black Belt dans le groupe .....                 | 405 |
| 2.4.3 Conditions de bon fonctionnement du groupe de travail ..... | 406 |
| 2.4.4 Les différents éléments d'un groupe de travail .....        | 407 |
| 2.5 Les compétences du <i>Black Belt (BB)</i> .....               | 410 |
| 3. La formation .....   | 411 |
| 3.1 Les formations Six Sigma .....                                | 411 |
| 3.2 L'approche pratique .....                                     | 413 |
| 3.3 L'importance du coaching .....                                | 416 |
| 4. Les outils du management d'un projet Six Sigma .....           | 417 |
| 4.1 La charte du projet .....                                     | 417 |
| 4.2 Le diagramme de Gantt .....                                   | 417 |
| 4.3 Le diagramme PERT .....                                       | 418 |
| 4.4 Le diagramme en flèche .....                                  | 419 |

|   |     |
|---|-----|
| 4.5 L'analyse budgétaire .....                              | 420 |
| 4.5.1 Étude analytique .....                                | 420 |
| 4.5.2 Étude analogique .....                                | 421 |
| 5. Les clés du succès d'un projet Six Sigma .....           | 422 |
| 5.1 Le management d'un programme Six Sigma .....            | 422 |
| 5.1.1 Le plan d'action et de déploiement .....              | 422 |
| 5.1.2 La communication sur le programme Six Sigma .....     | 423 |
| 5.1.3 Participation active des cadres supérieurs .....      | 423 |
| 5.1.4 Mise en place d'un système de suivi des projets ..... | 423 |
| 5.1.5 La formation .....                                    | 424 |
| 5.1.6 La reconnaissance .....                               | 424 |
| 5.2 La conduite des projets Six Sigma .....                 | 425 |
| 5.2.1 Le choix des projets .....                            | 425 |
| 5.2.2 Les revues de projet .....                            | 427 |
| 5.3 Les acteurs d'un projet Six Sigma .....                 | 427 |
| 5.3.1 Le choix des Black Belts .....                        | 427 |
| 5.3.2 Le temps consacré au projet .....                     | 427 |
| 5.3.3 Disposer d'un support technique et scientifique ..... | 428 |

## Chapitre 10

### Tables

|  |     |
|--|-----|
| T1 Tableau des ppm en fonction du z du processus .....     | 430 |
| T2 Table de la loi normale .....                           | 431 |
| T3 Table de Student .....                                  | 433 |
| T4 Table de Snedecor pour $p = 0,95$ .....                 | 435 |
| T5 Table de la loi du $\chi^2$ .....                       | 436 |
| T6 Test de Hartley – Valeurs limites de r .....            | 438 |
| T7 Taille des échantillons .....                           | 440 |
| T8 Taille des échantillons pour le test t .....            | 441 |
| T9 Taille des échantillons pour le test z .....            | 441 |
| T10 Taille des échantillons pour le test F .....           | 442 |
| T11 Tableau des coefficients .....                         | 443 |
| T12 – Principales tables de Taguchi .....                  | 445 |
| <i>Rappel des symboles utilisés :</i> .....                | 446 |
| Table $L_4 (2^3)$ .....                                    | 446 |
| Table $L_8 (2^7)$ .....                                    | 447 |
| <i>Triangle des interactions entre deux colonnes</i> ..... | 447 |
| <i>Graphe des effets</i> .....                             | 448 |

|  |     |
|--|-----|
| Table L <sub>9</sub> (3 <sup>4</sup> ) .....   | 448 |
| Table L <sub>12</sub> (2 <sup>11</sup> ) ..... | 449 |
| Table L <sub>16</sub> (2 <sup>15</sup> ) ..... | 450 |
| T13 Plans composites centrés .....             | 453 |

## Chapitre 11

### Fiches résumés

|   |     |
|---|-----|
| Étape 1 – DÉFINIR : mémo des actions principales à réaliser ..... | 456 |
| Étape 2 – MESURER : mémo des actions à réaliser .....             | 459 |
| Étape 3 – ANALYSER : mémo des actions à réaliser .....            | 462 |
| Étape 4 – INNOVER : mémo des actions à réaliser .....             | 464 |
| Étape 5 – CONTRÔLER : mémo des actions à réaliser .....           | 467 |
| Étape 6 – STANDARDISER : mémo des actions à réaliser .....        | 470 |

|                                    |     |
|------------------------------------|-----|
| <b>Sites internet utiles</b> ..... | 473 |
|------------------------------------|-----|

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| <b>Bibliographie</b> ..... | 475 |
|----------------------------|-----|

|                    |     |
|--------------------|-----|
| <b>Index</b> ..... | 481 |
|--------------------|-----|

# Chapitre 1

---

## Six Sigma, un outil de la performance

---

### 1. Six Sigma ?

#### 1.1 L'objectif de Six Sigma

Six Sigma a été initié aux États-Unis dans les années 1980 chez Motorola. Cette démarche a tout d'abord consisté en l'application des concepts de la Maîtrise statistique de processus (MSP/SPC) et s'est ensuite largement étoffée en intégrant tous les aspects de la maîtrise de la variabilité. Au fur et à mesure de sa diffusion dans les autres entreprises (notamment General Electric), Six Sigma s'est également structuré en associant davantage à sa démarche les éléments managériaux et stratégiques. C'est aujourd'hui une approche globale de l'amélioration de la satisfaction des clients, ce qui n'est pas tout à fait la même chose que l'amélioration de la qualité. Se fondant sur cette meilleure



satisfaction du client, la méthodologie Six Sigma est source d'accroissement de la rentabilité pour l'entreprise en cumulant les effets suivants :

- une diminution des rebuts, retouches, et plus généralement des coûts de non-qualité ;
- une amélioration de la disponibilité des machines et du taux de rendement synthétique (TRS) ;
- de meilleures parts de marché consécutives à l'amélioration de la qualité des produits.

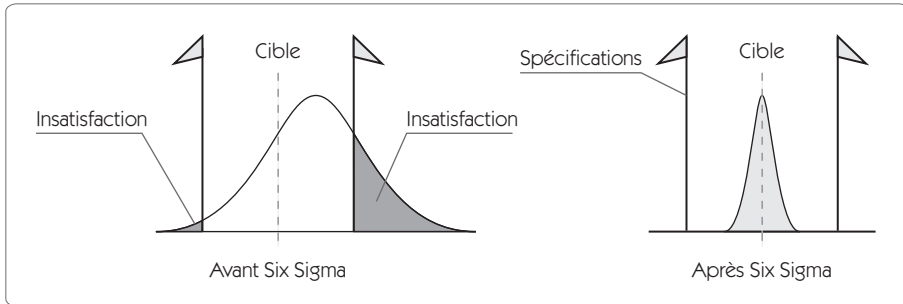
Il est aujourd'hui difficile pour une entreprise, qu'elle soit industrielle ou de service, d'ignorer Six Sigma. Il est possible de choisir – en connaissance de cause – de ne pas l'appliquer dans son entreprise, mais on doit connaître les fondements de cette démarche.

Un des principes de base de Six Sigma est la réduction de la variabilité. En effet, l'insatisfaction d'un client résulte toujours d'un écart entre une situation attendue et une situation réelle. Cet écart provient en grande partie de la variabilité des processus, qui trouve son origine, notamment, dans :

- les variabilités sur les matériaux ;
- les variabilités dans les procédures ;
- les variabilités sur les conditions dans lesquelles évolue le processus...

Ces variabilités font partie de la nature même du vivant. Ce sont elles qui donnent cette formidable diversité qui nous entoure. Dans le travail d'un artiste, on recherchera cette folle variabilité qui fonde l'unicité de l'œuvre. Mais d'un point de vue industriel, on doit lutter contre ces incidences et cela nécessite un effort considérable et structuré. L'objectif de Six Sigma n'est autre que de concentrer les caractéristiques du produit vendu autour de la cible attendue par le client (figure 1.1).

Figure 1.1 – Six Sigma et la réduction de la variabilité



Cette approche globale se décline de plusieurs façons. Six Sigma, c'est :

- une certaine philosophie de la qualité tournée vers la satisfaction totale du client ;
- un indicateur de performance permettant de savoir où se situe l'entreprise en matière de qualité ;
- une méthode de résolution de problèmes en quatre à huit étapes selon les auteurs<sup>1</sup> dont l'objectif est de : (*Recognize*) (Définir), Mesurer, Analyser, Innover/Améliorer, Contrôler, (Standardiser) (Intégrer), approche qui permet de réduire la variabilité et d'atteindre la cible sur les produits ou dans les services ;
- une organisation des compétences et des responsabilités des hommes de l'entreprise ;
- un mode de management par la qualité qui s'appuie fortement sur une gestion par projet.

Pour comprendre Six Sigma, on doit bien cerner ces différents aspects. En effet, l'application de Six Sigma peut prendre différentes dimensions, de la simple démarche de résolution de problèmes à une véritable stratégie pour l'entreprise. La différence entre ces deux applications extrêmes réside dans la démultiplication de la démarche et la structure qui est mise en place pour organiser et piloter les chantiers.

1. Par exemple, la version Six Sigma de Mikel HARRY en 1997 – *The Vision of Six Sigma* – comportait quatre étapes. Le même auteur étend ces quatre étapes en huit dans *Six Sigma The Breakthrough Management Strategy* publié en 2000.

Le premier point que l'on doit avoir à l'esprit dans une démarche Six Sigma est la satisfaction du client. Un projet Six Sigma doit apporter une amélioration significative au client. Pour cela, on doit s'intéresser à ce que souhaite réellement le client, non pas à ce qu'on pense qu'il souhaite. Il faut être capable de déterminer les caractéristiques critiques pour la qualité (CTQ, pour *Critical To Quality*) afin de fixer une cible et une plage de tolérance.

Atteindre un niveau de qualité satisfaisant la demande des clients est bien entendu l'objectif de toutes les entreprises. Mais comment mesure-t-on la façon dont on atteint cet objectif ? Un des principes de Six Sigma est que l'on ne connaît pas grand-chose d'un système si l'on ne sait pas le mesurer. C'est donc une des premières étapes que l'on devra franchir : mesurer le niveau à partir duquel les CTQ (*Critical To Quality*) atteignent leur objectif en mesurant le  $z$  du processus. Ce  $z$ , que nous définirons dans cet ouvrage, nous permettra de mesurer le degré de satisfaction des clients (figure 1.2). Plus le  $z$  est élevé, plus la satisfaction est grande. Une démarche Six Sigma projette d'atteindre un niveau de  $z$  qui dépasse 6, ce qui correspond à moins de 3,4 défauts par million d'opportunités.

On considère généralement qu'une entreprise traditionnelle a un niveau de qualité  $z = 4$ , ce qui correspond à 6 210 défauts par million d'opportunités ! L'amélioration visée par la démarche Six Sigma sera de ramener ce nombre de défauts à moins de 3,4 défauts par million d'opportunités sur les défauts critiques pour le client. On conçoit aisément l'amélioration de l'image de marque qui s'ensuit, et l'accroissement des profits qui en résultera.

**Figure 1.2 – Niveau z de la qualité**

| Niveau de qualité z | Nombre de non-conformité par million d'opportunités |
|---------------------|---|
| 1                   | 697 672   |
| 2                   | 308 770   |
| 3                   | 66 811  |
| 4                   | 6 210   |
| 5                   | 233   |
| 6                   | 3,4   |
| 7                   | 0,019   |

Pour atteindre cet objectif, on utilisera une démarche de résolution de problème bien cadrée. La formalisation d'une démarche structurée à l'intérieur d'une entreprise offre plusieurs avantages :

- elle permet de servir de guide dans l'avancement de la résolution du problème ;
- elle permet de se doter d'un langage commun à tous les acteurs de l'entreprise ;
- elle favorise la démultiplication des actions à un coût de formation réduit.

Cependant, le fait de mieux formaliser une démarche de résolution de problème ne suffit pas à créer une stratégie d'entreprise. Il faut être capable de démultiplier les chantiers pour atteindre l'aspect stratégique. Six Sigma intègre donc tous les aspects de cette démultiplication, au travers :

- du rôle et de la formation des hommes,
- de la formalisation de la démarche,
- de la gestion de projets,
- des objectifs stratégiques qui seront fixés.

L'impact de Six Sigma dépasse la simple amélioration de la qualité des produits de l'entreprise. Son objectif est financier. Six Sigma a pour objectif d'améliorer la performance globale de l'entreprise, par le biais de quatre actions spécifiques :

- l'augmentation de la satisfaction des clients et une plus grande fidélisation par une meilleure qualité ;
- la réduction des dépenses en abaissant fortement le nombre de rebuts, retouches et gaspillages ;
- l'optimisation de l'utilisation des actifs de l'entreprise en augmentant le taux de rendement synthétique (TRS) des moyens de production ;
- l'augmentation du chiffre d'affaires consécutif à la réduction des coûts et à l'amélioration de la qualité.

## 1.2 Six Sigma : une stratégie de percée

Si l'on veut réellement progresser, il faut être ambitieux. On n'entreprend pas une démarche Six Sigma pour gagner quelques euros, mais des dizaines de milliers d'euros. Avant d'entreprendre une action, il faut se poser la question dans les termes suivants : Est-ce que ça vaut le coup (coût) d'y aller ?

Six Sigma n'a pas pour vocation d'être un outil d'amélioration continue. D'autres approches telles que le Kaizen le font déjà très bien. Six Sigma doit permettre d'opérer une véritable *percée*. On peut illustrer cette différence entre progrès permanent et progrès par percée par le triste cas des décès sur les routes. Pendant que dans le sud de l'Europe on se contentait de faire de l'amélioration permanente (amélioration des véhicules, suppression des points noirs...), le nord de l'Europe utilisait des méthodes qui remettaient en cause la place de l'automobile dans la société. Le résultat est flagrant avec un nombre de décès deux fois plus important pour ceux qui se sont limités à faire de l'amélioration continue.

L'introduction de Six Sigma traduit en partie cette évolution avec la volonté de changer de rythme dans l'amélioration de l'entreprise. L'amélioration continue est nécessaire, mais les logiques de l'améliora-

tion continue ne permettent pas d'effectuer une percée ; pour cela, il faut procéder à une remise en cause plus fondamentale, il faut remettre à plat le processus, le produit ou les mentalités.

Cette percée n'implique pas forcément une révolution dans la manière de faire, ce peut aussi bien être la somme de petites actions résultant d'un changement dans la manière d'être. Par exemple, le strict respect des limitations de vitesse sur la route permettrait sans doute de faire une véritable percée en matière de nombre de tués sur les routes. Mais cela nécessite une rééducation complète de la plupart des automobilistes. C'est dans cette rééducation que réside la percée.

### **1.3 Six Sigma et l'amélioration continue**

Attention, la remarque précédente n'est pas une condamnation de l'amélioration continue, mais on doit parvenir à un équilibre entre les actions d'amélioration continue et les actions d'amélioration par percée. La variance globale du système – et donc son inertie – repose sur la somme de très nombreux facteurs de variabilité tout au long du processus. Toutes les petites améliorations apportées semblent souvent insignifiantes au regard des enjeux stratégiques de l'entreprise. Pourtant, l'addition de petites améliorations, mais en nombre très important, contribue à diminuer les facteurs de variabilité du processus et agit finalement de façon considérable sur les coûts et sur les délais.

De plus, ces petites améliorations sont souvent apportées sans qu'il en coûte quoi que ce soit, voire contribuent à la diminution des coûts et des gaspillages.

Le plus à même d'améliorer son poste de travail est souvent l'opérateur lui-même. C'est le principe du Kaizen : mettre en œuvre un processus d'amélioration permanente en utilisant les réflexions et les énergies de tous les personnels. « Lorsqu'on emploie un collaborateur, on emploie une force musculaire mais aussi une force intellectuelle. Si vous vous contentez d'exploiter la force musculaire, quel gâchis ! » Cette réflexion, qui nous a été faite par un responsable de l'entreprise Suzuki au Japon, est révélatrice d'une grande différence dans la façon dont une entreprise performante et une entreprise traditionnelle conçoivent le rôle du personnel opérationnel.

Bien que Six Sigma s'inscrive dans une logique d'amélioration par percée, on ne doit pas opposer cette démarche à celle de l'amélioration continue. On verra notamment que, dans la phase d'analyse, on doit rechercher à limiter les variabilités du processus en agissant sur une somme de petites modifications sans coût mais qui – au final – apportent une grande réduction de variabilité.

## **1.4 Six Sigma : évolution ou révolution ?**

Six Sigma a sans aucun doute provoqué une révolution dans la manière d'aborder la qualité en appréhendant les choses de façon plus économique, en se tournant davantage vers le client. Mais tout cela existait déjà dans un certain nombre d'approches. De même, lorsqu'on détaille les méthodes et les outils utilisés dans une démarche Six Sigma, on ne trouve rien de bien nouveau. Tous ces outils étaient disponibles depuis fort longtemps pour la plupart.

Ce qui est réellement nouveau, c'est la fédération en une approche globale de l'ensemble des courants de pensées novateurs, disséminés jusqu'alors, en matière de qualité, d'outils et de méthodes. Et ce, en prenant en compte tous les aspects du pilotage d'un système : pilotage stratégique, tactique, opérationnel.

Si on peut parler de révolution en matière de Six Sigma, c'est bien dans cet aspect fédérateur qu'il faut le chercher. Comment peut-on utiliser la puissance colossale des outils déjà à notre disposition pour améliorer la performance industrielle ? Comment déployer l'utilisation de ces outils au-delà du cercle restreint des quelques initiés aux méthodes statistiques ? Comment coordonner toutes ces démarches dans une structure industrielle ? Ce sont ces questions qui n'avaient pas été correctement posées qui trouvent désormais une réponse avec Six Sigma.

Mais parler de révolution peut être dangereux. En effet, le mot révolution signifie souvent faire table rase de ce que l'on faisait auparavant. Or, s'il existe bien un danger, c'est celui-là. Six Sigma s'inscrit dans une logique d'évolution en matière de qualité. Nous insisterons sur les complémentarités fortes entre Six Sigma et les autres approches de l'amélioration des performances industrielles, telles que l'ISO 9000, le

Kaizen, l'approche *Lean Management*... Il s'agira pour le manager – et c'est là toute la difficulté – d'exploiter au mieux ces complémentarités en fonction de l'historique de sa société.

## **2. Six Sigma dans un environnement qualité**

### **2.1 Six Sigma dans un contexte ISO 9000 ou EFQM**

Durant la dernière moitié du xx<sup>e</sup> siècle, les hommes ont cherché à mieux formaliser cette notion de « qualité » en s'intéressant à ses deux aspects :

- l'amélioration du résultat, autrement dit en veillant à la qualité du produit ;
- l'amélioration du processus qui conduit au résultat.

Six Sigma s'inscrit parfaitement dans cette dynamique de progrès en matière de qualité, et la façon dont on conçoit aujourd'hui Six Sigma traduit l'héritage de tous les progrès antérieurs. Certains auteurs ont cru pouvoir opposer des démarches telles que la certification ISO 9000 et une approche Six Sigma ; c'est probablement une erreur.

Dans les différentes évolutions de l'ISO 87, 94, 2000, la façon d'aborder la qualité a profondément évolué et la dernière version offre un point de vue extrêmement favorable au développement de Six Sigma. En effet, alors que les versions 87 et 94 étaient tournées vers les principaux dysfonctionnements d'une entreprise, la version 2000 est résolument tournée vers la satisfaction du client au travers d'une organisation en processus.

En mettant en place une certification ISO 9000 version 2000, une entreprise est tenue de se poser les questions suivantes : Que souhaite réellement mon client ? Comment mesure-t-on ce niveau de satisfaction ? Comment notre organisation en place permet d'atteindre ce niveau de satisfaction ?



La mise en place de l'ISO donne une réponse un peu statique à ces questions en décrivant l'organisation des processus en place. Mais elle pose déjà la question plus dynamique qui concerne les démarches qu'entreprend l'industriel pour améliorer la satisfaction des clients. En revanche, l'ISO ne propose pas et n'impose pas une démarche concrète qui permettrait de créer cette dynamique de progrès.

Six Sigma donne le moyen de créer cette dynamique. Il peut représenter le moteur de l'ISO : à savoir, améliorer les processus en partant du besoin du client. Pour ce faire, Six Sigma va s'appuyer sur la décomposition en processus de l'ISO 9000, mais en allant beaucoup plus loin dans la description. On cherchera à mettre en évidence les caractéristiques essentielles dans ce domaine, tant au niveau de la sortie (les *CTQ* – pour *Critical To Quality*) que des entrées (les *X* essentiels).

Six Sigma est une méthode capable de résoudre des problèmes ponctuels afin d'améliorer la satisfaction des clients. Son fondement même est la réduction de la variabilité dans les processus. De ce point de vue, en forçant les entreprises à décrire leur fonctionnement, les démarches qualité fondées sur des référentiels ont le même objectif : réduire la variabilité... dans la méthode. En effet, lorsqu'aucun processus n'est décrit, il y a fort à parier que la façon de le conduire subira des variations dans le temps nuisibles à la satisfaction du client.

En aucun cas, nous n'avons trouvé d'opposition entre ces deux approches qui nous semblent au contraire parfaitement complémentaires. La réduction de la variabilité passe par la description des processus et par le fait d'apporter la preuve que les écarts entre la description et les faits sont faibles. C'est le rôle de l'ISO, c'est aussi le rôle de Six Sigma par une démarche volontaire et dynamique de progrès.

## **2.2 Six Sigma et la variabilité**

La notion de qualité est étroitement liée à celle de variabilité. Certains vont même jusqu'à définir la non-qualité comme une variabilité par rapport à une référence attendue. Or la lutte contre la variabilité est un des concepts de base de Six Sigma. Tout variabilité importante qui affecte la conformité d'un produit ou d'un composant doit alimenter

les deux moteurs du progrès de l'entreprise : l'amélioration continue et l'amélioration par percée. Chaque non-conformité qui apparaît dans le processus est révélatrice d'une faiblesse de ce dernier. Lorsqu'une non-conformité est mise au jour, deux principes doivent s'appliquer.

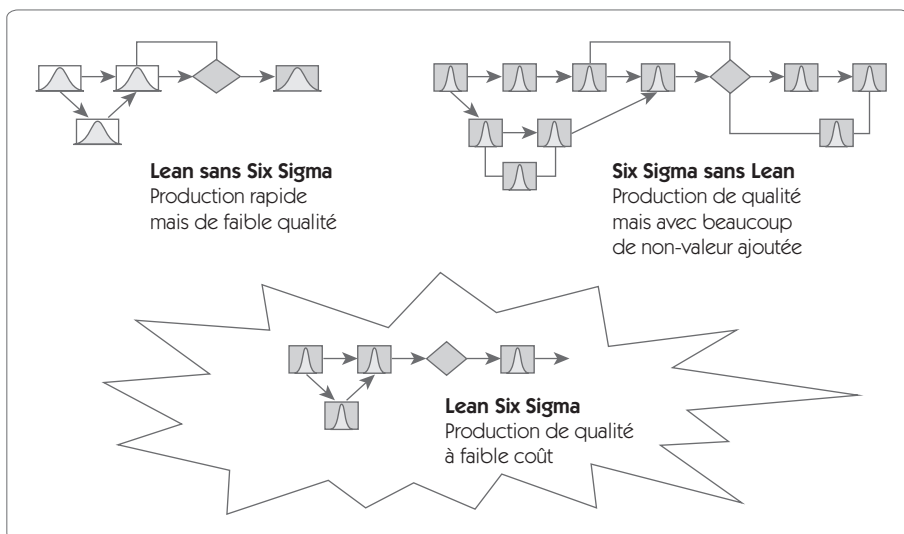
- **Principe de l'iceberg** : l'information contenue dans la non-conformité est révélatrice d'un problème sans doute beaucoup plus grave. La non-conformité visible n'est que la partie visible d'un iceberg. En quoi mon système de production a-t-il failli ? Comment faire pour que ce problème n'arrive plus ? Pour cela, on ne doit pas se contenter de « YAQUA FAUQUON », mais on doit s'assurer de remonter à la source du problème. Lorsqu'une non-conformité apparaît, Ohno, le grand maître japonais de la qualité et de la gestion de production, qui a effectué à partir des années 1950 toute sa carrière chez Toyota Motors Company, préconise de se poser cinq fois la question « Pourquoi ? » afin de bien remonter à la racine du problème. Un défaut doit être paradoxalement le bienvenu car c'est une source de progrès.
- **Principe de la bougie magique** : une non-conformité est comme une bougie magique que l'on met sur les gâteaux d'anniversaire des enfants ; vous avez beau l'éteindre, elle se rallume toujours ! Pour réellement pouvoir l'éteindre, il faut aller plus loin que les actions traditionnelles, il ne suffit pas de souffler dessus. 80 % des défauts traités par les services qualité sont des problèmes récurrents. Il faut une analyse fine de chaque non-conformité. Est-ce du domaine de l'amélioration continue ? de la percée ? En quoi les modifications apportées au processus ou au produit me donnent la garantie que j'ai éteint de manière définitive la bougie ?

### 3. Six Sigma dans un environnement *Lean Management*

Le *Lean Management* a pour objectif d'améliorer la performance industrielle tout en dépensant moins. Le problème est un peu le même que pour un sportif qui cherche à obtenir une performance maximale en réduisant le plus possible l'énergie consommée. Pour illustrer cette

comparaison, prenons le cas d'un débutant en ski de fond qui exécute un « pas de skating ». Maîtrisant mal son équilibre, il va dépenser une énergie considérable qui ne se traduira pas en vitesse d'avancement, et il sera épuisé après quelques kilomètres. Au fur et à mesure de ses progrès dans la justesse de ses gestes, dans son équilibre, dans la lecture de la piste, il va pouvoir concentrer son énergie sur la seule performance utile : sa vitesse d'avancement. Au total, pour la même dépense énergétique, on peut facilement multiplier sa vitesse par un facteur 3 simplement en éliminant les gaspillages énergétiques. Le même problème se pose aux entreprises industrielles : Comment améliorer notre performance sans consommer plus d'énergie ?

**Figure 1.3 – Complémentarité Lean et Six Sigma**



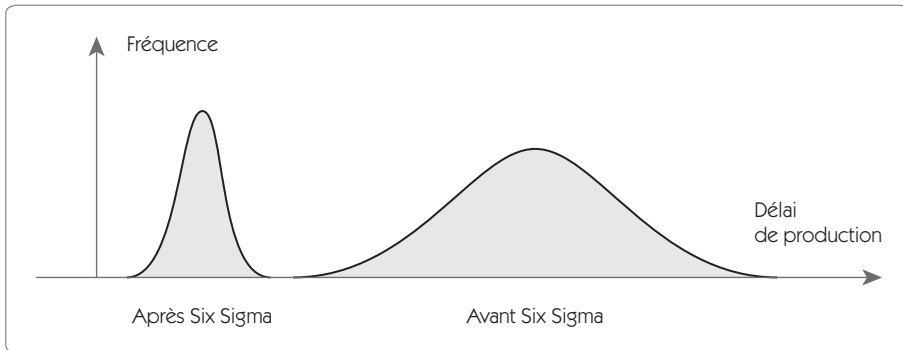
Pour atteindre ce niveau dans une entreprise, on doit s'appuyer sur un certain nombre de points clés :

- la suppression de tous les gaspillages ;
- une production en flux tendus ;
- une gestion de la qualité favorisant l'amélioration continue et l'amélioration par percée ;

- la réduction des cycles de développement des produits ;
- une attitude prospective vis-à-vis de ses clients.

Sur un poste de production, les sept principales sources de gaspillage sont identifiées : on les appelle les *7 Muda* (gaspillage en japonais).

1. **Surproduction** : on continue à produire alors que l'ordre de fabrication est soldé.
2. **Attentes** : l'opérateur passe un pourcentage de temps important à attendre la fin des cycles de la machine. Les temps de cycles ne sont pas équilibrés, les processus ne sont pas en ligne.
3. **Déplacements inutiles** : par exemple lorsqu'une surproduction a été réalisée, on doit emmener le surplus dans le stock puis le ressortir, d'où deux déplacements sans apport de valeur ajoutée.
4. **Opérations inutiles** : tendance de tous les opérateurs à atteindre des niveaux de spécification qui vont au-delà des attentes des clients. Cela est particulièrement vrai pour des défauts visuels. Il en résulte une augmentation des temps de production, du nombre de retouches, de rebuts, et donc des coûts. D'où l'intérêt de parfaitement définir le niveau attendu pour chaque spécification et de se donner les moyens de mesurer correctement ces spécifications.
5. **Stocks excessifs** : outre les aspects coûts, les stocks excessifs conduisent à des gaspillages de temps pour retrouver la référence.
6. **Gestes inutiles** : par une mauvaise conception des postes de travail, on diminue considérablement l'efficacité de ces derniers en imposant des déplacements, des gestes, des transports inutiles.
7. **Défauts** : le processus génère de la non-valeur ajoutée, il faut attendre pour avoir de nouvelles matières premières, les défauts peuvent ne pas être vus alors que l'on passe à l'opération suivante.

**Figure 1.4 – Réduction des cycles de production avec *Lean Six Sigma***

La réduction de tous ces gaspillages doit se traduire par une réduction considérable des cycles de production (figure 1.4). Certaines entreprises ont adopté *Lean Six Sigma* en tant que démarche globale. Cela consiste à adopter le *Lean Management* en le combinant avec la logique et la dynamique de progrès fournies par Six Sigma. L'approche Six Sigma apporte sa méthodologie rigoureuse dans l'approche de l'amélioration des délais de production et de réduction des gaspillages. Elle apporte également la structure managériale qui fait toute sa force. En effet, comme nous avons pu le souligner dans les premières lignes de ce chapitre, Six Sigma n'est pas qu'une méthode : c'est aussi une façon d'organiser l'entreprise afin que l'on puisse être en mesure de réaliser des « percées ».

## 4. Intégrer Six Sigma dans une démarche de performance industrielle

On vient de voir que Six Sigma s'intègre parfaitement dans un environnement qualité, dans un environnement *Lean Production* et même dans un environnement *Supply Chain*. C'est donc véritablement un outil de la performance industrielle !

Aujourd'hui, pour continuer à jouer son rôle, l'entreprise doit être sans cesse en mouvement, s'adapter aux conditions changeantes, améliorer son niveau de qualité. Elle doit s'attaquer aux problèmes majeurs, éteindre des incendies, préparer les produits de demain mais avec des ressources limitées.

Pour tenir ce pari, il faut donc être « *Lean* » dans l'organisation. Il faut améliorer la productivité dans la conduite d'actions de progrès. Comment résoudre rapidement tous ces problèmes qui se posent ? Comment gérer l'ensemble des projets qui sont conduits dans l'entreprise ? Comment coordonner tous ces projets afin qu'ils restent cohérents avec la stratégie de l'entreprise ?

Répondre à toutes ces questions, c'est précisément l'objectif de la mise en place d'un programme Six Sigma.

Mais pour réussir, il est important que les entreprises comprennent à quel point les valeurs et la philosophie de Six Sigma peuvent différer des croyances, valeurs et priorités sur lesquelles on met l'accent avant le déploiement de Six Sigma. Pour implémenter Six Sigma, il faut être ouvert, prêt au changement, avide d'apprendre.

On ne change pas la culture par des incantations : les valeurs reposent sur des croyances et pour changer les valeurs il faut changer les croyances. Le cycle de changement commence par la mesure. HARRY<sup>2</sup> nous dit : « *De nouvelles mesures apportent de nouvelles données, de nouvelles données apportent de nouvelles connaissances, de nouvelles connaissances apportent de nouvelles croyances et de nouvelles croyances apportent de nouvelles valeurs.* » C'est en se fondant sur ces nouvelles valeurs que l'on pourra créer les changements profonds capables de mettre l'entreprise sur le chemin de la performance industrielle.

---

2. HARRY M., SCHROEDER R., *Six Sigma – The Breakthrough Management Strategy*, Doubleday, 2000.



# Chapitre 2

---

## Les concepts de Six Sigma

---

Après avoir détaillé dans le chapitre premier les aspects culturels qui conduisent les entreprises à mettre en œuvre une démarche « Six Sigma » ou « *Lean Six Sigma* », nous nous proposons dans ce chapitre de faire un tour d’horizon relativement complet des concepts de Six Sigma.

Ce chapitre est volontairement dépourvu de calculs statistiques afin que le lecteur se consacre à l’essentiel : la compréhension des principes de base. Nous profiterons des chapitres suivants pour approfondir les différentes notions.

Comprendre Six Sigma, c’est assimiler les multiples facettes d’une approche d’amélioration de la performance de l’entreprise résolument tournée vers la satisfaction des clients dans un but affiché de meilleure rentabilité économique de l’entreprise. Nous aborderons donc ces différentes facettes afin d’avoir une vue globale de Six Sigma avant de voir dans le détail la conduite d’un chantier.



Six Sigma, c'est :

- une certaine philosophie de la qualité tournée vers la satisfaction totale du client ;
- une approche visant à réduire la variabilité dans les processus ;
- un indicateur de performance permettant de *mesurer* comment se situe l'entreprise en matière de qualité ;
- une méthode de résolution de problèmes DMAICS (Définir, Mesurer, Analyser, Innover/Améliorer, Contrôler, Standardiser/Pérenniser) permettant de réduire la variabilité sur les produits ;
- une organisation des compétences et des responsabilités des hommes de l'entreprise ;
- un mode de management par la qualité qui s'appuie fortement sur une gestion par projet.

## 1. Une philosophie de la qualité tournée vers la satisfaction du client

Six Sigma a pour objectif de concilier deux choses :

- une plus grande rentabilité de l'entreprise,
- une plus grande satisfaction du client.

De prime abord, c'est assez clair ; on comprend bien qu'une plus grande satisfaction des clients permettra tout à la fois de conserver nos clients et d'en conquérir de nouveaux. Cette augmentation des parts de marché se concrétisera par une amélioration de la rentabilité.

D'un point de vue pratique, ce n'est pourtant pas aussi évident. Il ne faut pas que les améliorations de qualité sur lesquelles on porte son effort soient plus coûteuses qu'elles ne rapportent. Il faut aussi que l'on ne se trompe pas d'objectif en matière de satisfaction du client.

Une démarche Six Sigma doit donc nécessairement débiter par la recherche des « CTQ » (*Critical To Quality*) qui seront les éléments essentiels réclamés par le client. Que veut réellement le client ? Quelles sont ses attentes ? Quel est son niveau d'exigence ?

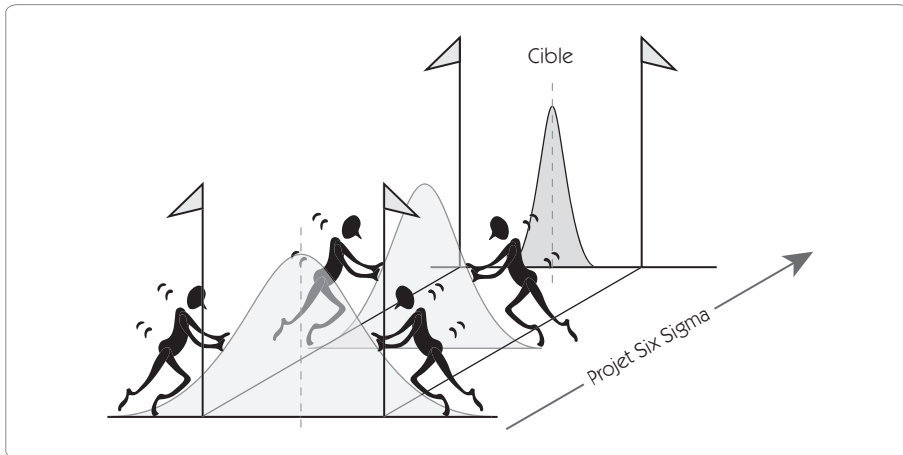
Toutes ces questions doivent être posées dès les premières étapes d'un chantier Six Sigma. Nous verrons qu'elles font en fait partie intégrante de la première étape. Nombre d'entreprises dépensent des sommes considérables pour améliorer un produit sur des critères peu ou pas utiles, mais qui sont des rêves de technicien et ne prennent pas en compte des éléments pourtant simples réellement demandés par le client. Par exemple, seuls les fours de cuisson relativement haut de gamme sont équipés de la fonction « maintien au chaud » alors qu'elle devrait être une fonction de base.

Le moteur de Six Sigma est la démarche DMAICS (Définir, Mesurer, Analyser, Innover/Améliorer, Contrôler, Standardiser). On verra que la première étape de sa mise en œuvre est essentiellement consacrée à bien définir ce qu'attend le client, à déterminer quelles sont ses exigences.

## **2. Réduire la variabilité**

La variabilité est l'ennemi de la qualité. Lorsqu'un ingénieur vient de fabriquer un produit qui donne entière satisfaction, son rêve serait de pouvoir le cloner à l'identique afin que chaque produit conserve les mêmes qualités. Mais ce n'est malheureusement pas possible, il y aura toujours une petite différence entre des produits réputés identiques, et ce sont ces petites différences qui conduisent à la non-qualité. Il en est de même pour les services que l'on ne peut fournir deux fois dans des conditions parfaitement identiques.

Figure 2.1 – Réduire la variabilité



Pour illustrer cette notion de variabilité, prenons l'exemple d'un joueur de foot qui doit tirer un coup franc décisif. La cible est la lucarne de la cage adverse. C'est un joueur professionnel qui a répété des centaines de fois ce geste à l'entraînement et les conditions sont idéales pour réussir à marquer le but. Mais la balle passe à quelques centimètres de la barre transversale. Ce but manqué est le résultat de la variabilité dans le processus de tir. Citons quelques éléments de cette variabilité :

- le joueur est dans un état de fatigue et de stress qui modifie son tir ;
- les irrégularités de la pelouse modifient la course d'élan ;
- la sphéricité du ballon n'est pas parfaite, ce qui altère la trajectoire ;
- le vent soufflait légèrement au moment du tir ;
- le mur adverse n'était pas positionné comme à l'entraînement...

Dans les processus industriels ou de service, le problème est le même. Nous sommes confrontés à une grande variabilité des éléments qui contribuent à nous faire manquer le but. Mais lorsqu'il s'agit de la satisfaction de nos clients, nous n'avons pas le droit de manquer ce but. Nous devons donc tout faire pour réduire cette variabilité.

Les trois sources primaires de la variabilité sont :

- une conception pas assez robuste, très sensible aux perturbations extérieures ;
- des matières premières et des pièces élémentaires instables ;
- une capacité des processus insuffisante.

C'est contre ces trois sources de variabilité que nous devons lutter pour atteindre le niveau de qualité Six Sigma. Pour satisfaire ses clients, une entreprise doit réduire cette variabilité par tous les moyens. Cependant, il n'est pas facile d'agir sur la variabilité d'un processus. Cela nécessite d'avoir recours à de nombreux outils statistiques tels que les tests de comparaison, les analyses de la variance, les plans d'expériences, couplés à une démarche de résolution de problème. Si quelques experts sont capables de suivre une telle démarche de manière intuitive, il n'en va pas de même pour la grande majorité des ingénieurs et techniciens qui ont besoin d'un guide méthodologique pour se retrouver au travers de l'ensemble des outils qualité mis à leur disposition. C'est le premier rôle de Six Sigma : démocratiser, vulgariser les méthodes et outils de la qualité en fournissant un guide d'utilisation pour permettre au plus grand nombre de réduire la variabilité des processus.

C'est la démarche DMAICS qui fournit le guide méthodologique permettant de trouver le chemin de la réduction de variabilité. Mais cette démarche ne peut fournir de résultat que si elle est utilisée par des personnes compétentes. C'est la raison pour laquelle on devra associer la mise en place de la démarche DMAICS avec une solide formation des hommes et une gestion efficace des compétences.

### 3. Mesurer le niveau de qualité

Pour pouvoir progresser, il faut mesurer le niveau de qualité actuel afin de se donner un objectif vérifiable. Six Sigma signifie donc un niveau de qualité que l'on souhaite atteindre. Une qualité sera d'autant plus significative que le nombre de sigma sera élevé. Ainsi, une qualité « 3 sigma » donnera 6,68 % de non-conformités, une qualité « 6 sigma » donnera 3,4 DPMO (Défauts Par Million d'Opportunités). La méthode Six Sigma vise donc au moins le niveau Six Sigma, autrement dit moins de 3,4 DPMO comme taux de non-conformités. Voyons maintenant comment on mesure le nombre de sigma (le  $z$  du processus, la capacité du processus).

#### 3.1 La notion d'opportunité de défaut

Lorsque l'on parle d'un produit qui peut être bon ou mauvais, la notion d'opportunité de défaut est très simple : chaque fois qu'on a un produit, on a une (ou plusieurs) opportunité de défaut. Par exemple, si un produit a deux défauts potentiels, la production d'un lot de 1 000 produits génère  $2 \times 1\,000 = 2\,000$  opportunités de défauts. Mais si on prend le cas des accidents de la route, quelle est l'opportunité de défaut ? Le nombre d'automobilistes, le nombre d'habitants du pays, le nombre de kilomètres parcourus ?

Dans ce cas, si l'on veut pouvoir établir une comparaison entre plusieurs pays pour faire un benchmarking, le plus simple consisterait à prendre le nombre d'habitants. Ainsi, en France, en l'an 2000, il y a eu 180 000 accidents répertoriés pour 60 millions d'habitants ; cela fait un DPMO de 3 000. La lecture du tableau des DPMO avec un décalage de 1,5 (voir le tableau T1 en fin d'ouvrage) donne un  $z$  voisin de 4,2.

Figure 2.2

Tableau du nombre de non-conformités en fonction de sigma

| $z$ | ppm centré dans les tolérances | DPMO avec un décalage de 1,5 |
|-----|--------------------------------|------------------------------|
| 1   | 317 310,52                     | 697 672,15                   |
| 2   | 45 500,12                      | 308 770,21                   |

|   |          |           |
|---|----------|-----------|
| 3 | 2 699,93 | 66 810,63 |
| 4 | 63,37    | 6 209,70  |
| 5 | 0,57     | 232,67    |
| 6 | 0,00     | 3,40      |
| 7 | 0,00     | 0,02      |

On peut également retrouver la relation entre le *DPMO* et le *z* en appliquant la relation :

$$z = 0,8406 + \sqrt{29,37 - 2,221 \times \ln(DPMO)}$$

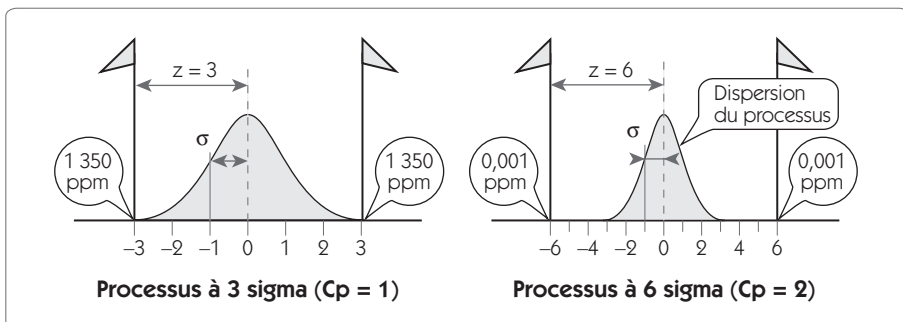
soit : 
$$z = 0,8406 + \sqrt{29,37 - 2,221 \times \ln(3\ 000)} = 4,24$$

### 3.2 L'origine des 3,4 ppm

Le calcul de l'objectif des 3,4 ppm résulte d'un calcul de pourcentage théorique de défauts dans le cas d'une loi normale.

Dans le cas des produits mesurables, la capacité du processus se mesure en établissant le ratio entre la tolérance et la dispersion du processus (le lecteur pourra se référer utilement au chapitre 4 pour plus de détails sur les calculs de capacités).

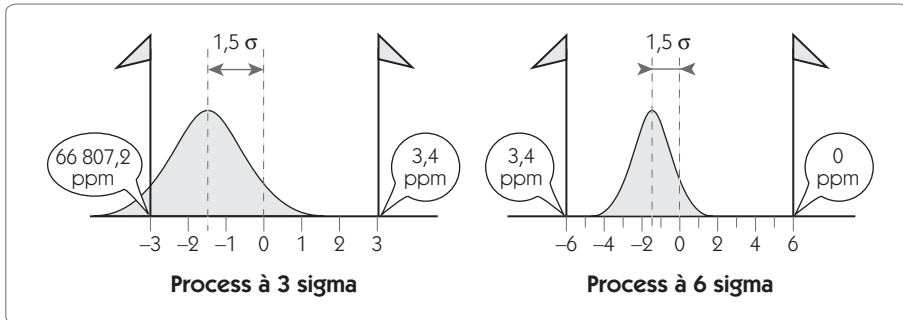
Figure 2.3 – Niveau Six Sigma



L'objectif Six Sigma consiste à améliorer la variabilité du processus de telle sorte que l'on ait une tolérance deux fois plus importante que la dispersion court terme. Dans ces conditions, la spécification est à six écarts types de la moyenne ( $z = 6$ ). La proportion de produits défectueux est alors de  $0,002 \text{ ppm}$  lorsque le processus est parfaitement centré. Lorsque le processus est à un niveau de trois sigma ( $z = 3$ ), la proportion de défaut est alors de  $2700 \text{ ppm}$ .

Cependant, on montre facilement que, même si le processus est parfaitement sous contrôle, il n'est pas possible de détecter les petits décentrages du processus. Le plus petit décalage détectable est de  $1,5 \text{ sigma}^3$ . Dans ces conditions, la proportion de défauts sera de  $3,4 \text{ ppm}$ .

Figure 2.4 – Décalage de  $1,5 \text{ sigma}$



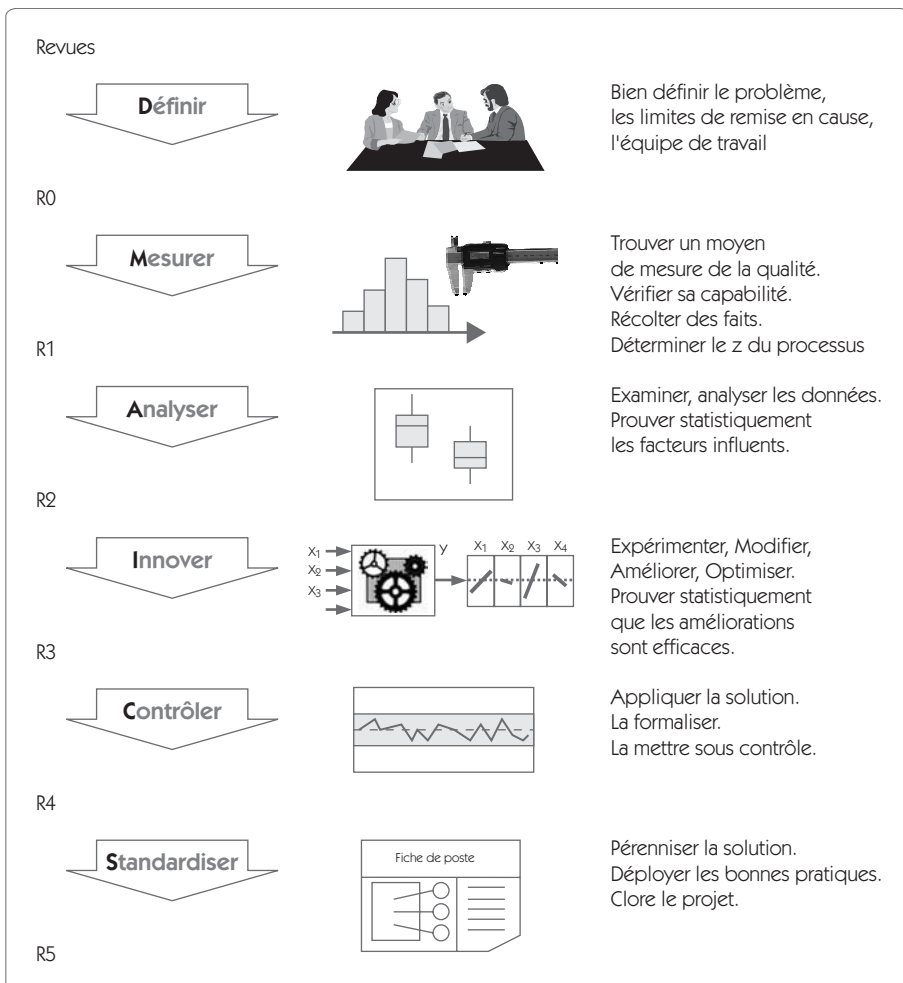
Il s'agit donc d'une estimation d'un pourcentage de non conformes dans une situation donnée. Le  $z$  permet d'estimer le niveau de qualité d'un processus, c'est un outil de communication. En aucun cas, il ne remplace l'analyse complète de la chute des capacités comme nous le verrons au chapitre 5, *Mesurer*.

3. Ce décentrage s'explique par l'efficacité des cartes de contrôle. On pourra se reporter à l'ouvrage *Appliquer la maîtrise statistique des procédés*, Les Éditions d'Organisation, 2001, pour plus de renseignements.

## 4. Six Sigma : une méthode de maîtrise de la variabilité DMAICS

### 4.1 La démarche DMAICS

Figure 2.5 -- Les six étapes DMAICS de la démarche Six Sigma





Pour obtenir les niveaux de capacité exigés par Six Sigma, il est absolument nécessaire d'utiliser des outils et plus particulièrement des outils statistiques. Dans l'approche Six Sigma, tous les outils utilisés sont connus, il n'y en a pas de nouveaux. C'est la structuration dans l'utilisation des différents outils qui est intéressante dans l'approche Six Sigma.

**Figure 2.6 – DMAICS**

| Étapes               | Objectifs/tâches  | Résultats   | Outils principaux   |
|----------------------|---|---|---|
| <b>D</b><br>Définir  | Définir le projet :<br>les gains attendus pour le client, pour l'entreprise, le périmètre du projet, les responsabilités.   | Charte du projet<br>Cartographie générale du processus<br>Planning et affectation des ressources  | Diagramme CTQ<br>QOQCP<br>QFD<br>Diagramme de Kano<br>Benchmarking<br>Cartographie SIPOC  |
| <b>M</b><br>Mesurer  | Définir et valider les moyens de mesure.<br>Mesurer les variables de sortie, les variables d'état et les variables d'entrée du processus.<br>Collecter les données.<br>Connaître le z du processus. | Cartographie détaillée du processus<br>Capabilité des moyens de mesure<br>Capabilité du processus | Analyse processus, logigramme<br>Répétabilité et reproductibilité<br>Analyse des 5M<br>Matrice Causes/Effets<br>Feuille de relevés<br>Maîtrise statistique des procédés (SPC) |
| <b>A</b><br>Analyser | Analyser les données.<br>Établir les relations entre les variables d'entrée et de sortie du processus.<br>Identifier les variables clés du processus.   | Établissement de la preuve statistique<br>Compréhension du processus                              | Statistique descriptive<br>Statistique inférentielle<br>Plans d'expériences   |

|                               |   |  |   |
|-------------------------------|---|--|---|
| <b>I</b><br>Innover/Améliorer | Imaginer des solutions.<br>Sélectionner les pistes de progrès les plus prometteuses.<br>Tester les améliorations. | Processus pilote<br>Amélioration du z<br>Détermination des caractéristiques à mettre sous contrôle | Méthode de créativité<br>Vote pondéré<br>Plans d'expériences<br>AMDEC |
| <b>C</b><br>Contrôler         | Mettre sous contrôle la solution retenue.<br>Formaliser le processus.   | Rédaction de modes opératoires<br>Cartes de contrôle   | Auto-maîtrise<br>Maîtrise statistique des procédés (SPC)              |
| <b>S</b><br>Standardiser      | Pérenniser les solutions (cale anti-retour).<br>Diffuser les bonnes pratiques.<br>Clôre le projet.                | Indicateurs de performance<br>Tableau de bord<br>Plan d'audit<br>Bilan de fin de projet            | Auto-maîtrise<br>Audit<br>Benchmarking<br>Bonnes pratiques            |

Six Sigma se décline en six étapes DMAICS (Définir, Mesurer, Analyser, Innover/Améliorer, Contrôler, Standardiser). En suivant scrupuleusement ces six étapes, un technicien qui n'est pas un expert en statistique pourra avec un minimum de formation atteindre l'objectif de variabilité qui est fixé.

Pour passer d'une étape à une autre, il faudra valider au travers d'une revue le fait que les objectifs de l'étape ont bien été atteints. Cette revue est réalisée conjointement par le responsable du projet (le *Black Belt*<sup>4</sup>) et le responsable du déploiement de Six Sigma (le Champion) qui est lui-même un responsable de l'entreprise.

4. *Black Belt* : « ceinture noire ». Ces dénominations ont été popularisées par l'entreprise General Electric. Nous définirons plus complètement les différents rôles dans la prochaine section de ce chapitre ainsi que dans le chapitre 9, *Le management Six Sigma*.

## 4.2 Étape 1 – « Définir »

### 4.2.1 But de l'étape

En fait, cette étape comprend deux sous-étapes majeures. La première consiste à déterminer le sujet de travail le plus adapté dans le cadre de la stratégie de l'entreprise, et la seconde vise, une fois le sujet sélectionné, à réaliser un état des lieux en se posant clairement les questions suivantes :

- Quel est l'objectif que l'on recherche ?
- Quel est le périmètre du projet ?
- Qui doit travailler sur ce projet ?
- Quel est le planning du projet ?

Cette étape doit permettre de rédiger la charte du projet qui définit clairement les acteurs du projet, le cadre du projet et les objectifs à atteindre. Cette étape peut durer entre une semaine (lorsque le problème est évident) à un mois.

### 4.2.2 La conduite de l'étape

#### Pré-définition du projet

Pour résoudre un problème, il faut d'abord l'avoir parfaitement défini. Il faut identifier :

- **un vrai problème** : soit, un écart notable entre des performances attendues et mesurées ;
- **un vrai client** : autrement dit, un client motivé par la réduction de l'écart ;
- **des gains significatifs** justifiant le temps et l'énergie que l'on va dépenser ;
- **un périmètre limité** garantissant une durée d'action entre six mois et un an.

La pré-définition du projet consiste à identifier dans le secteur de l'entreprise concerné les projets susceptibles d'être conduits. Il s'agit ensuite de les classer en fonction du potentiel de gain et de la difficulté qu'ils présentent *a priori* pour aboutir. La question à laquelle on doit répondre est la suivante : est-ce que ça vaut le coup (le coût) d'y aller !

On sélectionne un bon projet en recourant à un vote pondéré en fonction d'un certain nombre de critères qui sont en adéquation avec la stratégie de l'entreprise (figure 2.7).

**Figure 2.7 – Évaluation des projets**

| Objectifs de l'entreprise                           | Poids | Projet 1   | Projet 2   | Projet 3   | Projet 4   |
|---|-------|------------|------------|------------|------------|
| Accroître les ventes                                | 0,3   | 4          | 3          | 2          | 2          |
| Diminuer les coûts de production                    | 0,3   | 2          | 0          | 2          | 9          |
| Diminuer le nombre de réclamations clients          | 0,2   | 0          | 3          | 9          | 9          |
| Améliorer le cadre de travail de nos collaborateurs | 0,2   | 2          | 0          | 2          | 0          |
| Moyenne pondérée des projets potentiels             |       | <b>2,2</b> | <b>1,5</b> | <b>3,4</b> | <b>5,1</b> |

## Définition du projet

Après avoir sélectionné le problème sur lequel on doit se pencher, on cherchera dans cette étape à parfaitement décrire qui est le client, quelle est son insatisfaction et quelle est la grandeur Y qui permet de traduire cette insatisfaction. Ce travail doit impliquer le plus rapidement possible l'équipe du projet. La première phase de la définition sera donc la formation de l'équipe.

## Définir et former l'équipe

Il faut le plus tôt possible mettre sur pied une équipe de travail et identifier les différents acteurs du projet.

Les acteurs principaux en seront :

- le *Black Belt* ou « Pilote » qui aura en charge la conduite du projet ; outre sa maîtrise de la méthode Six Sigma, il est souhaitable qu'il ait des connaissances opérationnelles sur le sujet ;
- le « Champion » qui a en charge le déploiement de Six Sigma et qui doit pouvoir libérer les ressources nécessaires ;
- le « propriétaire » du processus qui sera la référence en matière de connaissances opérationnelles ;
- le comptable du projet qui doit suivre les gains et les coûts du projet ;
- l'équipe composée de personnes formées à la méthode Six Sigma.

Dès le début, il faut impliquer tous les acteurs en les formant par une introduction à la méthode, l'exposé des différents outils qui seront utilisés et des revues qui seront réalisées entre chaque étape.

Chaque membre de l'équipe devra consacrer une partie de son temps au projet. Il est important d'estimer le plus tôt possible l'importance de cette contribution afin de pouvoir se concerter avec l'encadrement des personnes ressources.

### **Identifier les caractéristiques clés (CTQ)**

À cette étape, le projet est défini, mais il faut clarifier un certain nombre de points :

- Quelles sont les caractéristiques critiques pour le client, leurs cibles, leurs limites ?
- Quelles sont la situation actuelle et la situation espérée ?

Pour aider le groupe à répondre à toutes ces questions, un certain nombre d'outils sont disponibles (décrits dans le chapitre 3, *Définir*) :

- le diagramme *CTQ (Critical To Quality)* ;
- la classification selon le modèle de Kano ;
- le diagramme exigences/performances ;
- le QFD.

Un projet Six Sigma doit émaner de la voix même du client. Plusieurs approches peuvent être utilisées à cet effet depuis l'application très complète du QFD<sup>5</sup> jusqu'au simple questionnaire présenté ci-après, réalisé sur un échantillon de clients actuels ou potentiels dans le segment de marché visé :

- Quelles émotions vous viennent à l'esprit quand vous pensez au produit ?
- Quels besoins ou désirs vous viennent à l'esprit quand vous pensez au produit ?
- Quels problèmes ou réclamations souhaitez-vous mentionner au sujet du produit ?

À partir de ce qui émane de la voix même du client, on doit tirer des caractéristiques – si possible mesurables et continues – avec une cible et des limites permettant de garantir la satisfaction du client. Au début d'un projet Six Sigma, cette première question mérite qu'on passe tout le temps nécessaire pour lui trouver une réponse.

Pourquoi une grandeur *mesurable* et *continue* ?

**Mesurable** : si on ne sait pas mesurer le résultat d'un processus, on ne saura pas l'améliorer ! Il faut donc mettre en place un moyen de mesure.

**Mesure continue** : continue s'oppose à discrète de type bon/pas bon, catégorie A, B, C, D. Ce type de données nécessite qu'elles soient importantes pour que des changements significatifs soient observables. Par exemple, on montrera dans le chapitre *Analyser* qu'on ne sait pas conclure à une différence significative entre deux fournisseurs ayant livré 200 produits dont 25 défectueux pour le premier et 17 pour le second. S'il faut de grandes quantités, il faut donc de nombreux produits, engageant des coûts très importants. On montrera qu'une grandeur continue permet d'observer des écarts significatifs sur des tailles d'échantillons de quelques unités, ce qui rend nettement moins coûteuses les études.

---

5. Voir l'ouvrage *Qualité en production*, chapitre 6, D. DURET, M. PILLET, Les Éditions d'Organisation, 2002.

Cette transposition entre la « voix » du client et les caractéristiques du produit sera facilitée par l'utilisation de la matrice QFD ou d'un diagramme *CTQ*.

Enfin, il faut hiérarchiser les caractéristiques du produit afin d'en extraire celles qui sont essentielles et sur lesquelles on devra porter notre effort dans le projet Six Sigma. Pour cela, deux outils sont couramment utilisés : le diagramme exigences/performances et la classification selon le modèle de Kano. Cette phase doit permettre de décrire de manière claire la situation actuelle et la situation espérée au niveau des caractéristiques finales du produit. N'oublions pas qu'un problème Six Sigma commence par l'identification d'un écart entre une situation actuelle et souhaitée.

### **Identifier le processus et son environnement**

Connaissant les objectifs à atteindre pour le client, le groupe doit maintenant se focaliser sur l'identification du processus qui permet de fournir le produit ou le service. On procède à cette phase principalement grâce à la cartographie du processus qui peut se faire sous différentes formes. Nous décrirons dans le chapitre 3 les schémas suivants :

- la boîte noire du processus ;
- le diagramme SIPOC.

L'objet en est de faire apparaître les différentes étapes du processus, les entrées et les sorties.

### **Déterminer le périmètre du projet**

Avant de commencer à travailler, il faut être capable de déterminer les limites du projet, ce que l'on accepte de remettre en cause, ce que l'on veut conserver, ce qui sort de notre domaine de compétence. Pour faire cette recherche, on utilise le diagramme Dedans/Dehors.

### **Écrire la charte du projet**

Enfin, on conclut cette première étape par la rédaction de la charte du projet. Le projet doit avoir un titre clair afin que l'équipe puisse s'y identifier. Un membre de l'équipe doit par exemple pouvoir dire : « Je travaille sur le projet zéro réclamation sur le produit X28 ». Cette

charte du projet résume l'ensemble des travaux qui ont été réalisés dans cette étape. Le lecteur trouvera un exemple de charte de projet dans le chapitre 11, *Résumés*. Cette charte a valeur d'engagement du groupe et sera la base de la revue R0 qui est réalisée entre le Champion et le *Black Belt*.

### 4.2.3 Revue R0 – Identifier

Le but de la Revue R0 vise à s'assurer que les principales actions de la première étape ont été réalisées. Cette revue est conduite par le Champion qui est le responsable du déploiement de Six Sigma dans l'entreprise. Il a – en général – une responsabilité hiérarchique importante.

La revue doit valider que les actions suivantes ont été conduites.

- Formuler le problème
- Identifier les clients et préciser ce qui est critique d'après eux
- **Formaliser le processus étudié :**
  - Positionner le processus dans son ensemble (Bloc Diagramme).
  - Réaliser le diagramme *CTQ (Critical To Quality)*.
  - Quels sont les Y (sorties) du processus liés à ce qui est critique pour le client ?
  - Quels sont les processus de mesure ? Sont-ils continus (7 niveaux minimum) ?
  - Quelles sont les spécifications actuelles sur les Y ?
  - Quels sont les X *a priori* ?
- **Identifier l'état actuel :**
  - Existe-t-il un historique sur le problème ? Un historique sur les Y ?
  - Quelle est la capacité actuelle si elle est connue ?
  - Quels sont les coûts de non-qualité identifiés et liés au problème ?
- **Identifier l'état souhaité – l'écart est-il proportionnel à l'ampleur du problème ?**
  - Quelle est la capacité visée ?
  - Quels sont les coûts de non-qualité que l'on veut supprimer ?
  - Quels sont les gains en productivité...?



- Former l'équipe de travail, déterminer les responsabilités
- Déterminer le planning
- Rédiger et signer la charte du projet

Lorsque tous ces points sont validés, on peut passer à la deuxième étape « Mesurer ». Cependant, il est tout à fait possible que les connaissances acquises dans les étapes suivantes remettent en question la charte du projet et qu'un rebouclage sur l'étape « Définir » soit nécessaire.

## **4.3 Étape 2 – « Mesurer »**

### **4.3.1 But de l'étape**

L'étape « Mesurer » est un élément essentiel de l'apport d'une démarche Six Sigma. Beaucoup d'entreprises n'ont pas cette culture de la mesure. Elles disposent parfois d'un grand nombre de chiffres, mais ceux-ci sont inexploitablement ou inexploités. Voici les principales raisons de cette pauvreté dans l'exploitation des données :

- des processus de mesures qui ne sont pas adaptés et qui créent parfois plus de dispersion que le processus étudié ;
- une récolte des données mal conçue qui rend inexploitablement les tableaux de données.

Cette étape a pour objectif d'évaluer correctement la situation actuelle de la performance des processus impliqués par comparaison avec les différentes exigences des clients. Elle peut se décliner en trois actions majeures :

#### **1. Valider les processus de mesure**

Cela consiste à vérifier que la chaîne de mesure utilisée n'est pas déjà une source importante de variabilité. Pour cela, après avoir vérifié le rattachement de l'instrument à la chaîne d'étalonnage, on vérifie également que la variabilité due aux défauts de répétabilité (plusieurs mesures d'un opérateur) et de reproductibilité (plusieurs opérateurs) n'est pas trop forte.

## 2. Récolter des données permettant d'évaluer la performance du processus

Avant de commencer à modifier quoi que ce soit intéressant le processus, il faudra avoir analysé la situation actuelle. Pour ce faire, il faudra disposer de données fiables sur lesquelles on pourra réaliser des tests statistiques.

## 3. Évaluer la capacité actuelle

À partir des données récoltées sur les  $Y$  du processus, on pourra évaluer notamment le  $z$  du processus.

### 4.3.2 La conduite de l'étape

#### Valider le processus de mesure

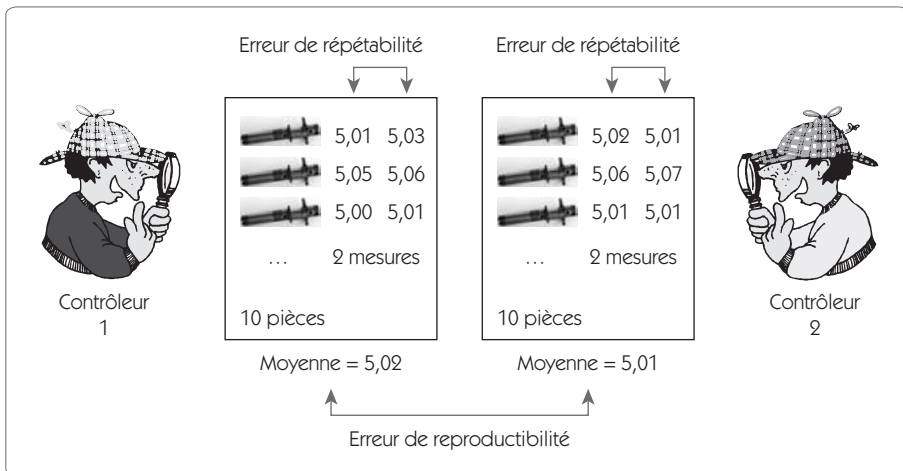
Pour mener à bien un projet, il faut disposer d'une réponse mesurable  $Y$  – si possible de façon continue – traduisant la satisfaction de l'exigence du client. Si on ne sait pas mesurer correctement, toute analyse qui s'ensuivra risquera fortement d'être erronée ou de requérir un nombre de données très élevé. Il faut donc identifier deux processus élémentaires : le processus principal, et ses cinq M (Moyen, Milieu, Méthodes, *Matière*, Main-d'œuvre), qui produit le service ou le produit et le second processus de mesure, également avec ses cinq M (Moyen, Milieu, Méthodes, *Mesurande*, Main-d'œuvre), qui permet d'évaluer la satisfaction du client.

Prenons par exemple le cas d'un processus de rectification d'un arbre à vilebrequin de moteur. Le processus principal en sera la rectifieuse, mais il faudra également définir le processus de mesure (appareil de contrôle, méthode de contrôle, compétence des opérateurs, environnement requis...) qui permettra d'avoir l'image la plus juste de la réalisation du processus principal.

Un élément important du processus de mesure est le moyen de contrôle. Il doit être rattaché aux chaînes d'étalonnage et posséder des propriétés de justesse et de linéarité. Ce sera la première vérification à réaliser. Mais il faut également tenir compte des 4 autres M. Le processus de mesure doit avoir des propriétés de répétabilité (plusieurs mesures dans les mêmes conditions doivent donner un résultat similaire) et

de reproductibilité (indépendance de la mesure à un changement de condition tel que l'opérateur) afin que sa dispersion soit faible devant les variations de la réponse  $Y$ .

**Figure 2.8 – Répétabilité et reproductibilité**



Pour vérifier la capacité du moyen de contrôle ( $Cmc$ ), on utilise l'outil « répétabilité et reproductibilité ( $R\&R$ ) » qui compare la dispersion de mesure à la tolérance fixée sur la réponse du processus  $Y$ . Pour être déclaré adapté, le processus de mesure doit avoir une dispersion propre inférieure au quart de la tolérance.

### Ramasser les fruits au pied de l'arbre

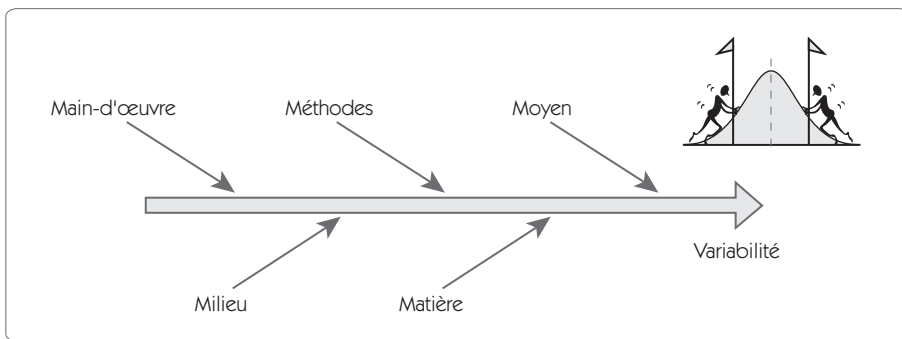
Six Sigma s'assigne comme but la réduction de la variabilité. Pour cela, il y a deux façons d'agir :

- Identifier toutes les petites sources de variabilité qui sont dues à des paramètres non figés faute de procédures ou de standards de travail figés. La réduction de ces sources de variabilité est souvent peu coûteuse, il suffit d'identifier les paramètres que l'on peut figer et de standardiser le processus. On appelle cela « Ramasser les fruits au pied de l'arbre ».

- Analyser le processus et modifier en profondeur les paramètres en fonction des résultats des essais. Cela correspond au fait de poser une échelle pour aller chercher les fruits les plus mûrs au sommet de l'arbre.

Il serait vraiment dommage de commencer le cycle d'analyse en négligeant tous les gains que l'on peut faire à partir d'une simple analyse. Pour y parvenir, une des méthodes que l'on applique est l'analyse des 5M du processus (figure 2.9). Après avoir identifié toutes les sources de variabilité, on recherche comment éliminer ces sources de variations à un coût minimal. Cette première étape est souvent riche et apporte de très importants gains sur le z du processus.

**Figure 2.9 – L'analyse des 5M pour réduire la variabilité**



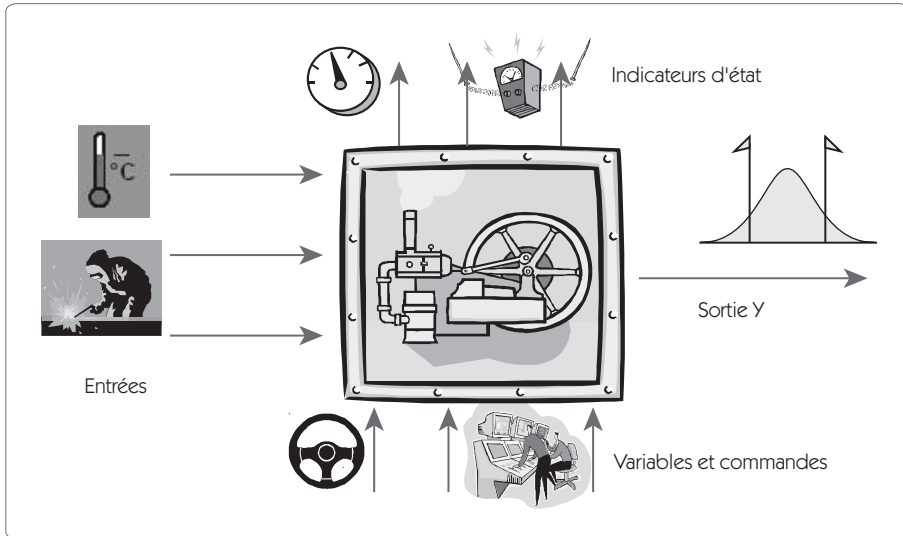
### Observer le procédé

Disposant d'un moyen de mesure adapté, et ayant limité la variabilité du processus, on peut mettre en place des campagnes de relevés et d'observations du processus qui permettront de faire l'analyse de l'existant sur des données factuelles afin de pouvoir en apporter la « preuve statistique ».

On doit observer quatre éléments :

- les Y (sorties du processus constatées par le client) ;
- les entrées du processus provenant des processus fournisseur ;
- les commandes et variables du processus ;
- les indicateurs d'état du processus.

Figure 2.10 – Les points à observer



Ces relevés doivent permettre de mettre en regard la réponse  $Y$  du système aux différents paramètres  $X$  pouvant avoir une influence sur le processus. On y procède à partir de feuilles de relevés, d'extraction de la base de données de l'entreprise, du suivi des processus.

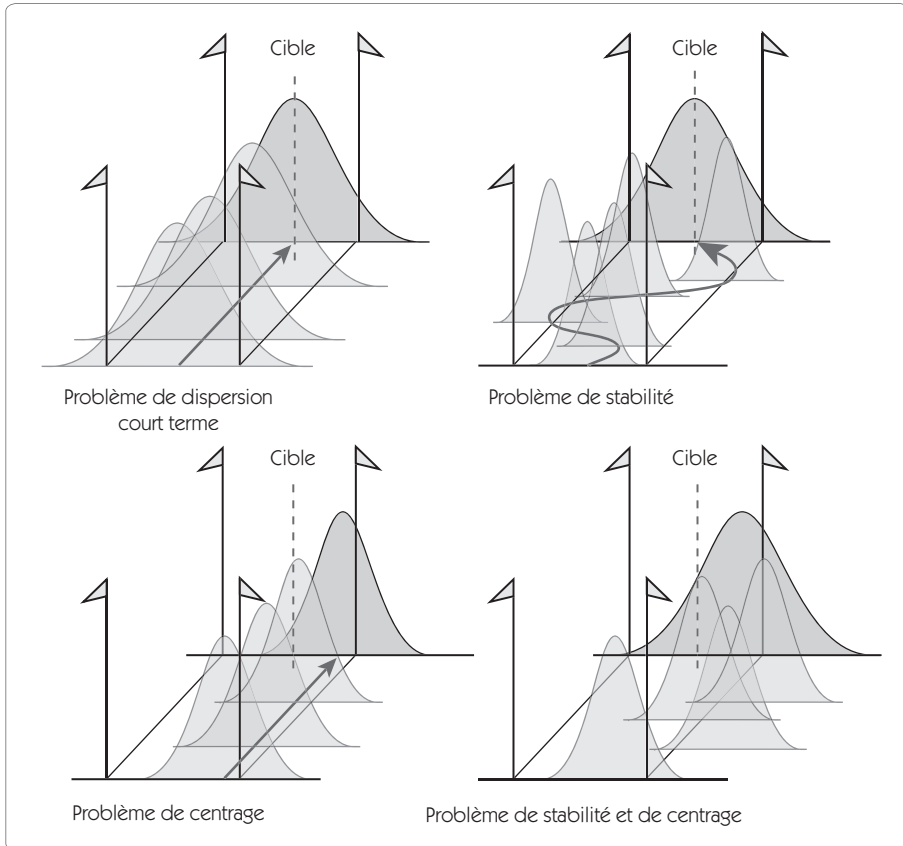
### Estimer la capacité du processus

Fort de ces relevés dont on aura pris la précaution de vérifier la pertinence, on peut alors mesurer de façon précise la capacité du processus en évaluant son « sigma ».

Outre la détermination du  $z$  du processus, on devra analyser la chute de capacité pour connaître la source du problème de variabilité. À ce stade, cela ne peut être un problème de mesure car on a validé avec le  $Cmc$  la faible influence de la mesure par rapport aux spécifications. Cela peut donc être :

1. un problème de dispersion court terme ;
2. un problème de stabilité avec un écart entre la dispersion court terme et long terme ;
3. un problème de centrage ;
4. une combinaison des trois premiers problèmes.

Figure 2.11 – L'origine de la non-satisfaction des clients



La connaissance du type de problème qui conduit à cette forte variabilité est très importante avant d'aborder l'étape suivante : « Analyser ». On réalise cette étude des chutes de capacité en comparant les indicateurs de capacité  $C_p$ ,  $P_p$ ,  $Ppk$ , que nous détaillerons au chapitre 4, *Mesurer*.

### 4.3.3 Revue R1 – Mesurer

La revue R1 est conduite lorsque l'on considère avoir réalisé l'ensemble des actions de l'étape « Mesurer ». Cette revue est dirigée par le Champion qui est le responsable du déploiement de Six Sigma dans l'entreprise. La revue doit valider le fait que les actions suivantes ont été conduites :

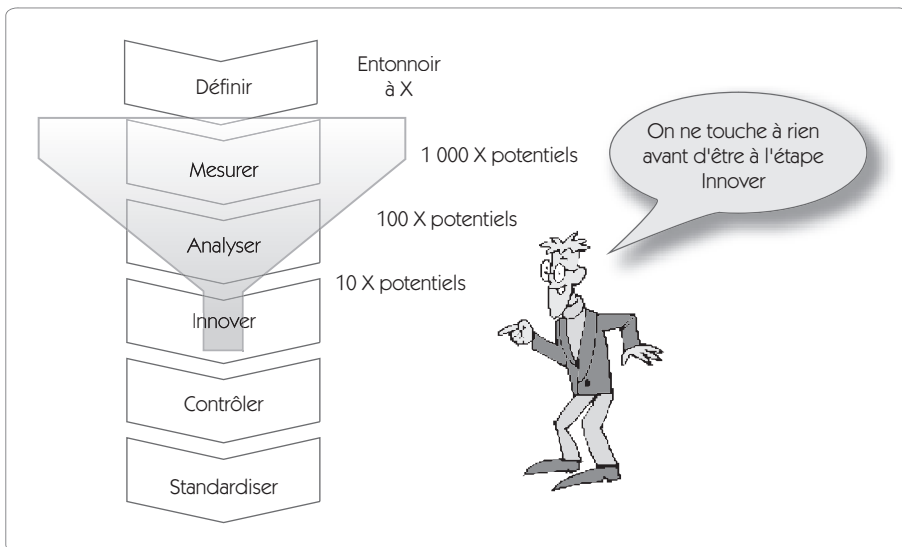
- **Formuler le problème (actualisation)**
  - Faire la boîte noire du processus (avec les connaissances actuelles).
  - Quels sont les Y du processus liés à ce qui est critique pour le client ?
  - Quels sont les processus de mesure ? Sont-ils continus (7 niveaux minimum) ?
  - Quelles sont les spécifications actuelles sur les Y ?
  - Quels sont les X *a priori* ?
- **Valider le processus de mesure**
  - Rattachement à la chaîne d'étalonnage.
  - Vérification de la justesse.
  - Vérification de la répétabilité et de la reproductibilité (R&R).
- **Ramasser les fruits au pied de l'arbre**
  - Analyser les X potentiels (analyse des 5M).
  - Réduire les causes de variations en fixant des paramètres.
- **Observer le procédé**
  - Mettre en place des cartes d'observations.
  - Mettre en place des feuilles de relevés.
  - Enregistrer toutes les informations disponibles sur Y avec ses attributs (X correspondants).
  - Validation des spécifications.
- **Estimer la capacité du processus**
  - Examen statistique des valeurs mesurées : moyenne, écart type, normalité.
  - Calcul des indicateurs de capacités.
  - Analyse de la chute des capacités : problème de processus, de dérive ou de centrage ?
- **Actualisation des gains et coûts estimés**

## 4.4 Étape 3 – « Analyser »

### 4.4.1 But de l'étape

Conformément à toutes les méthodes de résolution de problème, Six Sigma impose une phase d'analyse avant de modifier le processus. Les étapes 1 et 2 nous ont permis de faire une cartographie du procédé afin d'identifier les  $X$  potentiels et de récolter des faits sur la base de moyens de mesure capables. L'étape 3 nous permettra d'analyser ces données afin d'identifier les quelques  $X$  responsables d'une grande partie de la variabilité. L'analyse portera d'abord sur  $Y$  (la sortie de la boîte noire), puis sur les  $X$  et sur les relations que l'on peut mettre en évidence entre les  $X$  et les  $Y$ .

Figure 2.12 – Étape Analyser : un entonnoir à  $X$



Un des points essentiels de Six Sigma consiste à ne rien toucher dans le processus avant d'en être à l'étape Innover/Améliorer. L'étape Analyser joue le rôle d'entonnoir à  $X$ . Dans l'étape Mesurer, le groupe de travail a déjà sélectionné un nombre de  $X$  restreint par rapport à tous les  $X$  potentiels ; il faudra qu'à l'issue de cette étape, seuls quelques  $X$  potentiels restent candidats pour apporter une amélioration au processus.



La phase Analyser va porter sur l'analyse descriptive des  $X$  et des  $Y$  et l'analyse relationnelle entre les  $X$  et  $Y$ .

#### **4.4.2 La conduite de l'étape**

Lors de cette phase, on ne cherche pas à apporter de modification au processus, mais à comprendre les règles qui régissent son fonctionnement. Pour cela, on procède à deux types d'analyse :

- une analyse descriptive des caractéristiques observées afin de détecter d'éventuelles anomalies telles que la présence de valeurs aberrantes, une non-normalité, qui sont sources d'informations ;
- une analyse relationnelle afin de comprendre en quoi les  $X$  ont une influence sur la caractéristique  $Y$  que l'on cherche à améliorer.

Cette étape fait largement appel aux différents outils statistiques. Dans le chapitre 5, *Analyser*, on présentera en détail les principaux outils de la statistique descriptive et inférentielle que le *Black Belt* doit maîtriser pour mener à bien cette étape.

#### **Analyse du comportement des $Y$ et des $X$**

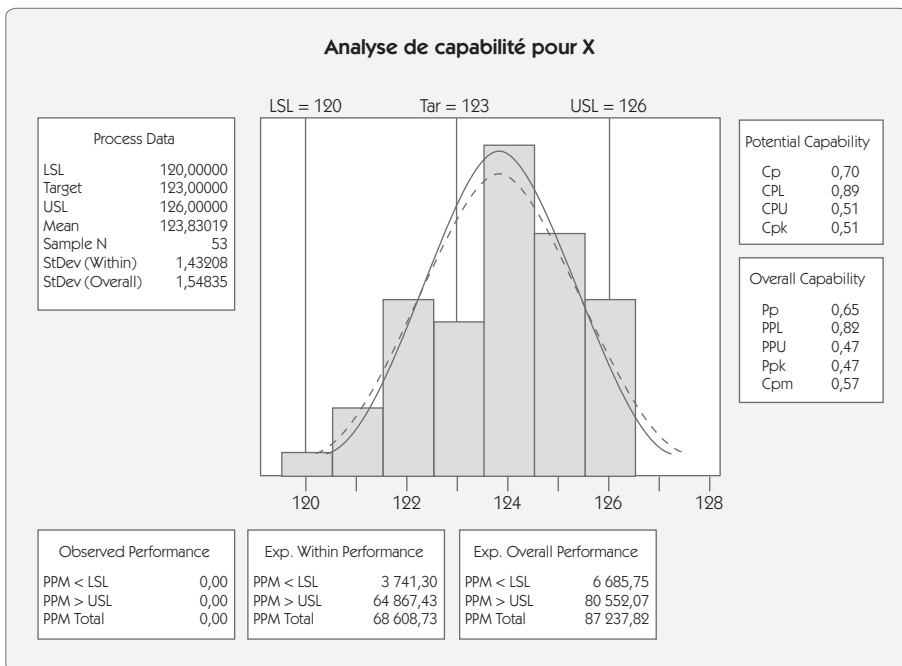
Lors de la phase « Mesurer », on a lancé un plan de collecte de données. On dispose désormais de tableaux d'observation sur une période donnée pour les  $Y$  et pour les  $X$ . La première démarche consiste à « faire parler les données ». Cette analyse peut comporter :

- une étude du comportement par rapport aux spécifications existantes ;
- une analyse statistique (moyenne, écart type, présence de valeurs aberrantes...) ;
- une analyse de normalité et l'analyse des causes en cas de non-normalité ;
- une analyse des variations dans le temps des caractéristiques afin de vérifier si la caractéristique est sous contrôle (utilisation des cartes de contrôle) ;
- une analyse des chutes de capabilité.



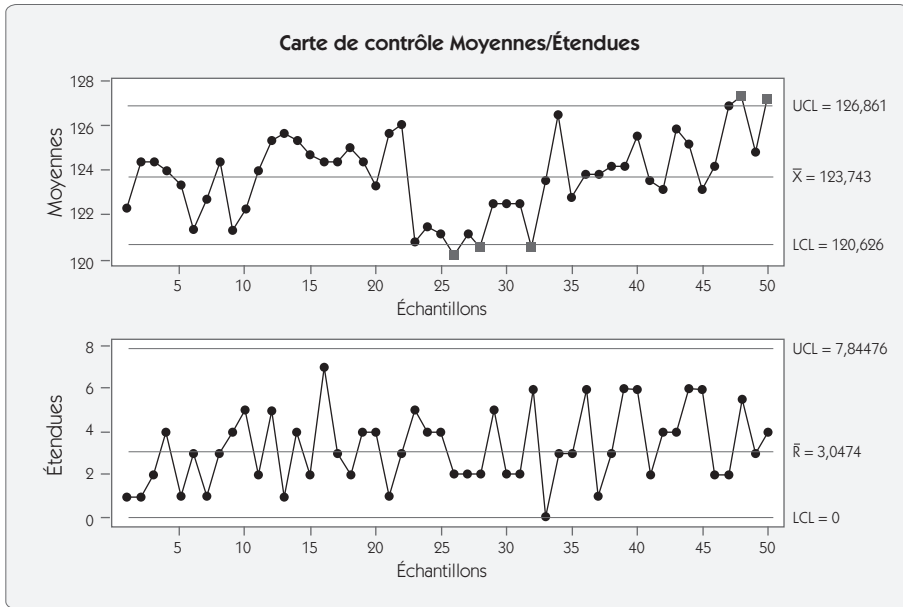
L'exemple présenté ci-après (figure 2.13) d'étude du comportement d'un X montre une population qui a visiblement fait l'objet d'un tri. Le processus qui produit cet X ne peut pas satisfaire les spécifications dans les conditions actuelles, les capacités n'en sont pas bonnes. Le tri a sans doute un coût important, est-il utile ? Quelle est l'origine de cette variabilité ? Peut-on réduire la variabilité sur cet X ? Autant de questions qui devront trouver réponse dans cette étape « Analyser » et dans l'étape « Innover/ Améliorer ».

Figure 2.13 – Étude du comportement d'un X<sup>6</sup>



6. Les graphiques et analyses sont réalisés avec Minitab – Logiciel d'analyse statistique [www.minitab.com](http://www.minitab.com).

Figure 2.14 – Analyse des variations dans le temps



Ex

Le second exemple (figure 2.14) montre l'analyse du comportement dans le temps à l'aide d'une carte de contrôle moyenne/étendue qui sera présentée au chapitre 7, *Contrôler*. Cette carte de contrôle permet de mettre en évidence, pendant l'observation, plusieurs points hors contrôle qui dénotent la variation dans le temps du centrage du processus. Cette instabilité crée une augmentation de la dispersion. Il faudra trouver les moyens d'éliminer ces dérives.

### Analyser les relations entre les X et les Y

L'étude du comportement a consisté à regarder les X et les Y de façon indépendante. Nous allons maintenant chercher à comprendre quels sont les X qui expliquent la variabilité des Y. À la fin de cette étape, on doit avoir identifié de façon claire quelles sont les quelques variables

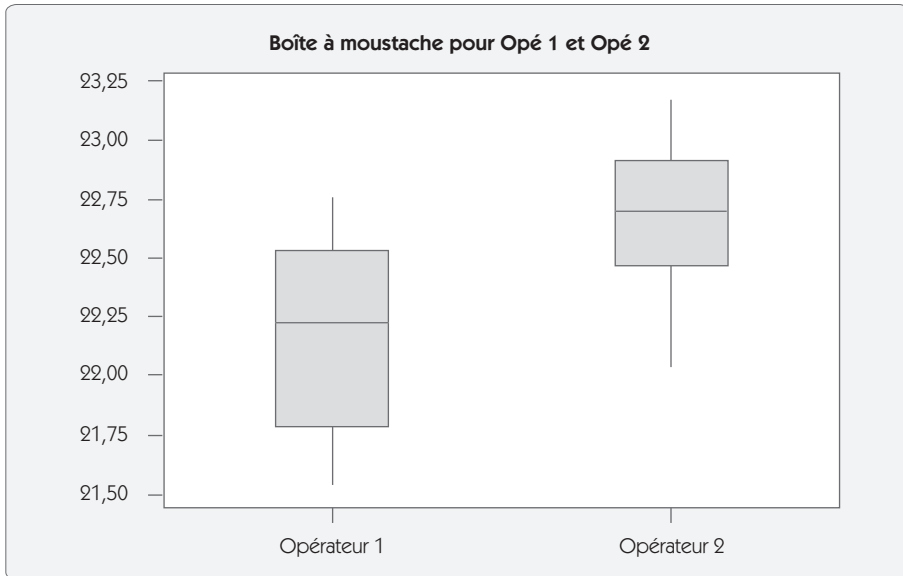
sur lesquelles il est nécessaire d'agir afin d'ajuster le paramètre de sortie  $Y$  sur la valeur désirée et de réduire sa variabilité. On dissocie en général trois types dans l'origine des variations :

- Variations de position
  - Position sur une machine multi-posages.
  - Chip particulier dans un wafer.
  - Empreinte dans un moule sur une presse à injecter.
  - Variation entre 2 machines, 2 opérateurs, 2 ateliers.
  - ...
- Variations cycliques
  - Variation d'un lot à un autre.
  - Variation d'une coulée à une autre.
  - Variation parmi un groupe d'unités (usure d'outils).
  - ...
- Variations temporelles
  - Variation d'une équipe à l'autre, matin et soir, jours de la semaine...

La question à laquelle on doit répondre est la suivante : lorsqu'un  $X$  bouge, est-ce que cela a de l'influence sur le  $Y$  ?

Pour répondre à cette question, on pourra s'aider d'outils graphiques comme la boîte à moustache (figure 2.15) qui semble montrer que le changement d'opérateur a une influence importante sur la valeur de  $Y$ . Mais cette observation n'est pas suffisante dans une approche Six Sigma : il faut en apporter la *preuve statistique*. Pour cela, on va utiliser des *tests statistiques* qui nous permettront de connaître le risque que l'on prend lorsqu'on dit qu'il y a un écart significatif entre deux situations. Ainsi, dans l'exemple cité, en réalisant un test de comparaison de moyennes, on peut dire que le risque qu'un tel écart provienne d'une variation aléatoire est de 1,6 %.

Figure 2.15 – Influence de l'opérateur sur Y



Les outils statistiques disponibles permettent de comparer des positions (moyennes) mais également des dispersions (écarts types) et des fréquences (proportions). On pourra comparer une valeur par rapport à une position théorique (par exemple, la valeur d'une moyenne par rapport à une cible), ou deux ou plusieurs populations.

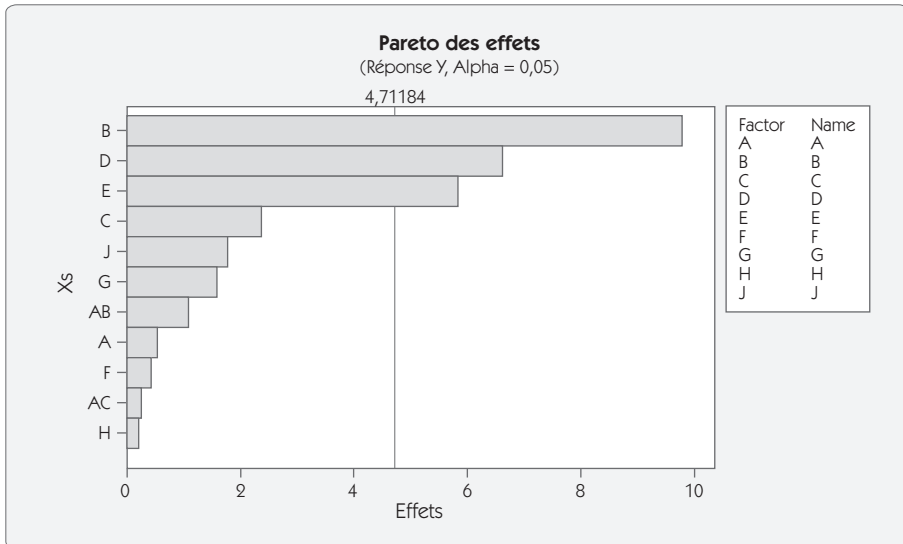
### **Hierarchiser les X et identifier les quelques X responsables de la plus grande partie de la variabilité**

Après avoir mis en évidence les principales causes de variation par les analyses statistiques que l'on a réalisées sur les données récoltées lors de l'étape « Mesurer », il faut désormais hiérarchiser les causes afin de connaître quels sont les X sur lesquels les efforts les plus importants devront être apportés lors de l'étape Innover/Améliorer.

Les outils nécessaires pour cette hiérarchisation sont encore des outils statistiques tels que l'analyse de la variance, la régression multiple ou encore les plans d'expériences. Les deux premiers seront présentés dans le chapitre 5, *Analyser*, les plans d'expériences quant à eux le seront dans le chapitre 6, *Innover*.

La hiérarchisation des  $X$  peut se présenter sous la forme d'un Pareto des effets (figure 2.16) sur lequel on note que trois effets seulement sont réellement significatifs (B, D, E) et représentent plus de la moitié de la variabilité sur  $Y$ .

**Figure 2.16 – Pareto des principales causes**



#### 4.4.3 Revue R2 – Analyser

La revue R2 est conduite par le Champion une fois que l'on considère que l'on a réalisé l'ensemble des actions de l'étape « Analyser ». La revue doit valider le fait que les actions suivantes ont été réalisées :

- **Analyse du comportement de  $Y$** 
  - Vérifier la normalité de la réponse.
  - Analyser les causes de non-normalité.
- **Analyse du comportement des  $X$** 
  - Vérifier la normalité de la réponse.
  - Analyser les causes de non-normalité.
- **Analyser les relations entre les  $X$  et les  $Y$** 
  - Compléter la liste des  $X$  agissant sur  $Y$ .
  - Compléter les mesures des  $X$  associés aux valeurs de  $Y$ .

- Analyse graphique et statistique de la relation entre les  $X$  et  $Y$ .
- Vérifier l'influence des trois types de variations (position, cycliques, temporelles).
- **Hiérarchiser les  $X$  et identifier les quelques  $X$  responsables de la plus grande partie de la variabilité**
  - Poids des  $X$  pertinents avec Anova ou Regression.
  - Focalisation sur les  $X$  les plus pertinents.
  - Prévoir un éventuel plan d'expériences pour formaliser la relation.
- **Réactualiser les gains potentiels ou déjà acquis**

## **4.5 Étape 4 – « Innover/améliorer »**

### **4.5.1 But de l'étape**

Après avoir déterminé les sources potentielles de la dispersion lors de l'étape d'analyse, il s'agit maintenant d'améliorer le processus afin de le centrer sur la cible et de diminuer sa variabilité. C'est à cela que cette étape d'amélioration s'emploie.

Elle peut se dissocier en quatre phases :

- une phase de créativité dans laquelle le groupe de travail doit imaginer les solutions que l'on peut apporter pour atteindre l'objectif ;
- une phase d'expérimentation pour ajuster les paramètres du processus ;
- une phase d'analyse des risques ;
- une phase de planification des changements.

### **4.5.2 La conduite de l'étape**

#### **Synthèse des connaissances acquises**

L'étape Innover/Améliorer doit commencer par une synthèse des connaissances acquises au cours des étapes précédentes. De nombreuses analyses ont été conduites afin de réduire le nombre de  $X$  potentiels. Il

est indispensable de rappeler au groupe de travail les principales conclusions auxquelles on est arrivé après ces analyses, les certitudes que l'on a et les interrogations qui persistent.

### **Générer des solutions**

Si, dans les étapes précédentes, on s'est interdit de modifier la configuration du processus pour ne pas perturber la saisie des données, il faut ici au contraire imaginer les modifications qui peuvent être apportées au processus pour atteindre l'objectif fixé en début de projet.

Ce peuvent être des modifications technologiques importantes, mais aussi des modifications sur le niveau des  $X$  pour ajuster la valeur de  $Y$  sur la cible souhaitée et diminuer sa dispersion.

Les outils utilisés dans cette phase seront les suivants :

- le déballage d'idées pour développer la créativité du groupe et générer un maximum de solutions potentielles ;
- les outils de classification permettant de choisir parmi les différentes solutions proposées les plus prometteuses, qui seront testées.

Cette phase de génération de solution est suivie d'une étape très importante : la phase expérimentale.

### **Valider les solutions par une démarche expérimentale**

L'expérimentation est indispensable pour satisfaire deux points essentiels à la démarche :

- trouver la meilleure configuration des facteurs ;
- prouver statistiquement l'amélioration apportée.

En effet, à l'issue de l'étape « Analyser », on a identifié les facteurs  $X$  responsables de la variabilité de  $Y$ . Mais il reste à trouver la meilleure configuration de chacun de ces  $X$  sachant qu'il est possible qu'il existe des interactions entre l'ensemble de ces  $X$ .

L'outil privilégié à ce stade reste les plans d'expériences parfaitement adaptés pour étudier un nombre restreint de paramètres sélectionnés (moins de 10). Ils permettent en effet avec un nombre d'expériences



restreint de déterminer de la façon la moins ambiguë possible l'influence de chacun des  $X$ , ainsi que les éventuelles interactions entre eux. À la fin de cette étape, on doit avoir trouvé une configuration du processus de production qui permette d'atteindre le niveau de qualité « Six Sigma ».

### Analyser les risques

Chaque fois que l'on modifie quelque chose sur un processus, il faut se poser la question suivante : quels sont les risques que cette modification fait peser sur mon client ? Aussi, avant de valider définitivement le plan de mise en œuvre de la solution, on doit réaliser une étude de risque en réalisant une AMDEC (Analyse des Modes de Défaillances, de leurs Effets et de leurs Criticités).

### Planifier la mise en œuvre de la solution

Une fois la solution retenue, on doit en planifier la mise en œuvre. Cette planification doit prendre en compte l'identification des différents acteurs de ce changement qui dépassent souvent le cadre du groupe de travail « Six Sigma ». On doit considérer également les différentes tâches à réaliser et leurs liaisons afin de pouvoir réaliser un Gantt.

Lors de chaque étape, on doit identifier un responsable, une production, un délai et un coût (figure 2.17).

**Figure 2.17 – Liste des tâches**

| N° | Étape                  | Responsable | Production                     | Délai | Coût    |
|----|------------------------|-------------|--------------------------------|-------|---------|
| 1  | Achat régulateur       | PTO         | Nouveau régulateur sur machine | S39   | 6 500 € |
| 2  | Modification processus | PTO         | Documents de poste à jour      | S44   |         |
| 3  | Formation du service   | HRE         | Personnel formé                | S45   | 2 000 € |
| 4  | ...                    | ...         | ...                            | ...   | ...     |

### 4.5.3 Revue R3 – Innover/Améliorer

La revue R3 est conduite par le Champion lorsque l'on considère que l'ensemble des actions de l'étape « Innover/Améliorer » a été réalisé. La revue doit valider le fait que les actions suivantes ont été réalisées :

- **Générer des solutions**
  - Réalisation d'un déballage d'idées.
  - Classer les solutions pour choisir les plus prometteuses.
- **Valider les solutions par une démarche expérimentale**
  - Établir pour chaque action retenue le processus expérimental qui apportera la preuve statistique (test de comparaison, analyse de la variance, plans d'expérience).
  - Réaliser les essais.
  - Vérifier que les  $X$  principaux sont significatifs statistiquement.
  - Choisir le niveau des  $X$  pour obtenir le centrage et la réduction de la dispersion.
  - Programmer des essais de confirmation.
- **Analyser les risques**
  - Réalisation d'une AMDEC pour valider la solution retenue.
- **Planifier la mise en œuvre de la solution**
  - Identifier les acteurs.
  - Identifier les étapes.
  - Faire la planification du changement.
- **Actualiser les gains et les coûts**

## 4.6 Étape 5 – « Contrôler »

### 4.6.1 But de l'étape

Le processus ayant été amélioré lors de l'étape 4, il faut désormais tout mettre en œuvre pour garantir que ces améliorations seront maintenues et que le processus ne se dégradera pas. Cette étape va donc consister à mettre en place la structure permettant de mettre « sous contrôle le processus ». Les outils de base de cette étape seront la documentation du poste de travail et les cartes de contrôle.

## 4.6.2 La conduite de l'étape

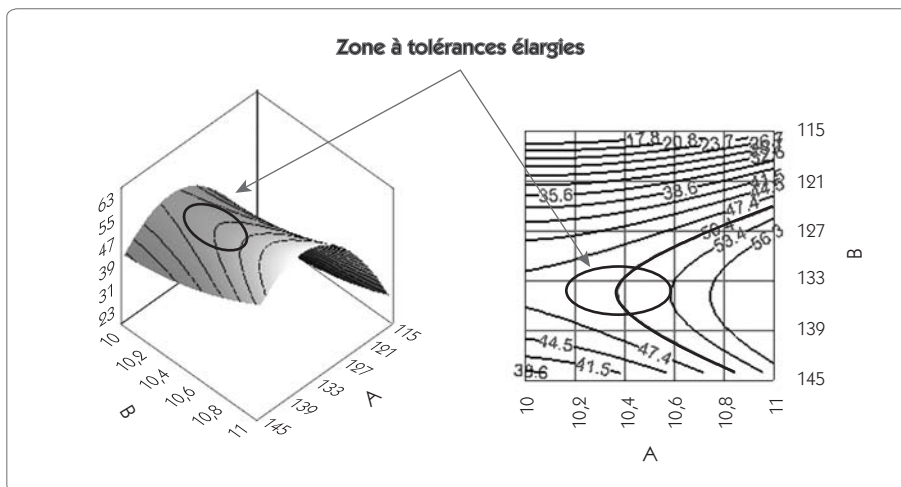
À ce stade de l'étude, les quelques  $X$  responsables de la grande partie de la variabilité sur  $Y$  sont identifiés. Nous devons tout mettre en œuvre pour contrôler ces  $X$  afin de garantir la satisfaction du client.

### Déterminer les tolérances pour les $X$ critiques

Les étapes précédentes ont permis de faire la liaison entre la caractéristique critique pour le client  $Y$  et les caractéristiques  $X$ . Lors de la première phase de l'étape « Contrôler », on va donc valider les tolérances que l'on utilise sur les caractéristiques  $X$  afin de garantir  $Y$ .

En premier lieu, on va placer la cible sur  $X$  pour atteindre  $Y$ . Il y a en général plusieurs solutions et il faut choisir la solution qui donnera le plus de liberté possible pour les tolérances sur  $X$ . Prenons l'exemple de la représentation 3D de la figure 2.18 montrant l'influence de deux paramètres  $A$  et  $B$  sur une réponse  $Y$  dont la valeur cible est 50. Sur les lignes de niveau, on constate qu'il existe de nombreuses configurations permettant d'obtenir cette valeur 50. Cependant, en se plaçant dans la zone à tolérance « élargie », la surface de réponse montre un plateau qu'il faut exploiter. Dans cette zone, la réponse  $Y$  sera très peu sensible aux variations de paramètres  $A$  et  $B$ .

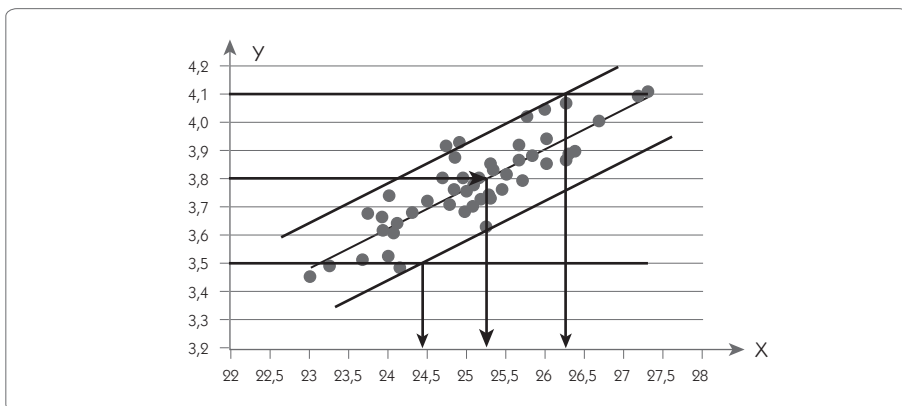
Figure 2.18 – Détermination de tolérances élargies



Après avoir déterminé la cible, on doit valider les limites de spécifications. Sur le graphique suivant (figure 2.19), on donne un exemple du travail que devra réaliser le *Black Belt* dans cette phase. La tolérance souhaitée sur  $Y$  est l'intervalle  $[3.5 - 4.1]$  et on a montré une corrélation entre les  $X$  et  $Y$ . Graphiquement (mais on apprendra également à le faire par calcul), on peut facilement déterminer les limites sur  $X$  qui permettent de « garantir » le respect des spécifications sur  $Y$ .

Le cas présenté est relativement simple, une seule caractéristique est corrélée avec  $Y$ . Cette phase devra prendre en compte les cas plus complexes où  $Y$  dépend de plusieurs caractéristiques  $X$ .

**Figure 2.19 – Tolérance sur  $X$  versus tolérance sur  $Y$**



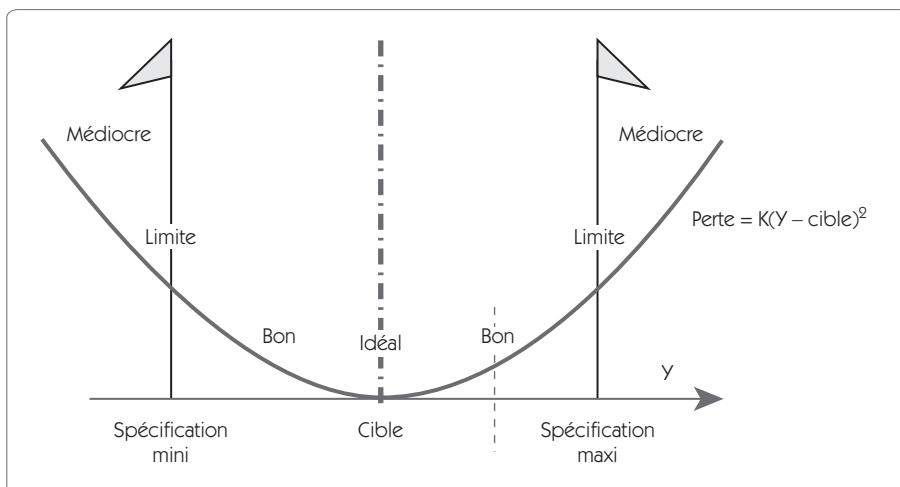
Cette phase a aussi une autre fonction qui est d'assurer la robustesse des spécifications par rapport aux bruits. Rappelons qu'on appelle bruit toutes les caractéristiques qui varient indépendamment de la volonté de l'entreprise. Il peut y avoir des bruits sur le processus de production (vibrations, variation de température...) ou sur le produit (conditions d'utilisation, température...).

Pour valider la robustesse, on étudiera à partir des données récoltées dans les étapes précédentes l'influence des  $X$  sur la dispersion de  $Y$  afin de choisir la configuration qui minimise cette dispersion.

## Mettre les X critiques sous contrôle

Après avoir validé les cibles et les tolérances sur les X critiques, il faut mettre en œuvre toutes les actions pour garantir le respect de la cible. En effet, au-delà du respect de la tolérance, Six Sigma demande aussi que l'on respecte le centrage des caractéristiques sur la cible.

Figure 2.20 – Fonction perte de Taguchi



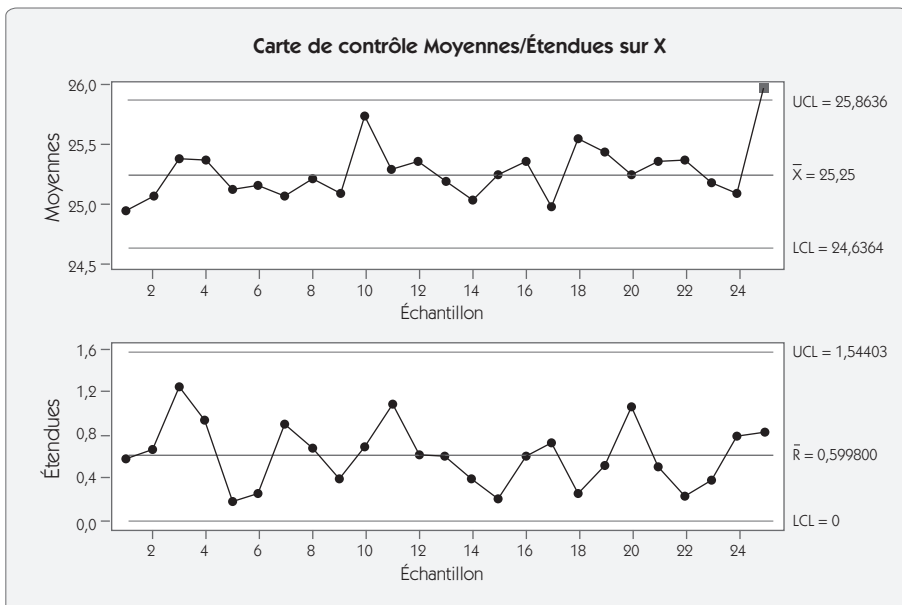
Si l'on examine la perte financière générée par un écart sur X par rapport à la cible, on peut démontrer qu'elle augmente proportionnellement avec le carré de cet écart de façon continue (fonction perte de Taguchi). Il est donc important de produire le plus de produits possible sur la cible et pas forcément simplement à l'intérieur des tolérances.

Pour cela, on doit d'abord formaliser les règles de pilotage et d'intervention sur le processus en documentant le poste de travail, mais aussi en adoptant une méthode et une habitude de travail qui facilitent le respect de la cible. Cette phase est à coupler avec différentes actions d'amélioration des performances industrielles telles que :

- le 5S qui vise à maintenir un environnement sain et propice à la performance ;
- le TPM (Total Productive Maintenance) qui vise à donner aux collaborateurs les plus proches des moyens de production la possibilité de les maintenir dans les meilleures conditions de fonctionnement ;
- l'autocontrôle qui vise à réaliser les contrôles et vérifications là où sont produites les caractéristiques...

Enfin, il faut donner les moyens aux opérateurs de détecter au plus tôt les décentrages par rapport à la cible en utilisant les cartes de contrôle (figure 2.21).

**Figure 2.21 – Carte de contrôle Moyennes/Étendue**





Dans cet exemple, on a calculé les limites naturelles du processus en se basant sur la moyenne historique [24,64 – 25,86]. Tant que la moyenne des échantillons prélevés reste dans ces limites, on ne peut pas conclure à un décentrage, aucune intervention n'est utile. Lorsqu'un point sort des limites (comme c'est le cas pour le 25<sup>e</sup> échantillon), il y a une forte probabilité que le processus soit décentré et qu'il requière une intervention.


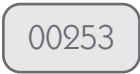
Toutes les caractéristiques critiques susceptibles de dériver en position ou en dispersion devront faire l'objet d'un tel suivi.



## Éliminer les causes d'erreur

### Mise en place de Poka Yoke

La meilleure façon de garantir que le processus reste sous contrôle consiste à introduire des points « zéro défaut » garantissant la qualité des produits. Plutôt que de chercher à éliminer le défaut par un contrôle, il faut rechercher un dispositif qui évite de produire le défaut. C'est le rôle assigné aux points « zéro défaut », appelés également Poka Yoke. Il existe plusieurs types de points « zéro défaut » que l'on peut classer en quatre grandes catégories (figure 2.22).

Figure 2.22 – Les Poka Yoke

| Type  | Fonction  | Exemples  |
|---|---|---|
| Par contact<br>      | Détecter les défauts de formes et de dimensions en utilisant le contact entre les éléments. | Présence d'un détrompeur qui garantit que l'on a posé la bonne pièce dans la bonne position.<br>Forme de la prise de connexion d'une souris d'ordinateur. |
| Valeur constante<br> | Compter ou détecter une valeur préalablement fixée.   | Détection automatique du niveau de remplissage d'une cartouche d'encre, redondant avec une pompe doseuse.   |

|  |   |  |
|--|---|--|
| <p>Contrôle de mouvement</p>  | <p>Détecter si toutes les étapes du procédé ont été effectuées.</p>   | <p>Une caméra vérifie si les pièces ont toutes été déposées.<br/>Un automate n'autorise la réalisation d'une opération que si l'opération précédente a été réalisée.</p> |
| <p>Alerte sensorielle</p>     | <p>Utiliser les sens de l'opérateur pour rendre presque impossible l'apparition d'erreurs (code de couleurs, formes particulières, symbole...).</p> | <p>Un signal sonore est émis si l'opérateur exerce une pression trop forte au montage.<br/>Un signal sonore est émis si le conducteur oublie ses phares.</p>             |

La standardisation aide aussi à la réduction du nombre d'erreurs. Par exemple, l'utilisation systématique du rouge pour les rebuts, ou celle de signaux jaunes pour les points qui méritent une maintenance préventive...

### Documentation du poste de travail

Un autre point important dans l'élimination des causes d'erreur est la documentation du poste de travail. Chaque amélioration apportée doit être formalisée dans une documentation qui peut prendre la forme :

- d'une instruction de travail ;
- d'une instruction de contrôle ;
- d'une procédure...

Il ne s'agit pas de faire un document exhaustif, mais qui soit suffisamment explicite pour les trois cas d'utilisation :

- présence d'un nouveau collaborateur au poste ;
- reprise de l'opération après un temps d'inexploitation ;
- audit du poste.

### 4.6.3 Revue R4 – Contrôler

La revue R4 vient conclure cette étape « Contrôler » en validant le fait que les différentes actions rapportées ci-après ont bien été réalisées :

- **Déterminer les tolérances pour les X critiques**
  - Valider la cohérence avec les tolérances sur Y.



- S'assurer que la solution mise en place est robuste par rapport au bruit.
- **Mettre les X critiques sous contrôle**
  - Déterminer le plan de surveillance.
  - Mettre en place les cartes de contrôle nécessaires.
  - Faire le suivi des capacités.
- **Éliminer les causes d'erreur**
  - Mettre en place des systèmes « zéro défaut », là où c'est possible.
  - Documenter le poste de travail.
- **Évaluation des gains obtenus/gains escomptés**

## **4.7 Étape 6 – « Standardiser/Pérenniser »**

### **4.7.1 But de l'étape**

Le but de cette sixième et dernière étape est de mettre en place l'ensemble des procédures pour que la solution choisie devienne pérenne. Cette étape permettra également de faire le bilan du projet, de faire circuler dans l'entreprise les résultats et de diffuser les bonnes pratiques sur d'autres postes, là où c'est possible. Enfin, cette étape est le moment de faire montre de reconnaissance envers les membres du groupe afin qu'ils aient un juste retour par rapport aux efforts accomplis.

Cette étape est parfois confondue avec l'étape « Contrôler ». Cependant, de plus en plus, les entreprises séparent en deux cette phase finale d'un projet Six Sigma pour mieux faire ressortir les notions de standardisation et de pérennisation qui ne peuvent intervenir qu'après la mise sous contrôle du processus. De même, la conclusion et le bilan du projet sont des phases importantes qui ne sont pas du domaine de la mise sous contrôle du processus.

### **4.7.2 La conduite du projet**

Après l'étape « Contrôler », les caractéristiques essentielles sont sous contrôle, nous devons désormais tout faire pour pérenniser la solution.

## Simplifier là où c'est possible la solution adoptée

L'expérience montre qu'il est parfois plus facile de faire des progrès sur un sujet que d'en conserver le bénéfice dans le temps. C'est notamment le cas lorsque l'application d'une solution demande un effort particulier. S'il est possible de faire ces efforts pendant un certain temps, il y a fort à parier qu'avec le temps, la discipline se relâchera, que l'on fera de moins en moins d'efforts et que les bénéfices de l'action s'estomperont.

Il faut aborder avec simplicité ce problème du maintien de la solution dans le temps. Avec un certain recul par rapport à l'application, on doit se poser la question : « Est-il utile, possible, de simplifier l'application de la solution adoptée ? »



Par exemple, pour mettre sous contrôle la solution, on réalise un réglage délicat sur une machine. Cette solution donne satisfaction, mais demande un effort important au collaborateur. Si on maintient cette solution, avec le temps, les réglages seront réalisés de façon moins fine voire plus du tout ! Cette phase veillera à ce qu'il soit procédé aux modifications nécessaires sur la machine pour faciliter ce réglage.

## Finaliser l'ensemble des procédures d'automatisation

Dans la phase « Contrôler », on a déjà documenté le processus et les procédures de pilotage. Pour en garantir la pérennité, il faut s'assurer que les procédures et instructions sont bien comprises et appliquées. Dans le cas contraire, il faudra reprendre ces documents et revoir les méthodes de travail.

Cette phase est initiée par un audit qui doit valider le fait que l'ensemble des décisions qui ont été prises lors du projet Six Sigma sont bien consignées dans la documentation du processus, et appliquées.

Tous les écarts doivent être analysés et les actions doivent être prises afin de garantir la pérennité des progrès :

- simplification de la solution ;
- modification de la documentation ;
- formation des collaborateurs...

### **Identifier les « bonnes pratiques » et dupliquer**

Lorsqu'une bonne pratique est identifiée dans le cadre d'un projet Six Sigma, on doit la formaliser et la déployer dans les autres secteurs de l'entreprise.

### **Faire le bilan du projet, comparer**

Le bilan du projet doit porter tout à la fois sur les plans financier, technique, humain et méthodologique.

**Bilan financier** : parvenu à la fin du projet, on doit faire le bilan final des gains et des coûts du projet, et comparer ce bilan avec les prévisions qui avaient été faites dans l'étape « Définir ».

**Bilan technique** : un certain nombre d'apports techniques, de nouvelles connaissances, ont été collectés lors de ce projet. On doit en faire la synthèse et rechercher si les solutions apportées ne peuvent pas faire l'objet de nouvelles « bonnes pratiques » de l'entreprise qui méritent d'être formalisées et dupliquées.

**Bilan humain** : au cours de ce projet, des personnes se sont investies, on doit donc faire le bilan des apports de chacun au projet mais aussi des enrichissements que chacun en a retiré.

**Bilan méthodologique** : Six Sigma n'est pas une approche figée. Derrière une trame méthodologique bien rodée, chaque entreprise doit trouver sa voie dans Six Sigma. Aussi chaque nouveau projet se doit d'enrichir l'approche de Six Sigma. Les points forts du projet doivent devenir des exemples qui seront utilisés dans les formations des futurs *Black Belts* et *Green Belts* de l'entreprise.

### **Clore le projet et fêter ses résultats**

Enfin, on peut clore le projet en remplissant sa fiche de clôture et en documentant tous les éléments de suivi des projets Six Sigma.

Il faut alors communiquer sur la conduite du projet. Chaque projet est une expérience, et on est en droit d'attendre de son partage :

- une réflexion *a posteriori* toujours intéressante pour celui qui expose le projet ;
- une expérience supplémentaire pour ceux qui suivent l'exposé ;
- des idées sur d'autres projets qui pourraient être lancés ;
- des idées sur des démultiplications possibles...

Pour terminer, la convivialité étant source de créativité dans les groupes, il ne faut pas hésiter à fêter les résultats pour en stimuler de nouveaux.

### 4.7.3 Revue R5 – Standardiser/Pérenniser

La revue R5 vient conclure cette sixième étape, en marquant la fin du projet.

- **Simplifier là où c'est possible la solution adoptée lors de la démarche Six Sigma**
  - Rechercher ce qui demande un effort et qui risque d'en compromettre la pérennité.
  - Simplifier la solution.
- **Finaliser l'ensemble des procédures d'autocontrôle afin de pérenniser la solution**
  - Réaliser un audit du processus.
  - Mesurer les écarts par rapport à la documentation.
  - Mettre à jour la documentation et mettre en conformité les faits.
- **Identifier les « bonnes pratiques » et dupliquer**
  - Faire le bilan efficacité/efficience.
  - Identifier les déploiements possibles.
  - Formaliser la bonne pratique.
  - Déployer.
- **Faire le bilan du projet, comparer**
  - Tirer les leçons de l'ensemble du projet.
  - Sélectionner les bonnes idées à partager, étendre la solution à d'autres processus si c'est possible.

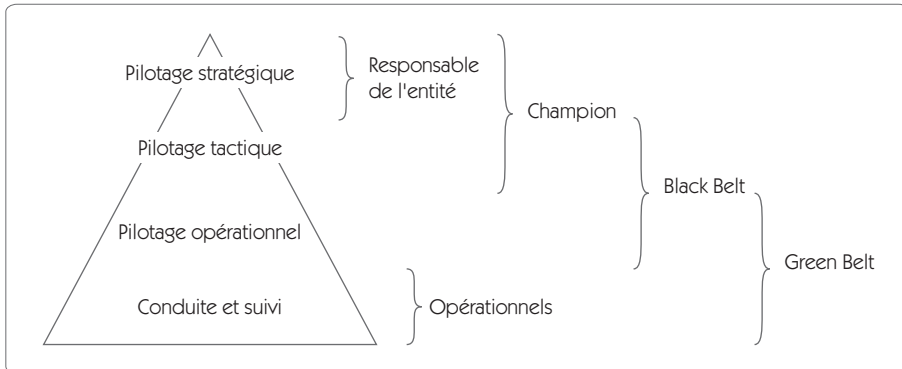
- **Clôturer le projet et fêter ses résultats**
  - Documenter l'ensemble du projet.
  - Communiquer sur la réussite de l'action.

## **5. Six Sigma : une organisation des compétences**

Nous avons développé les différents objectifs de Six Sigma (philosophie de la qualité tournée vers la satisfaction totale du client et réduction de la variabilité) ainsi que les méthodes proposées pour atteindre ces objectifs ( $z$ , un indicateur du niveau de qualité, et DMAICS, une démarche de résolution de problème). Pour mettre en œuvre une telle approche, il faut des hommes ayant des compétences et des responsabilités bien définies. Cela suppose aussi de former son personnel et de déterminer des rôles particuliers pour les individus qui vont conduire le changement. Pour illustrer la définition des rôles de chacun, l'entreprise General Electric s'est appuyée sur des dénominations marquantes telles que *White Belt*, *Green Belt*, *Black Belt*, *Master Black Belt* et *Champion*. D'une entreprise à l'autre, on parlera par exemple aussi bien d'équipier, de pilote, de coach, le tout étant que les fonctions soient remplies pour garantir le succès du déploiement de Six Sigma dans l'entreprise.

## 5.1 Les différents niveaux de pilotage

Figure 2.23 – Les différents niveaux de pilotage



Comme pour toutes autres activités, le pilotage d'une démarche Six Sigma doit reposer sur les quatre couches : stratégique, tactique, opérationnelle, conduite et suivi.

**Stratégique** : on procède à la mise en place de Six Sigma à partir d'objectifs en termes de coûts, de performances internes, de satisfaction clients et de perception externe, et enfin de parts de marché et de positionnement vis-à-vis de la concurrence. Pour atteindre ces objectifs, il faut alimenter les moteurs du progrès en donnant une vision claire sur la façon dont on veut que les choses avancent. Ces engagements sont forcément pris au niveau le plus haut de l'entreprise en impliquant fortement les Champions.

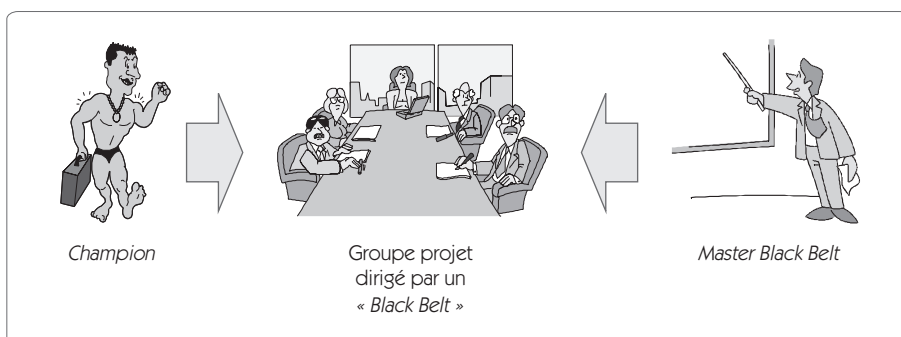
**Tactique** : le pilotage tactique n'est autre que la traduction des décisions stratégiques au niveau des services opérationnels. Il va consister à faire les choix des chantiers Six Sigma qui méritent d'être développés et à donner les moyens aux équipes de conduire ces projets. Le Champion est fortement impliqué dans cette phase, assisté du *Black Belt* pour le choix des chantiers.

**Opérationnel** : le pilotage opérationnel va principalement consister à conduire les chantiers Six Sigma notamment au travers de l'utilisation de la démarche DMAICS que nous avons décrite. Le *Black Belt* est donc leader dans cette couche de pilotage, assisté par les membres de son équipe, les *Green Belts*.

**Conduite et suivi** : cette couche très applicative va consister à appliquer les décisions qui sortent de la démarche DMAICS. Elle va impliquer tous les opérationnels du processus concerné, dont les *Green Belts* qui sont notamment destinés à être des opérationnels.

## 5.2 Les différents rôles

Figure 2.24 – Les rôles dans une organisation Six Sigma



Pour être efficace, Six Sigma s'organise autour de plusieurs personnes clés qui ont chacune une compétence particulière et un rôle particulier. Les deux personnages les plus importants sont le *Black Belt* (ceinture noire) et le Champion.

### Le Champion

Un Champion est choisi par le patron de l'entreprise. Il a la responsabilité du déploiement de Six Sigma dans un secteur de l'entreprise. Typiquement, un Champion est un responsable de l'exécutif avec un haut niveau de responsabilité. Ce peut être le responsable d'un site, ou un responsable qui a une fonction importante dans l'entreprise. Il doit faire partie du comité de direction.

Il peut y avoir deux types de Champion : les Champions « déploiement » et les Champions « projet ».

Les Champions « déploiement » ont en charge le succès du déploiement de Six Sigma dans un secteur de l'entreprise. Ils doivent avoir une solide expérience de management au niveau stratégique et tactique, et dans la conduite de changements majeurs.

Les Champions « projet » doivent superviser les *Black Belts* d'une unité de l'entreprise. Ils se focalisent sur les projets. Ils s'investissent dans le choix des projets à réaliser et fournissent un support en faisant disparaître – si besoin est – les barrières culturelles. Ils doivent s'assurer que les ressources sont disponibles tant en hommes qu'en matériels.

Ils réalisent les évaluations de performance avec comme référence les meilleurs systèmes, créent une vision opérationnelle et développent un plan de déploiement de Six Sigma.

Ils connaissent parfaitement la philosophie de Six Sigma ainsi que les principes afférents et théories sous-jacentes. Le Champion suit activement l'évolution des projets, étant notamment responsable de l'organisation des revues de projets qui ponctuent chaque fin d'étape. Ces revues sont l'occasion pour le Champion « projet » de vérifier que les objectifs fixés sont toujours en ligne de mire et de se mettre au courant des éventuels obstacles qu'il faudra faire disparaître.

Ils n'ont pas à avoir le niveau de connaissance opérationnelle (notamment statistique) des *Black Belts*, mais doivent quand même disposer des bases leur permettant de saisir l'objectif et d'interpréter les résultats des principaux outils utilisés dans une démarche Six Sigma.

Les Champions sont très importants, ils donnent sa cohésion à la démarche Six Sigma en reliant chaque projet aux objectifs stratégiques de l'entreprise et en évitant la variabilité... dans la méthode.

### **Le *Black Belt* (ceinture noire) ou pilote Six Sigma**

Le *Black Belt* a pour rôle de piloter le groupe de travail. Il est affecté à 100 % sur l'avancement des projets Six Sigma. Voici en quoi consiste son rôle :

- Il anime le projet.
- Il forme le groupe de travail.



- Il utilise les outils et la méthode Six Sigma.

Pour pouvoir être *Black Belt*, il faut cumuler deux compétences : une compétence dans les outils de la qualité, et plus particulièrement dans les outils statistiques, et une compétence dans le management d'une équipe.

Réunir ces compétences est relativement rare dans les entreprises. La formation d'un *Black Belt* demande en général que l'on mette en place une solide formation en statistique et en méthode de résolution de problèmes.

Le *Black Belt* ne dispose pas de pouvoir hiérarchique sur l'équipe Six Sigma. Il doit pouvoir cependant être perçu comme un leader. Pour cela, il doit être capable de transmettre l'enthousiasme et de susciter l'implication de tous les membres du groupe.

Il a une responsabilité importante dans la conduite du projet Six Sigma, notamment dans le choix des outils à utiliser, le management des risques liés au projet et les résultats obtenus.

Le nombre de *Black Belts* nécessaires à la conduite du changement dans une entreprise est d'environ de 1 pour 100 employés.

### **Le *Green Belt* (ceinture verte)**

Les *Green Belts* sont des employés affectés sur un projet Six Sigma pour une partie de leur temps. La formation reçue est plus légère que celle des *Black Belts*, mais suffisante cependant pour mener à bien en autonomie de petits projets dans le cadre de leur travail et participer efficacement à des projets plus ambitieux menés par des *Black Belts*. Ce sont souvent les *Green Belts* qui réalisent les expérimentations nécessaires, organisent les saisies de données requises, conduisent la mise en place de carte de contrôle...

En participant activement aux projets Six Sigma conduits par des *Black Belts*, le *Green Belt* se forge une expérience qui lui vaut d'intégrer les concepts et la philosophie de Six Sigma avec, à terme, la possibilité d'évoluer vers la formation de *Black Belt*.

### **Le *White Belt***

Peu d'entreprises utilisent cette notion de *White Belt*. Un *White Belt* est un employé qui a reçu une formation basique de quelques heures sur les fondamentaux de Six Sigma et sur les outils de base de la conduite des étapes « Mesurer », « Analyser », « Innover », « Contrôler ». C'est un minimum pour pouvoir participer à une équipe Six Sigma.

### **Le *Master Black Belt***

Le *Master Black Belt* fait office d'expert à la fois dans l'utilisation des outils et de la méthode et dans la connaissance des fondamentaux de Six Sigma. Il fait partie de l'entreprise dans le cas de grandes sociétés, ou il est consultant dans le cas d'une entreprise de taille plus modeste. Son rôle est à facettes multiples. Il assiste tant le Champion dans la sélection des projets que les *Black Belts* dans la conduite de leur projet.

Il est formateur aussi bien des futurs Champions que des futurs *Black Belts*, et il joue un rôle important de veille technologique pour améliorer et développer la méthode.

Il a une responsabilité importante dans le déploiement de la méthode dans l'entreprise. À cette fin, il doit créer une dynamique Six Sigma en organisant des conférences, des échanges d'expériences, des formations complémentaires. Six Sigma n'est pas une méthode fermée, au contraire, elle est en perpétuelle mutation pour s'adapter aux évolutions de l'entreprise. Le *Master Black Belt* doit favoriser cette évolution en incitant les *Black Belts* à investir de nouveaux horizons au travers des congrès scientifiques, des réunions de professionnels sur les sujets proches de Six Sigma, des visites d'entreprises.







Bien sûr, pour devenir *Master Black Belt* il faut un niveau de formation très élevé, mais la partie la plus importante en est l'expérience dans la conduite de projets Six Sigma. On devient *Master Black Belt* lorsque l'on a conduit plusieurs dizaines de projets avec succès.

## **5.3 La formation des intervenants**

La mise en œuvre de Six Sigma requiert nécessairement un important niveau de formation. Mais cela ne suffit pas, il faut que cette formation soit couplée avec une expérience de mise en œuvre de la démarche.

Voilà pourquoi la formation des *Black Belts* propose en alternance des temps de formation théorique et des temps de pratique en entreprise. Typiquement, la formation d'un *Black Belt* suit la logique du schéma présenté ci-après (figure 2.25).

**Figure 2.25 – Exemple de formation d'un *Black Belt***

|  |  |
|--|--|
| <br><b>Définir</b>        | <p><i>1 session de formation de 4 jours</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>  Tour d'horizon de la méthode et définition de Six Sigma</li> <li>  Identification de CTQ</li> <li>  La charte du projet</li> </ul> <p><b>3 semaines d'application</b></p> |
| <br><b>Mesurer</b>        | <p><i>1 session de formation de 5 jours</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>  Bases statistiques</li> <li>  La mesure et l'observation des processus</li> <li>  Étude de capabilité</li> </ul> <p><b>3 semaines d'application</b></p>                   |
| <br><b>Analyser</b>     | <p><i>1 session de formation de 5 jours</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>  Analyse descriptive des données</li> <li>  Identifier les sources de variation</li> </ul> <p><b>3 semaines d'application</b></p>  |
| <br><b>Améliorer</b>    | <p><i>1 session de formation de 5 jours</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>  Plans d'expériences</li> <li>  Optimisation des procédés</li> </ul> <p><b>3 semaines d'application</b></p>  |
| <br><b>Contrôler</b>    | <p><i>1 session de formation de 5 jours</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>  Validation des tolérances</li> <li>  Mise sous contrôle d'un procédé</li> </ul> <p><b>3 semaines d'application</b></p>  |
| <br><b>Standardiser</b> | <p><i>1 session de formation de 4 jours</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>  Pérennisation d'un procédé</li> <li>  Déployer les « bonnes pratiques »</li> </ul>  |

Pour chaque étape, le *Black Belt* passe une semaine en formation et trois semaines en entreprise pour développer son projet. Le temps en entreprise peut néanmoins être considéré comme un temps de formation, car le premier projet est étroitement suivi par un *Master Black Belt* qui va épauler le *Black Belt* en formation. La formation peut être succinctement décrite comme deux semaines dédiées à la méthodologie et quatre semaines consacrées à la maîtrise d'outils statistiques : une semaine de statistique de base associée aux sept outils de la qualité, une semaine d'analyse de données, une semaine de conception d'expériences et une semaine de « maîtrise statistique des procédés ».

La première et la dernière session de formation sont plus conceptuelles. La première est orientée vers la philosophie et les fondamentaux de Six Sigma, la dernière vers le maintien des résultats obtenus et le déploiement des bonnes pratiques.

Ainsi, pour chaque acteur de Six Sigma, on trouve une formation spécifique. La formation des Champions est un peu plus restreinte sur les aspects méthodes et outils, mais couvre néanmoins tous les aspects de l'approche. La formation de *Green Belt* couvre également tous les aspects de la démarche mais en se restreignant aux outils de base.

## 6. Six Sigma un management par projet

### 6.1 Le management par projets

Pour gérer le déploiement de Six Sigma dans une entreprise, il faut être capable de gérer en parallèle de nombreux projets. Si cette gestion n'est pas formalisée, il y a fort à parier que la plupart des projets qui seront lancés seront voués à l'échec, ou à un dépassement de délai ou de budget.

Les méthodes de management par projets apportent une démarche pragmatique et transverse afin de s'assurer qu'on les maîtrise à l'échelle de l'entreprise. Dans une structure traditionnelle, lorsqu'on fait le point sur l'ensemble des « projets » en cours, on en consigne vite

un nombre impressionnant. Rapportés au nombre de collaborateurs et de ressources disponibles, il n'est pas étonnant que tous ces projets soient « en cours », depuis si longtemps, sans aboutir.

Pour que les projets aboutissent, il faut qu'ils soient gérés au plus haut niveau de l'entreprise, et il faut nécessairement faire des choix dans l'allocation des ressources. Ce travail est attribué au *comité de pilotage* qui regroupe le responsable de l'entreprise et ses principaux collaborateurs.

L'organisation par projet requiert que l'on s'appuie sur une structure de fonctionnement matricielle, en rupture avec les organisations traditionnelles hiérarchiques. Sans détruire la notion indispensable de hiérarchie dans l'entreprise, elle demande une organisation dynamique d'équipes renouvelées à chaque projet et regroupées autour du chef de projet (le *Black Belt*). La gestion de projets dote ces équipes d'objectifs clairs, de délais établis, de budgets cohérents et de priorités précises.

Voici les points essentiels d'un management par projets :

1. Initiation et écriture du projet par le chef d'entreprise et/ou un cadre afin qu'il soit en accord avec la stratégie de l'entreprise.
2. Choix du chef de projet (le BB) en fonction de ses capacités à mener ce projet à bien.
3. Choix des compétences (internes ou externes à l'entreprise) qui vont être nécessaires et suffisantes au projet.
4. Choix d'un référent du projet (le Champion) qui va en suivre l'avancement, les difficultés, et lui allouer les ressources nécessaires.
5. Définition des objectifs et des limites du projet.
6. Détermination d'un budget et suivi de ce budget au travers d'un tableau de bord financier.
7. Définition des modes de validation de l'avancement du projet.
8. Définition des modes de communications (rapports d'étapes, réunions...)

## 6.2 Six Sigma et le management par projets

L'organisation de Six Sigma, telle que nous l'avons décrite, est intrinsèquement une organisation en gestion de projets. Le *comité de pilotage* est naturellement composé du responsable exécutif et des Champions de l'entreprise. L'implication de ce comité de pilotage est étroitement liée aux différentes tâches des Champions.

Le Champion joue un rôle prépondérant dans cette gestion par projets. En effet, il choisit les projets sur lesquels on doit travailler, il vérifie la cohérence avec la stratégie globale de l'entreprise, il fixe un objectif, un planning et évalue l'avancement des travaux. Après chaque étape, a lieu une revue de projet. Le Champion rencontre le groupe de travail et fait le point sur l'avancement, le respect de la démarche, la réactualisation des objectifs et donne le feu vert pour le passage à l'étape suivante.

L'application de la démarche DMAICS conduite par les *Black Belts* qui travaillent à temps plein sur les projets est une garantie de succès en termes de résultats, de délais et de coût. Les étapes et les modes de validation de l'avancement sont clairs. La formation et les critères de choix d'un *Black Belt* sont en soi une garantie de la compétence du chef de projet. Le partage d'une démarche commune, de valeurs communes, suscite la motivation et la passion nécessaires à sa réussite.

Cette forme de management mise en œuvre dans les projets Six Sigma en est un des facteurs de réussite. Cette organisation permet d'impliquer tout le monde dans le processus Six Sigma. C'est une démarche *Top Down* qui implique d'abord la direction générale qui doit fixer les objectifs en termes de rentabilité. Elle implique également les directeurs opérationnels qui joueront le rôle de Champion. Enfin, Six Sigma implique à leur tour tous les acteurs et tous les services au travers des projets qui seront réalisés dans tous les secteurs de l'entreprise.

La gestion simultanée de tous les projets, l'implication de tous les acteurs, donnent sa dimension stratégique à Six Sigma. Plutôt que de se focaliser sur le contrôle des produits, on s'intéressera davantage à la maîtrise des processus et à la maîtrise de la conception. Six Sigma ouvre ainsi des perspectives d'avenir, à long terme, en proposant un changement culturel profond des acteurs de l'entreprise, étayé sur une solide formation.



# Chapitre 3

---

## Étape 1 – Définir

---

La première étape d'une démarche Six Sigma va consister à parfaitement définir le cadre du projet.

Cette étape se décompose en deux sous-étapes<sup>7</sup> :

- le choix du projet le plus adapté à la stratégie de l'entreprise ;
- le cadrage du projet lui-même.

Dans la première partie de ce travail, on va définir les vrais objectifs qui doivent être atteints pour garantir la satisfaction des clients. Pour ce faire, on se base sur le processus qui conduit à la réalisation du produit, lequel peut se décliner selon les trois critères, qualité, délais et coût :

- livrer un produit ou un service sans défaillance ;
- le livrer selon le programme établi ;

---

7. Dans certains cas, on dissocie deux étapes différentes : « reconnaître » et « définir ».



- fournir le produit ou le service au coût le plus bas possible.

Pour cela, nous devons mesurer notre capacité à :

- atteindre ou dépasser les besoins et espérances des clients ;
- se situer aux coûts de production les plus bas ;
- respecter les planifications ;
- atteindre un rendement élevé des processus ;
- tolérer des variations normales du processus pendant la production (robustesse).

Parmi les points importants de cette étape, on mentionnera la recherche des *CTQ* (*Critical To Quality*) qui représentent les éléments essentiels et les plus sûrs en termes de satisfaction des clients. Il faudra ensuite être capable de les hiérarchiser et de fixer pour chaque caractéristique une cible et des spécifications limites.

Un second point concerne la cartographie du processus. Elle permet de mettre « noir sur blanc » les différentes étapes du processus, les entrées, les fournisseurs, les sorties, les clients. Cette cartographie vise à formaliser les connaissances et les pratiques de l'entreprise.

Dans le chapitre 2, nous avons présenté les grandes actions de cette étape « Définir » ; dans ce chapitre, nous allons décliner les outils les plus souvent utilisés pour la mener.

## **1. Identifier les CTQ**

### **1.1 Écouter la voix du client**

On l'a déjà souligné à de nombreuses reprises, le but de Six Sigma est d'atteindre à la satisfaction du client. C'est cette satisfaction qui permettra à l'entreprise de vendre plus et mieux, et ainsi d'améliorer ses performances économiques.

Pour satisfaire le client, il faut savoir ce qu'il souhaite, et la meilleure façon de le savoir est de lui demander. Se mettre à l'écoute des clients, c'est avoir une action en profondeur d'écoute de la « voix » du client. Il est donc indispensable de réaliser en permanence une étude de marché la plus complète possible pour bien identifier les besoins. Pour cela, il faut :

- **Identifier les différentes catégories de clients potentiels**
- **Analyser les produits :**
  - produits vendus par l'entreprise,
  - produits concurrents.
- **Écouter la voix des personnes intéressées, directement ou indirectement, par le produit :**
  - les clients ;
  - les propriétaires ;
  - les personnes qui ont acheté vos produits ;
  - celles qui ont acheté les produits concurrents ;
  - celles qui sont passées aux produits concurrents ;
  - celles qui sont satisfaites ;
  - celles qui ne sont pas satisfaites.
- **Identifier toutes les attentes clients par rapport au produit :**
  - les innovations souhaitées ;
  - la hiérarchie entre les différentes attentes ;
  - les fonctions essentielles ou facultatives ;
  - la liste des améliorations potentielles à apporter.

Cette étude doit couvrir les aspects techniques et émotionnels en recourant à différentes méthodes :

- sondage (courrier, téléphone) ;
- cliniques (les clients viennent avec leurs produits et discutent du produit) ;
- groupes de discussion (une heure ou deux avec des personnes représentatives) ;
- interviews individuelles (pour faire ressortir les attentes des personnes silencieuses) ;
- écoute dans la structure de vente, les foires, les expositions...
- information existante au sein des archives de l'entreprise.

Pour développer les deux aspects, sensitif et prospectif, l'entreprise doit se mettre à l'écoute de ses clients, mais aussi du monde extérieur, des grandes évolutions de pensées. Par exemple, on assiste à plusieurs évolutions sous forme de courants de pensée dans le monde actuel ; citons la recherche de l'éthique dans les affaires industrielles, la recherche d'un commerce équitable, une prise de conscience majeure des enjeux écologiques. Face à ces évolutions de la société, quelle est la réflexion de l'entreprise, comment situe-t-elle les développements de ses nouveaux produits, réagit-elle positivement ou bien reste-t-elle arc-boutée sur des positions qui – à la longue – deviendront intenable ?

Une bonne écoute du client permet de réaliser la première matrice du *QFD* et de compléter les deux premières colonnes du diagramme *CTQ* que nous présentons ci-après.

## **1.2 Le diagramme *CTQ* (*Critical To Quality*)**

Le diagramme *CTQ* a pour objectif de décomposer le besoin du client (ce qui l'amène à utiliser nos produits ou nos services) en exigences (qualité, coût, délais) qui doivent pouvoir être mises en face de caractéristiques que l'on sait évaluer par une mesure.

Pour chacune de ces caractéristiques, on doit pouvoir déterminer une cible et des spécifications limites.

Figure 3.1 – Diagramme CTQ

|        | <b>Besoin</b><br>Ce qui amène le client à utiliser le processus. | <b>Exigences</b><br>Ce qui permet au client d'être satisfait. | <b>Caractéristiques</b><br>Comment mesure-t-on que le client est satisfait ? | <b>Spécification</b><br>Quelles sont les spécifications sur la mesure ? |
|--------|--|---|--|---|
| Client | Besoin de se nourrir   | Variété de la carte   | Nombre de plats disponibles par séquence                                     | 10 mini   |
|        |  | Qualité des plats   | Enquête de satisfaction 1 fois par an  | > 95 %  |
|        |  | Présentation  | Enquête de satisfaction 1 fois par an  | > 95 %  |
|        |  | Cadre   | Enquête de satisfaction 1 fois par an  | > 95 %  |
|        |  | Confort   | M <sup>2</sup> par client potentiel  | > 4   |
|        |  |   | Température de la salle  | 20 – 23   |

Afin d'illustrer ce diagramme, prenons l'exemple d'un restaurant. Au départ, le besoin du client est de se nourrir, éventuellement de se réunir avec d'autres. Mais à partir du moment où il a franchi la porte, il va exprimer un certain nombre d'exigences telles qu'un cadre agréable, une carte variée...

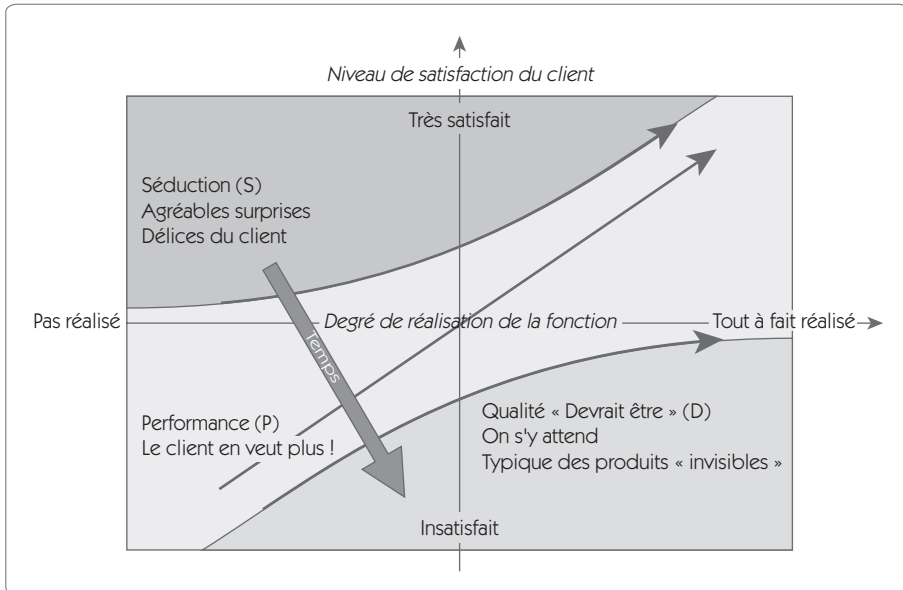
Comment mesure-t-on la satisfaction de ces exigences ? Quel est le niveau que l'on se fixe pour la satisfaction de cette exigence ? C'est toute cette réflexion que demande la construction d'un diagramme *CTQ*.

En face de chaque exigence, doit figurer une caractéristique mesurable avec une spécification. On devra rechercher parmi ces caractéristiques celles qui sont critiques pour le client (*CTQ*) et bien valider que les spécifications que l'on détermine sont en accord avec ses attentes.

Les *CTQ* sont très importants, car le respect des spécifications portées sur ces caractéristiques formera le socle de la démarche Six Sigma.

## 1.3 Classification de Kano

Figure 3.2 – Modèle de Kano



Dans son modèle de la qualité, Kano distingue six catégories pour une caractéristique d'un produit :

1. **Performance (P)** : la satisfaction de l'utilisateur est directement proportionnelle à la performance de la caractéristique. Une performance médiocre va créer une insatisfaction et une performance élevée va créer une satisfaction.
2. **Devrait être (D)** : la satisfaction n'est pas proportionnelle à la performance de la caractéristique. En cas de faible performance, l'utilisateur sera insatisfait ; en revanche, une bonne performance laisse l'utilisateur indifférent.
3. **Séduction (S)** : la satisfaction n'est pas proportionnelle à la performance de la caractéristique. En cas de faible performance, l'utilisateur sera indifférent ; en revanche, une bonne performance créera un sentiment de délice pour le client.
4. **Indifférent (I)** : l'utilisateur n'a que faire de cette caractéristique.

5. **Questionnable (Q)** : les réponses des utilisateurs au questionnaire n'ont pas de sens.
6. **Opposé (O)** : l'utilisateur donne des réponses opposées aux réponses attendues par les individus conduisant l'enquête.

Pour chaque caractéristique, il y a un glissement avec le temps qui passe d'abord par la « Séduction », puis vers la « Performance », pour enfin être considérée comme « Devrait être ».



Si on prend l'exemple d'une automobile, la qualité du freinage sera de la catégorie P. La qualité de la climatisation sera plutôt de type D. La catégorie S représente une avance sur la concurrence, sa durée de vie est limitée car rapidement les autres fabricants l'intègrent dans leur modèle. Pour l'instant, l'aide à la navigation peut être classée dans cette catégorie.

L'enquête de Kano vise à déterminer, pour chaque caractéristique, la catégorie dans laquelle elle se situe.

Pour chaque caractéristique, on va poser les trois questions suivantes :

**Figure 3.3 – Questionnaire de Kano**

| CTQ | Que ressentez-vous si la caractéristique suivante est présente dans le produit ?  | Que ressentez-vous si la caractéristique suivante est absente dans le produit ?   | Quel prix acceptez-vous de payer pour que cette caractéristique soit présente ?  |
|-----|---|---|--|
|     | <input type="checkbox"/> Délice<br><input type="checkbox"/> Espéré et souhaité<br><input type="checkbox"/> Pas de sentiment<br><input type="checkbox"/> Vit avec<br><input type="checkbox"/> Pas désiré<br><input type="checkbox"/> Autre | <input type="checkbox"/> Délice<br><input type="checkbox"/> Espéré et souhaité<br><input type="checkbox"/> Pas de sentiment<br><input type="checkbox"/> Vit avec<br><input type="checkbox"/> Pas désiré<br><input type="checkbox"/> Autre | <input type="checkbox"/> 10 €<br><input type="checkbox"/> 20 €<br><input type="checkbox"/> 40 €<br><input type="checkbox"/> 80 €<br><input type="checkbox"/> 160 € |

Pour chaque caractéristique, l'affectation dans une des six catégories sera déterminée par le croisement des questions sur la présence ou l'absence de la caractéristique (figure 3.4).

Figure 3.4 – Traduction du questionnaire en catégorie

|                         |                    | Absent dans le produit |                    |                  |          |            |
|-------------------------|--------------------|------------------------|--------------------|------------------|----------|------------|
|                         |                    | Délice                 | Espéré et souhaité | Pas de sentiment | Vit avec | Pas désiré |
| Présent dans le produit | Délice             | Q                      | S                  | S                | S        | P          |
|                         | Espéré et souhaité | O                      | I                  | I                | I        | D          |
|                         | Pas de sentiment   | O                      | I                  | I                | I        | D          |
|                         | Vit avec           | O                      | I                  | I                | I        | D          |
|                         | Pas désiré         | O                      | O                  | O                | O        | Q          |

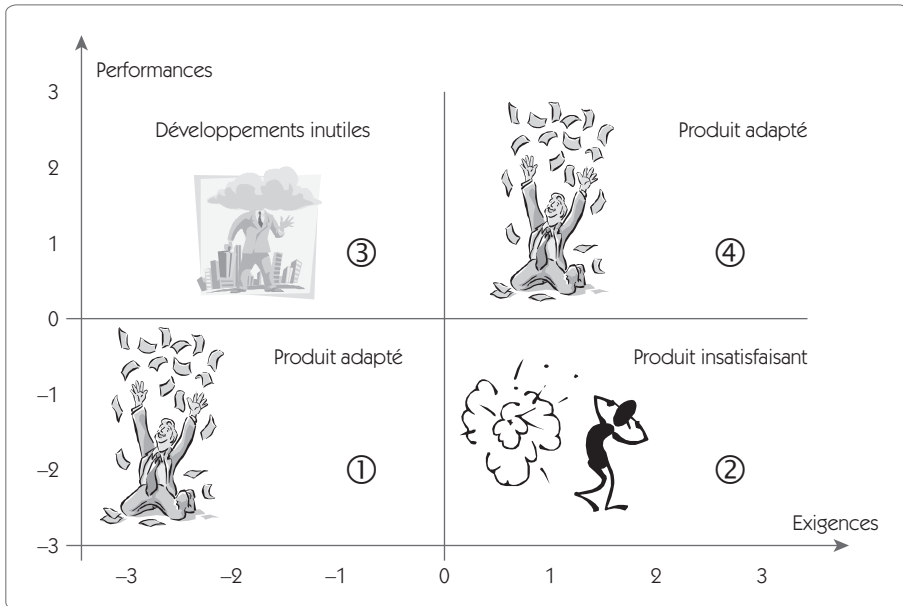
Les catégories qui devront être retenues pour le projet Six Sigma seront bien entendu les catégories S, P, D.

Pour chacune de ces catégories, on fait l'histogramme de ce que les clients ont déclaré être prêts à payer pour avoir la caractéristique.

## 1.4 Diagramme « Exigences/Performances »

Connaissant les CTQ, on doit maintenant définir si les exigences sont satisfaites ou non.

Figure 3.5 – Diagrammes « Exigences/Performances »



Le diagramme « Exigences/Performances » (figure 3.5) consiste à reprendre chaque exigence du client en lui mettant une note de - 3 à 3 selon que cette exigence est faible ou forte. En principe, un bon produit devrait adapter ses performances aux exigences du client (zone ① et ④). Des performances élevées pour des exigences faibles (zone ③) risquent de générer un surcoût du produit que le client n'est pas prêt à payer. Évidemment, il est suicidaire de fournir des performances médiocres en face d'exigences élevées (zone ②).

On procède au recueil du niveau de performance de la même façon que pour le recueil des exigences, c'est-à-dire à partir d'un travail d'enquête auprès des clients.

Chaque CTQ doit être placé sur ce graphique.

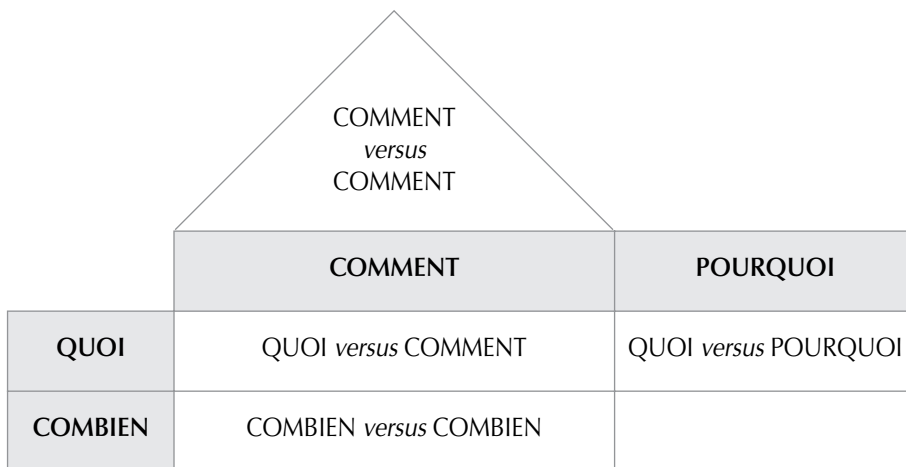
- Les CTQ placés dans la zone ③ offrent des potentiels de gains financiers.
- Les CTQ placés dans la zone ② offrent des potentiels de gains qualité.



## 1.5 La matrice QFD – Quality Function Deployment

Une autre façon de faire apparaître les relations entre ce qui émane de la voix même du client et les spécifications essentielles du produit (les CTQ) consiste à remplir la première matrice QFD<sup>8</sup>. QFD signifie *Quality Function Deployment*, ce que l'on traduit généralement par « Déploiement de la fonction qualité ».

Figure 3.6 – La maison de la qualité



Son objectif est exprimé dans sa définition même :

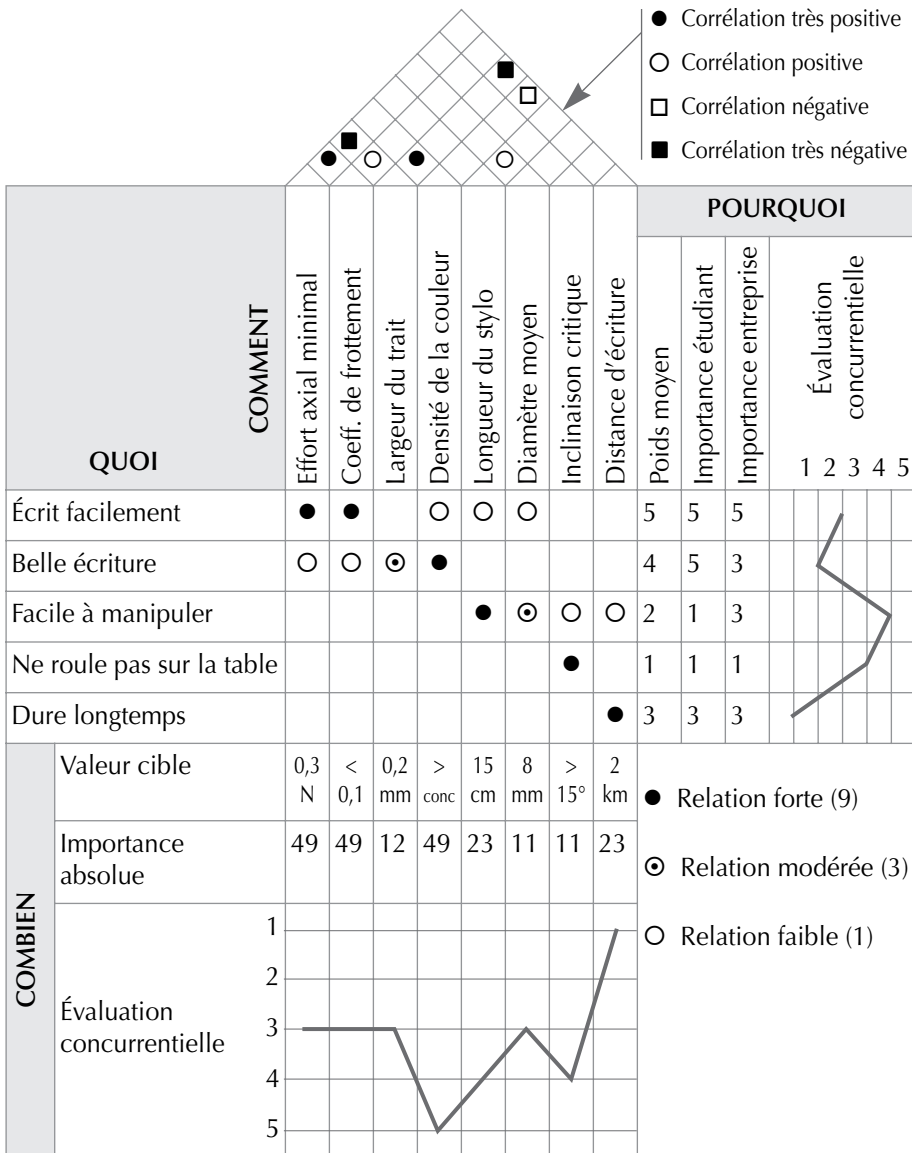
« Le QFD est une méthode permettant de traduire de façon appropriée les attentes du consommateur en spécifications internes à l'entreprise, et ce tout au long du développement d'un produit, c'est-à-dire :

- dans les phases de recherche et de développement ;
- dans les phases d'étude, d'industrialisation et de réalisation ;
- dans les phases commerciale et de distribution. »

Nous nous intéressons ici à la première étape du déploiement. L'outil se présente sous la forme d'une matrice qu'on appelle souvent « *maison de la qualité* » du fait de sa forme pouvant figurer une maison avec son toit.

8. Le lecteur se reportera à l'ouvrage *Qualité en production* pour une présentation plus complète du QFD (D. DURET, M. PILLET, Éditions d'Organisation, 2002).

Figure 3.7 – Exemple de matrice QFD sur un stylo-bille



La maison de la qualité permet de traduire les attentes du client (les QUOI), écrites en lignes, en spécifications du produit (les COMMENT), écrites en colonnes. Le principe de base du passage de l'un vers l'autre

est la réponse à la question QUOI/COMMENT tout en assurant d'avoir répondu aux questions essentielles POURQUOI et COMBIEN. On mettra en parallèle la matrice *QFD* et le diagramme *CTQ*. Les QUOI sont les exigences, les COMMENT les mesures, les COMBIEN les spécifications.

L'exemple choisi (figure 3.7) illustre une matrice *QFD* simple qui nous permettra de mieux détailler les différentes zones. Cela concerne le développement d'un nouveau stylo-bille à très bon marché. Seules quelques lignes et colonnes ont été maintenues pour alléger la présentation.

La déclinaison des QUOI en COMMENT se réalise dans une présentation matricielle qui permet principalement :

- de montrer les corrélations entre les QUOI et les COMMENT ;
- d'évaluer les QUOI et les COMMENT par rapport à la concurrence ;
- de gérer les corrélations entre les COMMENT ;
- de fixer des objectifs de coûts en fonction de l'importance du COMMENT.

Les QUOI sont obtenus par enquête auprès des clients. Pour chaque QUOI on demande également au client d'affecter un poids sur l'importance qu'il lui accorde et une note d'évaluation du produit de l'entreprise par rapport à la concurrence.

Les COMMENT traduisent les spécifications du produit. Pour chaque COMMENT, on détermine une spécification et on réalise une évaluation concurrentielle.

On recherche ensuite les relations qui existent entre les QUOI et les COMMENT en fixant en général trois niveaux de relation (forte, modérée ou faible). Cette relation permet de calculer l'importance de chaque COMMENT. Par exemple, le COMMENT « Effort Axial minimal » est relié fortement ( $\times 9$ ) au QUOI « Écrit facilement » de poids 5. Il est également faiblement ( $\times 1$ ) lié au QUOI « Belle écriture » de poids 4. Ce COMMENT a donc un poids de  $5 \times 9 + 4 \times 1 = 49$ .

Ce type de relation matricielle permet de définir de façon plus fine les relations entre les exigences des clients et les spécifications du produit que ne le peut une relation point à point dans un diagramme *CTQ*.

L'analyse comparative des deux évaluations concurrentielles joue un peu le rôle du diagramme « Exigences/Performances ». Elle permet en outre de valider que les spécifications qui ont été fixées traduisent bien l'exigence du client. Il est en effet anormal de trouver un QUOI mal noté par les clients qui serait fortement relié à un COMMENT ayant une bonne évaluation concurrentielle.

La dernière analyse à réaliser est la construction du toit de la maison. Dans cette partie, on va vérifier qu'il n'y a pas de corrélation négative entre deux spécifications. Par exemple, si une largeur de trait importante est demandée, cela sera au détriment de la distance d'écriture. En cas de corrélation négative, il faudra déterminer le meilleur compromis qui donnera satisfaction au client.

## 2. Cartographier le processus

L'amélioration d'un processus de production commence toujours par une phase d'analyse. La cartographie du processus est un excellent moyen de réaliser une telle analyse. Son but est d'illustrer les flux physiques et les flux d'informations depuis les approvisionnements en matières premières jusqu'au client en fournissant une représentation visuelle des étapes permettant de délivrer le produit.

De nombreuses représentations ont été proposées pour réaliser cette cartographie et il n'est pas dans notre intention d'en faire une description exhaustive. Nous nous limiterons aux formes les plus simples et les plus couramment rencontrées. Nombre de logiciels informatiques apportent une aide appréciable dans la réalisation de cette cartographie.

Avant de définir différentes représentations graphiques des processus, il est bon de rappeler les définitions des termes processus et activités.

Voici selon la norme ISO 9000 la définition de processus :

« Ensemble d'activités corrélées ou interactives, qui transforme des éléments d'entrée en éléments de sortie. »

- Note 1 : Les éléments d'entrée d'un processus sont généralement les éléments de sortie d'un autre processus.

- Note 2 : Les processus d'un organisme sont généralement planifiés et mis en œuvre dans des conditions maîtrisées afin d'apporter une valeur ajoutée.
- Note 3 : Lorsque la conformité du produit résultant ne peut être immédiatement ou économiquement vérifiée, le processus est souvent qualifié de « procédé spécial ».

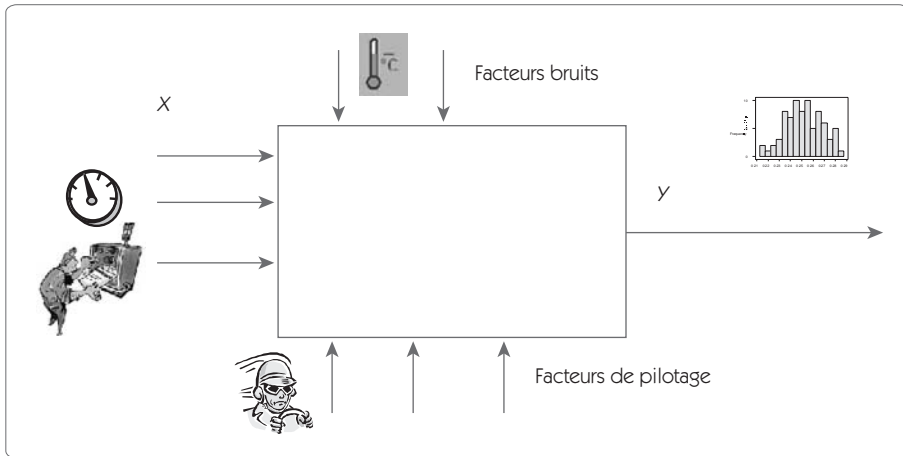
Pour sa part, l'activité peut être définie comme un ensemble de tâches élémentaires que l'on peut décrire par des verbes dans la vie de l'entreprise : tourner, fraiser, assembler, négocier un contrat, qualifier un fournisseur...

La cartographie réalisée sera fonction de l'objectif, comme le font les géographes. Une carte d'Europe montrant la pluviométrie sera très différente d'une carte illustrant les flux migratoires ! De même, le niveau de détail dépendra de l'objectif. Il est inutile de disposer d'une carte au 1/25 000 pour se déplacer en voiture sur autoroute. Choisir la bonne représentation, les bonnes informations à faire apparaître, le bon niveau de détails sont les premières questions à se poser lorsqu'on fait une cartographie.

## 2.1 Boîte noire

La cartographie la plus basique est constituée d'une ou plusieurs « Boîtes noires ». Dans ce type de représentation, l'activité est figurée au moyen d'un rectangle. On fait apparaître les variables d'entrée (les  $X$ ), les variables de sortie (les  $Y$ ). Éventuellement, on fait apparaître les facteurs bruits (ceux qui perturbent l'activité mais qu'on ne maîtrise pas) et les facteurs de pilotage (qui permettent d'ajuster les  $Y$  sur la cible souhaitée).

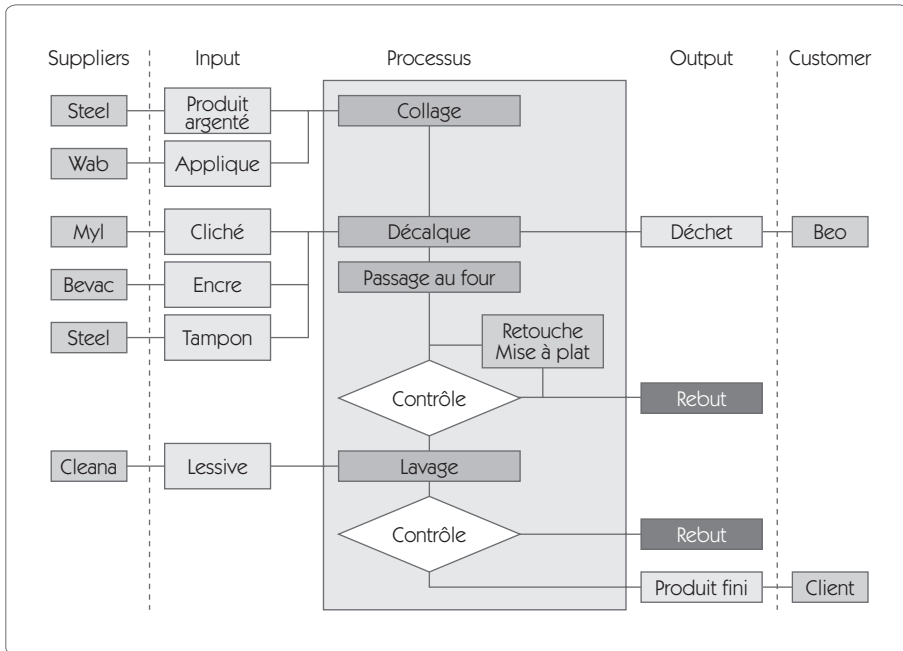
Figure 3.8 – Boîte noire d'une activité



## 2.2 Diagramme SIPOC

Un outil très adapté à cette cartographie est le diagramme *SIPOC* (*Suppliers, Input, Process, Output, Customers*) qui permet de faire apparaître les flux matières et les flux d'informations sur un même graphique ou sur deux graphiques séparés. La figure 3.9 montre un exemple de *SIPOC* flux physiques. Le même diagramme est également représenté en indiquant le flux d'informations circulant dans le processus (les documentations aux postes, les relevés fournis par les postes...).

**Figure 3.9 – SIPOC flux physiques d'un processus de production**



Dans le cadre *Processus*, on représente le flux du processus. Dans la colonne *Input*, on place les produits fournis et, dans la colonne *Supplier*, on spécifie le fournisseur de ce produit.

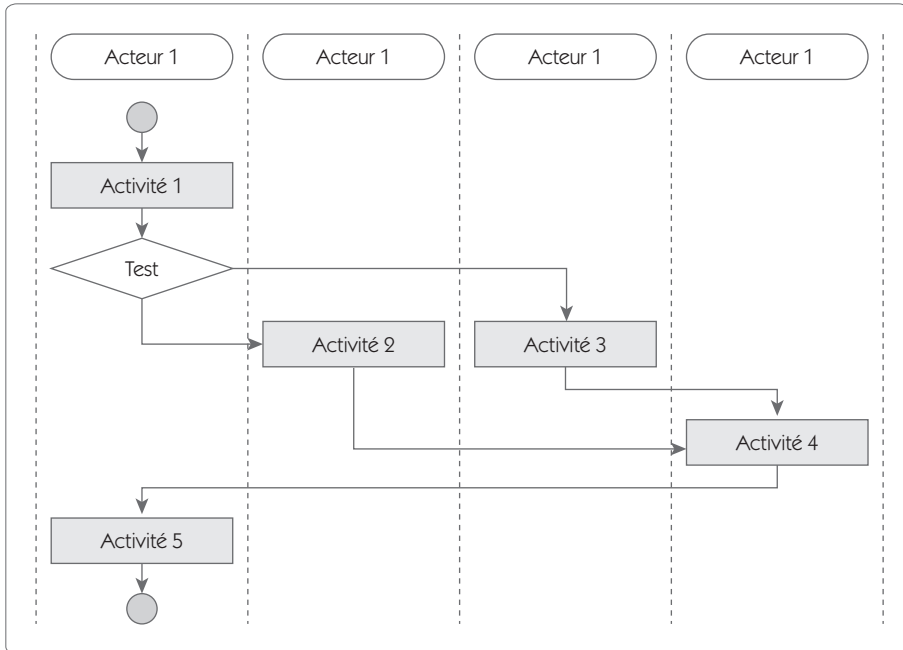
De même, dans la colonne *Output*, on place les produits fournis par le processus, et on spécifie dans la colonne *Customer* les clients de ces produits.

Pour formaliser le flux d'informations, on fait de même mais, dans la colonne *Input* on décrit les informations reçues et le fournisseur qui fournit ces informations. Dans la colonne *Output*, on décrit les informations fournies par le processus et les clients de ces informations.

## 2.3 Logigrammes

Ils sont utilisés principalement dans les logiciels spécialisés dans l'approche management de la qualité. Ils proposent une présentation matricielle reliant des activités et des acteurs.

Figure 3.10 – Cartographie matricielle



Sur chaque activité et sur chaque lien, on associe par hypertexte des informations, telles que :

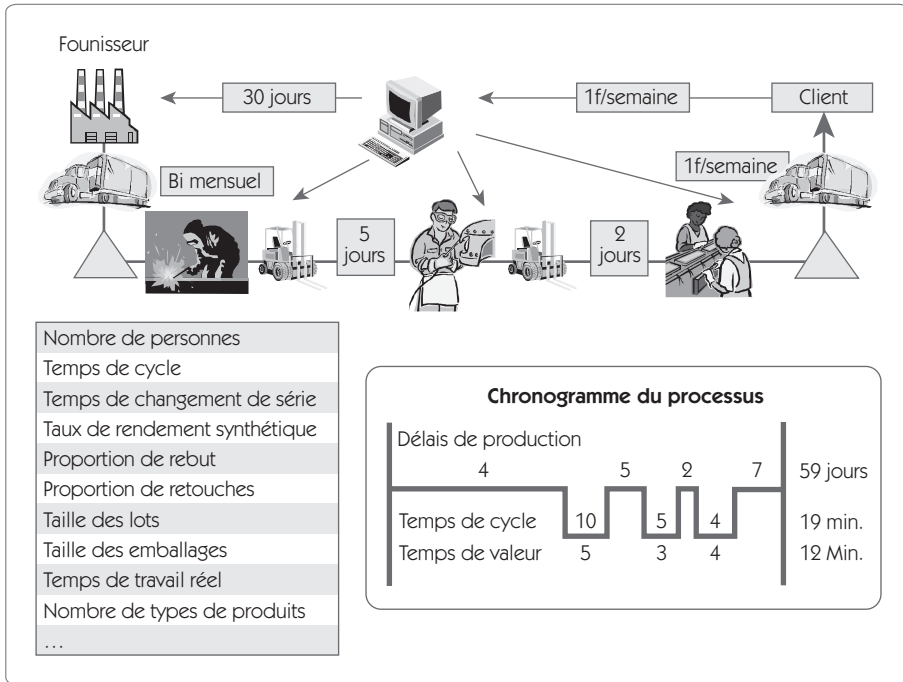
- les informations ou produits transmis entre les activités ;
- les modes opératoires et instructions de l'activité ;
- les commentaires.

## 2.4 Cartographie *Lean Six Sigma*

Dans le cas d'une démarche *Lean Six Sigma*, la cartographie vise à identifier les foyers importants de perte de performance et générateurs de délais, afin de parvenir à la plus grande efficacité possible dans l'action. On cherchera plutôt une représentation graphique permettant de faire apparaître la chronologie du processus avec une cartographie.



**Figure 3.11**  
**Cartographie du processus dans une démarche Lean Six Sigma**



La cartographie consiste à suivre l'ensemble du processus pour identifier tous les éléments de la performance sur chaque étape. On cherchera à identifier :

- tous les délais ;
- tous les temps de cycle, de valeur ajoutée ;
- tous les rebuts, retouches ;
- temps de changement de séries...

Dans le cas de processus complexes, il n'est pas toujours possible de disposer d'informations sur les délais, les temps, qui peuvent varier d'un produit à l'autre. La solution consiste alors à utiliser un « traceur ». Il s'agit d'un produit que l'on suit pas à pas depuis la commande client jusqu'à sa livraison.

## 2.5 Différents niveaux de cartographie

La cartographie a pour objectif de comprendre le processus et de visualiser de façon simple la façon dont les différentes étapes s'enchaînent. Une des difficultés à résoudre, c'est de choisir le niveau de détail adapté pour la description de ce processus :

- Un niveau trop grossier ne permet de décrire que des évidences et n'apporte pas grand-chose.
- Un niveau de détail trop fin rend incompréhensible la lecture du graphique et fournit une cartographie inutile.

Pour éviter ces deux écueils, dans les cas complexes, il ne faut pas hésiter à représenter le processus selon différents niveaux de macroscopie.

Le niveau le plus élevé donnera une représentation très macroscopique du processus et chaque étape de cette macro-représentation sera détaillée dans un sous-processus.

## 3. Définir les limites du projet

Une erreur classique lorsque l'on énonce un problème consiste à rechercher directement une solution sans avoir positionné correctement le problème. L'étape « Définir » doit pousser le *Black Belt* à rassembler tous les éléments qui lui permettront de remonter aux causes qui sont à la racine du problème.

Pour y parvenir, il faudra dépasser les évidences, les solutions YAQUA FAUQUON. Et cela ne peut se faire que si le périmètre du projet est bien défini au départ. À cet effet, il faut procéder à un déballeage d'idées avec le groupe de travail en se servant éventuellement de plusieurs outils qui peuvent améliorer l'efficacité de la réflexion, notamment les sept outils de base de la qualité<sup>9</sup>.

---

9. Voir l'ouvrage *Qualité en production*, chapitre 6, *op. cit.*

Outre ces outils de base, plusieurs méthodes ont fait montre d'une grande efficacité :

- le diagramme « des 5 pourquoi » ;
- le diagramme « est/n'est pas » ;
- le diagramme « dedans/dehors ».

Nous allons présenter ces trois outils dans cette section. Toutefois, ils peuvent être également utilisés dans l'étape « Analyser ».

### **3.1 Diagramme des « 5 pourquoi ? »**

À partir des *CTQ* – qui ont été déterminés dès le début de l'étape « Définir » –, on doit rechercher les causes possibles de non-satisfaction du client. Pour être sûr de bien remonter aux causes « racines », on demandera au groupe de remonter – si possible – jusqu'à 5 niveaux de relation cause/effet en se posant la question « Pourquoi ».

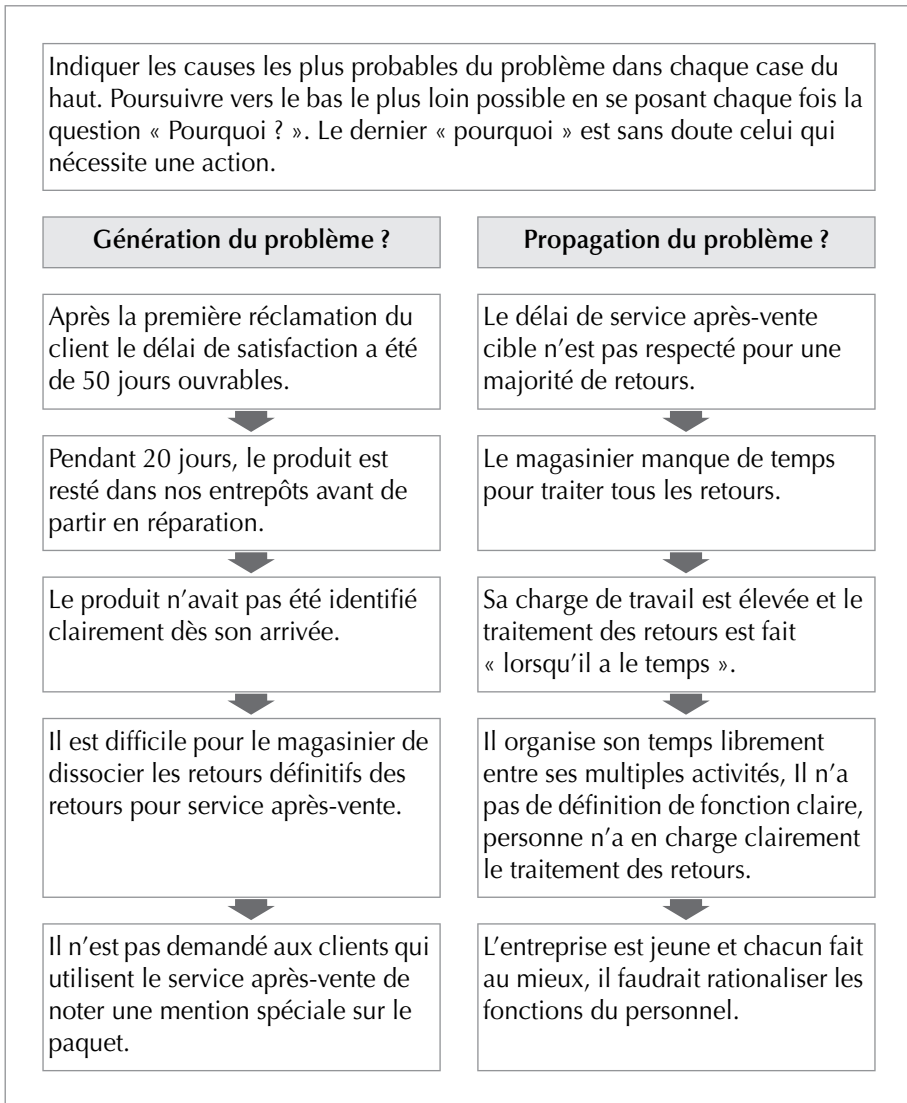
La méthode des « 5 pourquoi ? » est une technique d'analyse des causes profondes d'un problème. Son intitulé trouve son origine dans un principe de gestion japonais selon lequel demander pourquoi au moins cinq fois garantit la découverte de la ou des causes d'un problème.

Le principe emprunte les étapes suivantes :

1. Se demander « pourquoi la situation existe ? »
2. Se redemander, pour chaque réponse proposée, « pourquoi la situation existe ? »
3. Répéter les étapes 1 et 2 cinq fois ou s'arrêter lorsqu'on n'est plus capable de fournir une réponse.

On dissocie dans le diagramme des « 5 pourquoi » la génération du problème et la diffusion du problème. La génération du problème se pose la question sur ce qui est la source du problème. La diffusion se pose les questions « Pourquoi ce problème n'est pas détecté ? », « Pourquoi a-t-il atteint un client ? »

Figure 3.12 – Diagramme des « 5 pourquoi »



L'exemple choisi (figure 3.12) a trait à une entreprise de vente par correspondance à partir d'un site Internet. Elle a identifié une caractéristique critique pour le client : la rapidité du service après-vente.

Pour traiter ce problème, on a utilisé un traceur, c'est-à-dire que l'on a choisi de suivre une commande en particulier.

## **Génération du problème**

On va se poser les questions : Pourquoi le problème se pose-t-il ?  
Quelle en est la source ?

Après la première réclamation du client, le délai de satisfaction a été de 50 jours ouvrables. Pourquoi ?

- Pendant 20 jours, le produit est resté dans nos entrepôts avant de partir en réparation. Pourquoi ?
- Le produit n'avait pas été identifié clairement dès son arrivée. Pourquoi ?
- Il est difficile pour le magasinier de dissocier les retours définitifs des retours pour service après-vente. Pourquoi ?
- Il n'est pas demandé aux clients qui utilisent le service après-vente de noter une mention spéciale sur le paquet.

## **Propagation du problème**

On va se poser la question en ces termes : Pourquoi ce problème se diffuse-t-il ?

Le délai de service après-vente cible n'est pas respecté pour une majorité de retours. Pourquoi ?

- Le magasinier manque de temps pour traiter tous les retours. Pourquoi ?
- Sa charge de travail est élevée et le traitement des retours est fait « lorsqu'il a le temps ». Pourquoi ?
- Il organise son temps librement entre ses multiples activités. Sa fonction n'est pas clairement définie et personne n'a explicitement en charge le traitement des retours. Pourquoi ?
- L'entreprise est jeune et chacun fait au mieux, il faudrait rationaliser les fonctions du personnel.

En se demandant « pourquoi », on veut obtenir de l'information. En refusant de se satisfaire d'une seule explication, on aborde le problème dans une perspective différente, ce qui améliore les chances d'en cerner les causes.

### 3.2 Diagramme « Est/N'est pas »

Le diagramme « Est/N'est pas » couplé avec une approche « QQQCP » force à se poser les bonnes questions et évite d'adopter directement une solution triviale qui se révèle souvent être en fait une fausse bonne idée. Il a également pour objectif de faire apparaître des oppositions fortes qui seront très utiles pour les étapes « Mesurer » et « Améliorer ».

Figure 3.13 – Diagramme Est/N'est pas

|          | EST   | N'EST PAS   |
|----------|---|---|
| QUI QUOI | Quel est l'objet ?<br>Et plus précisément ?   | Quels sont les objets similaires qui pourraient aussi être défectueux, mais qui ne le sont pas ?        |
|          | Quel est le défaut ?<br>Et plus précisément ?   | Quels sont les autres défauts que l'objet pourrait avoir, mais qu'il n'a pas ?                          |
| OÙ       | Où, géographiquement, observe-t-on l'objet défectueux ?<br>Et plus précisément ?                      | À quel autre endroit pourrait-on l'observer, mais on ne l'observe pas ?                                 |
|          | Où, sur l'objet, observe-t-on le défaut ?<br>Et plus précisément ?                                    | À quel autre endroit de l'objet pourrait-on l'observer, mais on ne l'observe pas ?                      |
| QUAND    | Quand, historiquement, a-t-on enregistré ce problème pour la première fois ?<br>Et plus précisément ? | À quel autre moment aurait-on pu l'enregistrer, mais on ne l'a pas enregistré ?                         |
|          | Quelle est la fréquence d'apparition ?  | Quelle autre fréquence aurait-on pu avoir et on ne l'a pas eue ?  |
|          | Quand, dans le cycle de vie de l'objet, ce défaut apparaît-il ?<br>Et plus précisément ?              | À quelles autres étapes de la vie de l'objet le défaut aurait-il pu apparaître et il n'est pas apparu ? |

|         |  |   |
|---------|--|---|
| COMMENT | Comment et sous quelle forme apparaît le défaut ?                      | Sous quelle forme pourrait apparaître le défaut, mais il n'apparaît pas ? |
|         | Quelles sont les conséquences du problème (coûts, temps, ressources) ? | Quelle aurait pu être l'importance du problème ?                          |
| COMBIEN | Combien y a-t-il d'objets défectueux ?                                 | Combien d'objets pourraient être défectueux, mais ne le sont pas ?        |
|         | Quelle est la dimension (taille, nombre...) du défaut ?                | Quelles autres dimensions (taille, nombre...) pourrait-on constater ?     |
|         | Quelle est la tendance ?   | À quelles tendances pourrait-on s'attendre qui ne sont pas observées ?    |

À partir de ce diagramme, on va mettre en évidence des *oppositions fortes* qu'il faudra prouver dans les étapes ultérieures.

Par exemple, une entreprise qui fabrique des compresseurs de système réfrigérant constate un problème qualité sur un des produits. L'analyse « Est /N'est pas » amène à identifier deux oppositions fortes :

1. Le problème n'apparaissait pas de façon critique avant le mois d'août et il est devenu critique depuis.
2. Le problème apparaît sur un type de compresseur, mais pas sur un autre qui pourtant suit *a priori* le même processus et utilise les mêmes composants.

Ces deux oppositions fortes ont permis d'orienter la démarche Six Sigma, notamment les phases « Mesurer » et « Analyser ».

On doit prendre garde avec ce type de graphique de ne passer directement de l'étape « Définir » à l'étape « Innover/Améliorer ». Il faut être vigilant sur ce point. Les diagrammes des « 5 pourquoi », « Est/N'est pas », ne permettent que de mettre en évidence des orientations de la démarche. Pour pouvoir améliorer le processus, il faut être capable de mettre des chiffres derrière ces orientations. Cela sera l'objectif de l'étape « Mesurer ».

Il faut également pouvoir prouver statistiquement les oppositions fortes ou les corrélations supposées. Ce sera l'objectif de l'étape « Analyser ».

### 3.3 Diagramme « Dedans/Dehors »

À l'issue du premier déballage d'idées, qui aura été enrichi par la mise en place d'outils tels que le diagramme des « 5 pourquoi », « Est/N'est pas », le groupe de travail est désormais capable de déterminer de façon assez précise les limites du projet. Le diagramme « Dedans/Dehors » est un outil de travail en groupe qui permet de parvenir à un consensus sur ce qui entre ou non dans le cadre du projet.

C'est un outil de travail en groupe, très simple à utiliser. On colle sur un mur une grande feuille de papier sur laquelle on dessine un cadre qui représentera les limites du projet (figure 3.14).

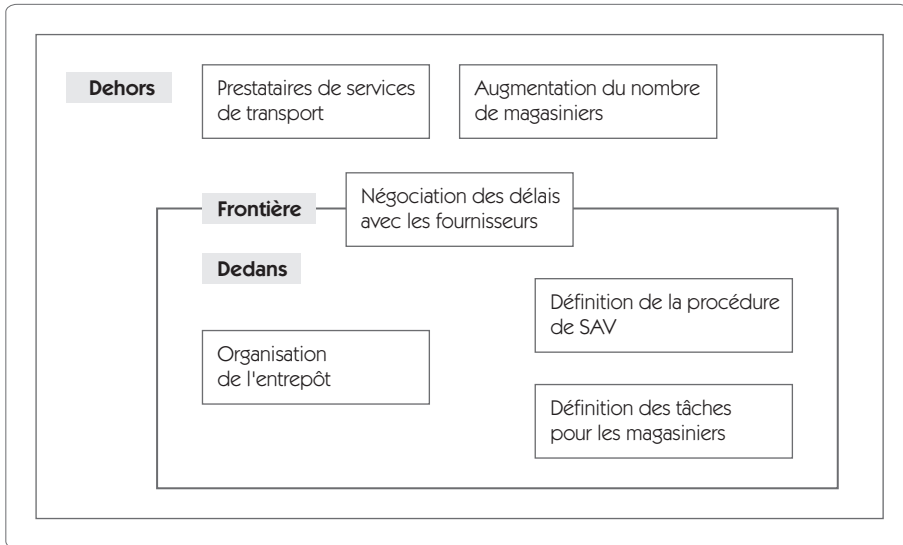
Le groupe de travail va ensuite noter sur des post-it les différents éléments qui lui semblent faire partie du projet ou qui sont en dehors du cadre de l'étude. Ces post-it seront ensuite collés sur la feuille après discussion et consensus du groupe pour définir si l'item est dans ou hors cadre par rapport au projet.

En cas de désaccord du groupe, on colle le post-it sur la frontière du cadre ; il faudra sans doute revenir sur ce point dans les étapes ultérieures. Un item sur la frontière signifie que le groupe se pose des questions sur le sujet et une des missions du projet Six Sigma sera d'éclairer cette question.

L'exemple choisi (figure 3.14) reprend quelques items concernant l'entreprise de vente par correspondance, laquelle souhaite améliorer les délais sur son service après-vente.



Figure 3.14 – Diagramme « Dedans/Dehors »



## 4. Définir les gains et les coûts

Un projet Six Sigma vise à la satisfaction du client à court terme sur le produit, mais également à long terme. Pour ce faire, il faut que l'entreprise continue de vivre et de prospérer. L'aspect économique est donc très important et il convient de ne pas le négliger dès le départ du projet.

Ainsi, dès le début du projet, on doit tenir informé le contrôle de gestion et obtenir un numéro d'ordre afin de suivre les gains et les coûts.

### 4.1 Définir les coûts prévisionnels

Les coûts peuvent être directs et indirects. Ce sont, pour les principaux :

- temps passé par les membres du groupe de travail ;
- investissements que l'on devra peut-être engager ;

- récolte de données sur le terrain ;
- ralentissement et arrêt de production pour cause d'essais ou de modification de processus ;
- essais et contrôles supplémentaires nécessaires dans le projet...

Il n'est pas toujours facile au départ d'estimer les coûts qui seront engagés. Il faut donc que la gestion du projet soit liée à une gestion financière qui permettra en continu, tout au long du projet, d'affiner cette première estimation.

## 4.2 Définir les gains prévisionnels

Si les coûts sont difficiles à estimer dès le départ, il n'est pas plus aisé d'estimer les gains. En effet, une partie des gains est facilement identifiable, il s'agit des économies réalisées. Mais une grosse partie des gains est difficilement quantifiable, comme l'amélioration de l'image de la société auprès des clients. C'est la raison pour laquelle dans la charte du projet (figure 3.15) nous avons dissocié les gains mesurables et non mesurables.

Exemple de gains mesurables

- suppression d'un investissement programmé ;
- diminution d'un taux de rebut, retouche ;
- diminution des coûts de contrôle ;
- amélioration du taux de rendement synthétique (TRS)...

Exemple de gain non mesurable (ou difficilement en début de projet)

- amélioration de l'image de l'entreprise ;
- augmentation du chiffre d'affaires liée à l'amélioration apportée ;
- perte de temps de l'encadrement pour gérer au quotidien ;
- meilleure ambiance de travail liée à la réduction des problèmes...

## 5. La charte du projet

Figure 3.15 – Charte du projet

| Six Sigma – Charte du projet                           |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|----------------|-------------------------------|------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| Titre du projet :                                      |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Formulation du problème (« Le problème, c'est de... ») |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| QUI ?  | QUOI ?         | OÙ ?                          | QUAND ? COMMENT ? POURQUOI ? |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Clients identifiés (clients aval et clients finaux)    |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Clients aval :   |                | Impacts :                     |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Clients finaux :                                       |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Diagramme CTQ  |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Besoin des clients                                     | Exigences      | Caractéristiques mesurables   | Spécifications               |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| État actuel  |                | État souhaité                 |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Gains et coûts mesurables                              |                | Gains et coûts non mesurables |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Groupe de travail                                      |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Nom  | Tél.           | Service                       | Mél                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Planification du projet                                |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Semaines</b>  |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Définir  |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Mesurer  |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Analyser   |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Améliorer  |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Contrôler  |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Standardiser   |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Signatures   |                |                               |                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Client :   | Propriétaire : | Pilote :                      | Direction :                  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

La charte du projet (figure 3.15) se matérialise par une fiche qui résume les principaux résultats de l'étape « Analyser ». On y retrouve :

- la définition du problème ;
- l'identification des caractéristiques critiques pour les clients ;
- la mise en évidence de l'état actuel et de l'état souhaité, qui doit faire apparaître les limites du projet ;
- la définition du groupe de travail et l'engagement des principaux acteurs.

Bien entendu, comme on ne sait pas résumer l'ensemble des travaux qui ont été réalisés en une seule fiche ; on conservera précieusement l'ensemble des graphiques et méthodes utilisés pour aboutir à ce consensus.

Cette charte engage le groupe de travail tant en termes de délais qu'en matière de résultats attendus. C'est sur la base de cette charte que se déroulera la première revue de projet R0 entre le pilote (*Black Belt*) et le responsable du déploiement (Champion).

Tout au long du projet, on pourra éventuellement revenir sur certains éléments de cette charte lorsque les évolutions du projet l'exigent. Une modification de la charte doit obtenir la signature de l'ensemble des acteurs.



# Chapitre 4

---

## Étape 2 – Mesurer

---

### 1. Introduction

La première étape nous a permis de parfaitement définir le cadre du chantier et de mettre en évidence les paramètres critiques pour la qualité telle qu'elle est vue par le client (*CTQ : Critical To Quality*) et d'orienter le projet vers des causes racines probables. Dans l'étape suivante, nous allons mettre en place un moyen de mesure – si possible continu – nous permettant de mesurer le  $z$  du processus. Afin d'avoir des données suffisamment fiables pour pouvoir les exploiter, on vérifiera au préalable que la variabilité de notre système de mesure est faible par rapport à la variabilité des éléments que l'on cherche à mesurer.

Un des apports essentiels de Six Sigma tient à l'importance qui y est donnée à la mesure. Le physicien britannique Lord KELVIN exprimait cela ainsi en 1891 : « *Lorsque vous pouvez mesurer ce dont vous parlez et l'exprimer par un nombre, vous en connaissez quelque chose.* » Cela fait donc bien longtemps que la mesure est une base de la connais-

sance, mais peu d'approches d'amélioration des performances ont fait de la mesure un préalable indispensable, comme Six Sigma le préconise.

Rechercher des mesures afin de caractériser le processus conduit à se poser de nouvelles questions, qui induisent une nouvelle vision, entraînant à son tour de nouvelles actions. C'est une des logiques de base de la stratégie de rupture.

La mesure doit porter non seulement sur le produit mais aussi et surtout sur le processus. Lorsque l'entreprise est capable de quantifier la satisfaction des clients sur les *CTQ* et le fonctionnement de ses processus, elle peut relier les deux et mettre ainsi en évidence les caractéristiques qui ont un impact fort sur la performance. Elle peut ainsi manager à partir de faits, plutôt que par sensations.

La mesure va donc porter sur trois éléments :

- les sorties du processus (les *Y*) perçues par le client ;
- les entrées du processus (les *X*) ayant une influence sur les *Y* ;
- les variables du processus permettant de caractériser sa performance en termes de coût, qualité, délais, sécurité.

Ces mesures sont continues (un chiffre sur une plage continue) ou discrètes (bon/pas bon ; Fournisseur 1, 2 ou 3...). On privilégie un prélèvement par échantillonnage pour limiter les coûts.

Le but de l'étape « Mesurer » est donc de :

- trouver un moyen de mesure des *CTQ* ;
- mesurer le *z* du procédé ;
- réaliser une campagne de mesure afin de pouvoir établir des relations entre les *X* et les *Y* du processus et ainsi d'améliorer l'efficacité de ce dernier.

## 2. Trouver un moyen de mesure des CTQ

### 2.1 Quantifier

La première action consiste à chercher un critère mesurable, capable de traduire la satisfaction des clients. Si, parfois, cette mesure s'impose d'elle-même, il n'en va pas toujours ainsi et la recherche d'un caractère mesurable n'est alors pas une chose très simple. Pour illustrer ce point, prenons deux exemples.



**Exemple 1 :** Une entreprise de mécanique cherche à améliorer la fiabilité d'un produit dont on a montré qu'elle était directement liée à l'état de surface d'un diamètre sur une machine outil. Dans ce cas, la mesure est évidente, on se contentera du critère de rugosité le plus adapté.



**Exemple 2 :** Une entreprise qui travaille sur des produits à forte valeur ajoutée veut éliminer les fuites apparaissant au niveau d'une soudure. La proportion de produit ayant une fuite est de l'ordre de 1 % pour une production annuelle d'une centaine de produits. Dans ce cas, il ne serait pas approprié d'utiliser la proportion de soudures présentant une fuite, et ce pour deux raisons principales :

1. le peu de données disponibles : 1 à 2 produits à fuite par an, mais qui coûtent très cher ;
2. l'impossibilité de conduire un projet Six Sigma dans lequel la mesure devrait mettre en évidence des produits défectueux.

Dans ce dernier cas, il faut avoir à l'esprit une remarque de Genichi Taguchi : « *Pour atteindre la qualité, il ne faut pas mesurer la qualité !* »



Dans cet exemple, la qualité du produit est liée à l'absence de fuite. Mais pour améliorer cette qualité, on peut mesurer autre chose qui ne soit pas lié directement à la qualité du produit mais corrélé avec le CTQ.

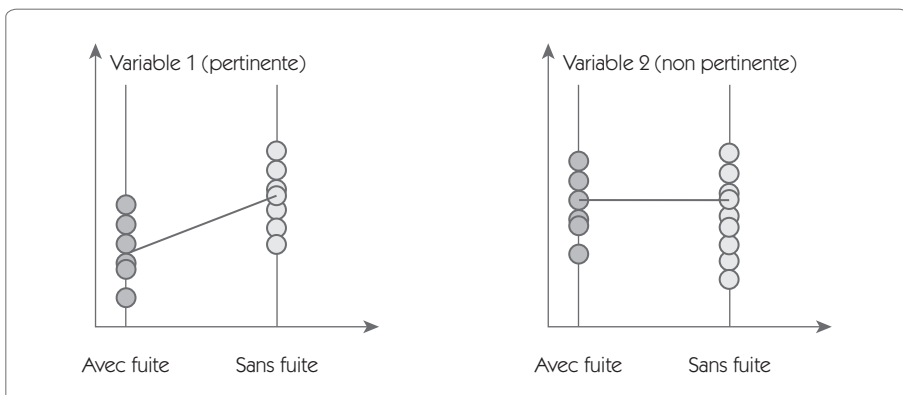
La manifestation handicapante pour la qualité est la présence de fuite. Le *Black Belt* doit se poser la question suivante : Existe-t-il une autre manifestation non handicapante du même phénomène qui soit mesurable.

Ces manifestations pourraient être :

- des irrégularités de la soudure (variation de hauteur, de largeur de cordon) ;
- un mauvais centrage de la soudure ;
- une intensité consommée (paramètres processus)...

Si l'on dispose de quelques produits défectueux et de produits ayant donné satisfaction, il est possible de prouver la corrélation entre les deux mesures en utilisant par exemple un test B to C (présenté au chapitre 5).

**Figure 4.1 – Recherche d'une mesure corrélée avec le CTQ**



Dans l'exemple choisi (figure 4.1), la variable 1 pourra être utilisée comme mesure Y du projet Six Sigma.

## Cas des services

Dans le cas d'un projet Six Sigma portant sur un service, il est souvent difficile de trouver facilement un critère mesurable. C'est pourtant un des points essentiels de Six Sigma.

Pour construire le système de mesure de la satisfaction du client, l'outil de référence est le diagramme *CTQ* que nous avons présenté au chapitre 3. On doit se poser les questions suivantes :

- Quel est le besoin du client ?
- Quelles sont ses exigences ?
- Comment peut-on mesurer ces exigences ?

En prenant l'exemple d'un hall d'accueil pour une administration, on peut identifier trois exigences potentielles qui seront requises par les clients :

1. s'orienter rapidement vers le service recherché ;
2. fournir un cadre agréable ;
3. permettre aux clients d'attendre confortablement.

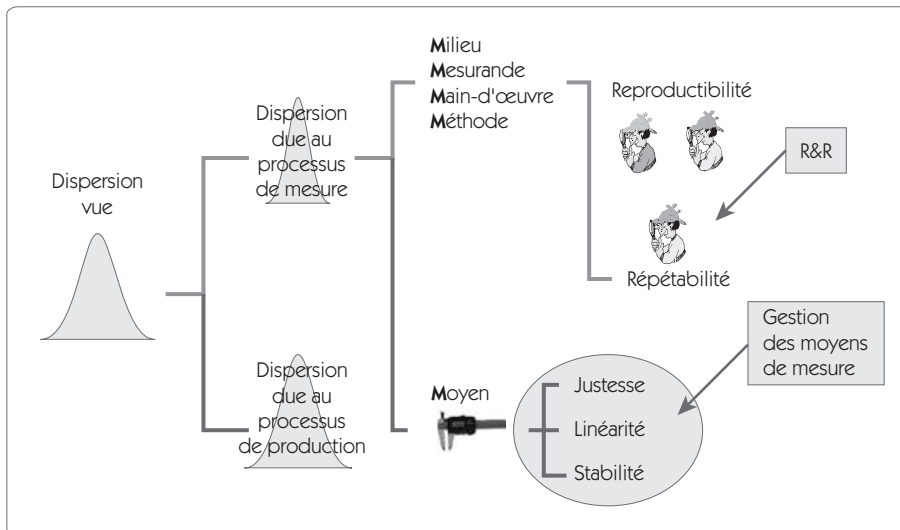
Deux indicateurs chiffrés peuvent être mis en place :

- Une mesure du temps entre le moment où le client pénètre dans le hall et où il quitte le hall en direction du service. Cette mesure se fait par échantillonnage une demi-journée par mois.
- Un audit mensuel portant sur tous les éléments liés au confort des clients : propreté, disponibilité de revues récentes en salle d'attente, entretien des plantes... Cet audit donne lieu à une note.

## 2.2 Vérifier le R&R

Un des objectifs de l'étape « Mesurer » est de mettre en place un *processus de mesure* capable de traduire la façon dont on satisfait le client. Comme tous les processus, le processus de mesure se décompose selon les 5M (Moyen, Milieu, Méthodes, Mesurande, Main-d'œuvre). Si on veut utiliser ce processus, il faut auparavant s'assurer qu'on le maîtrise.

Figure 4.2 – Décomposition de la dispersion vue



Le schéma (figure 4.2) illustre la décomposition de la dispersion telle qu'elle apparaît lors d'une mesure. Une partie de cette dispersion provient du processus de production, et une autre du processus de mesure.

L'additivité des variances nous permet d'écrire :  $\sigma_T^2 = \sigma_P^2 + \sigma_M^2$  avec

$\sigma_T^2$  : Variance totale

$\sigma_P^2$  : Variance réelle du processus de production

$\sigma_M^2$  : Variance du processus de mesure

Le but de l'étude R&R est de vérifier que la part de la variance de mesure est faible par rapport à la variance du processus. Autrement dit, on veut vérifier qu'un écart entre deux mesures traduit bien un écart entre deux produits différents.

## 2.3 Définitions

**Justesse** : écart systématique entre la moyenne de plusieurs mesures et la valeur de référence.

**Linéarité** : différence de justesse sur la plage d'utilisation de l'instrument.

**Stabilité** : variation des résultats d'un système de mesure sur une même caractéristique et le même produit sur une période de temps prolongée.

Ces trois points dépendent principalement du moyen de mesure et doivent être vérifiés périodiquement par l'entreprise. C'est le rôle de la « Gestion des moyens de mesure ».

**Répétabilité** : variations de mesures successives obtenues sur un même mesurande dans les mêmes conditions.

**Reproductibilité** : variations de mesures obtenues sur un même mesurande en faisant varier une condition.

Les parties répétabilité et reproductibilité dépendent principalement des 4 M autres que « Moyen » dans le processus de mesure. Une bonne gestion des moyens de mesure dans une entreprise ne garantit pas la répétabilité et la reproductibilité. C'est la raison pour laquelle il faut réaliser une étude spécifique.

## 2.4 Gestion des moyens de mesure

Pour mesurer, on dispose d'un instrument. La première des vérifications à réaliser, c'est de valider cet instrument. Pour cela, on doit vérifier :

- la justesse,
- la linéarité,
- la stabilité.

La plupart des entreprises ont mis en place dans le cadre de l'ISO 9000 une « Gestion des moyens de mesures » qui permet :

- d'identifier tous les instruments disponibles dans l'entreprise ;
- de rattacher les instruments aux chaînes d'étalonnage ;
- de planifier une vérification et un étalonnage avec un intervalle adapté de l'ensemble des instruments.

La plupart du temps, ces étalonnages sont sous-traités à des entreprises spécialisées.

## Étude de linéarité

L'étude de linéarité consiste à étudier la linéarité de l'instrument de mesure à partir de plusieurs étalons dont la valeur est connue et garantie.

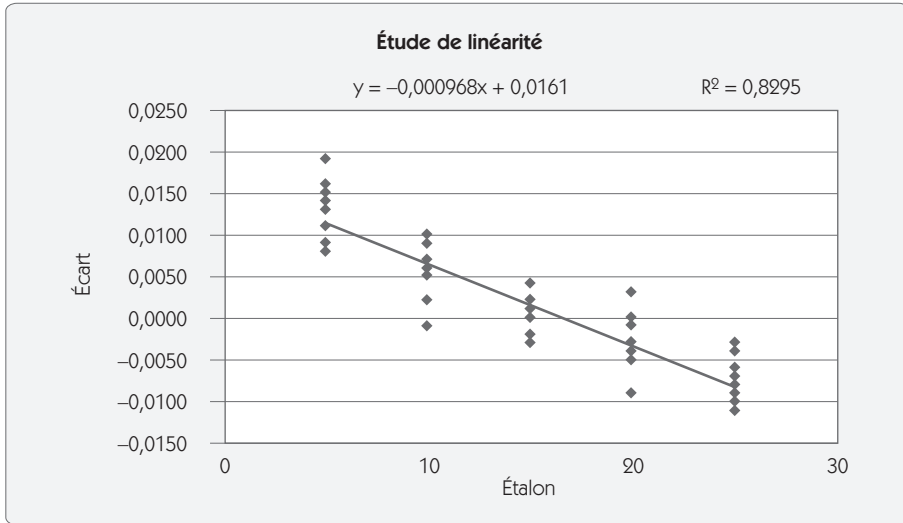
Dans l'exemple présenté (figure 4.3), on a pris 5 étalons (5, 10, 15, 20, 25) qui ont chacun été mesuré 10 fois.

**Figure 4.3 – Données d'une étude de linéarité**

| Étalon | Y     | Étalon | Y      | Étalon | Y      | Étalon | Y      | Étalon | Y      |
|--------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 5      | 5,011 | 10     | 10,006 | 15     | 15,002 | 20     | 19,995 | 25     | 24,996 |
| 5      | 5,009 | 10     | 10,01  | 15     | 15,001 | 20     | 19,996 | 25     | 24,989 |
| 5      | 5,013 | 10     | 10,002 | 15     | 14,997 | 20     | 20,003 | 25     | 24,992 |
| 5      | 5,016 | 10     | 10,005 | 15     | 15     | 20     | 20     | 25     | 24,994 |
| 5      | 5,014 | 10     | 10,006 | 15     | 15,004 | 20     | 19,999 | 25     | 24,994 |
| 5      | 5,019 | 10     | 9,999  | 15     | 15,001 | 20     | 19,997 | 25     | 24,991 |
| 5      | 5,014 | 10     | 10,007 | 15     | 14,998 | 20     | 19,999 | 25     | 24,997 |
| 5      | 5,009 | 10     | 10,005 | 15     | 15,001 | 20     | 19,997 | 25     | 24,993 |
| 5      | 5,008 | 10     | 10,002 | 15     | 15,001 | 20     | 19,996 | 25     | 24,989 |
| 5      | 5,015 | 10     | 10,009 | 15     | 14,998 | 20     | 19,991 | 25     | 24,99  |

En dessinant l'écart entre les valeurs et les étalons en fonction des valeurs des étalons, on peut visualiser l'erreur de linéarité et la dispersion de mesure sur un étalon (figure 4.4).

Figure 4.4 – Étude de linéarité



Ce graphique est complété par deux études statistiques :

- le test de Student (figure 4.5) sur la caractéristique de la droite (le lecteur pourra se reporter au chapitre 5, *Analyser*, dans lequel on détaille ce test et la régression linéaire).
- L'analyse du biais (figure 4.6) pour chaque position testée avec un test *t* pour savoir si ce biais est significatif (se reporter également au chapitre 5 pour plus de détail sur le test *t*). On peut éventuellement compenser ce biais qui forme une erreur systématique.

Figure 4.5 – Équation de régression

| Équation de régression : écart = 0,0161 – 0,000968 Étalon |           |            |        |       |
|---|-----------|------------|--------|-------|
| Prédicteur  | Coef.     | Sigma      | t      | P     |
| Constant  | 0,0161    | 0,001050   | 15,25  | 0,000 |
| Étalon  | -0,000968 | 0,00006334 | -15,28 | 0,000 |

Figure 4.6 – Biais par position

| Étalon | Moyenne     | Sigma      | t           | p     | Biais            |
|--------|-------------|------------|-------------|-------|------------------|
| 5      | 0,013       | 0,0033089  | 12,2658718  | 0,000 | Significatif     |
| 10     | 0,00518275  | 0,00331817 | 4,93925957  | 0,001 | Significatif     |
| 15     | 0,00026431  | 0,00203675 | 0,41036934  | 0,692 | Non significatif |
| 20     | -0,00276747 | 0,0032677  | -2,67818922 | 0,025 | Significatif     |
| 25     | -0,007478   | 0,00280676 | -8,42519325 | 0,000 | Significatif     |

## Interprétation

Dans notre exemple, l'instrument a une erreur de linéarité importante, doublée d'une dispersion de mesure autour de cet écart de linéarité, également importante. Ce test est réalisé à partir de pièces étalon, dans des conditions de laboratoire de métrologie. Pour être acceptable, l'instrument doit avoir un cumul d'erreurs de linéarité et de dispersion négligeable par rapport à la tolérance que l'on cherche à mesurer.

Une étude de linéarité satisfaisante ne dispense pas de faire le test R&R que nous décrivons ci-après.

## 2.5 Conduire une étude R&R – Cas des grandeurs mesurables

Le but de l'étude est de vérifier que la mesure réalisée n'est pas trop sensible au problème de répétabilité et de reproductibilité.

- Pour tester la répétabilité, on fait mesurer plusieurs fois par le même opérateur, sur la même caractéristique, la même mesure.
- Pour tester la reproductibilité, on identifie quelles sont les conditions de mesure qui sont susceptibles de changer (opérateurs différents par exemple) et on réalise une mesure dans les deux conditions.

Il est également important de réaliser ce test sur plusieurs produits différents. En effet, il peut y avoir des écarts entre deux opérateurs selon la pièce mesurée.

Prenons l'exemple d'une mesure de diamètre sur un produit ayant un défaut de circularité, réalisée par deux opérateurs. Le premier a comme habitude de prendre le diamètre maximal, alors que le second prend le diamètre moyen. Dans le cas d'un produit où le défaut de circularité est faible, il y aura peu d'écart entre les deux opérateurs mais, dans le cas d'un défaut important de circularité, les diamètres donnés par les deux opérateurs seront très différents.

Généralement, une étude R&R se conduit à partir d'une dizaine de produits, mesurés au moins deux fois, par au moins deux opérateurs différents. Les opérateurs choisis pour réaliser ce test seront bien sûr ceux qui devront mesurer les produits lors du projet Six Sigma.

**Figure 4.7 – Étude R&R**

| Variation d'une condition (opérateur) |                                   |                       |                                   |                       |
|---------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------|-----------------------------------|-----------------------|
| Tolérance :<br>7,7 ± 0,01             | Opérateur 1                       |                       | Opérateur 2                       |                       |
|                                       | Mesures dans les mêmes conditions |                       | Mesures dans les mêmes conditions |                       |
| N° Pièce                              | 1 <sup>re</sup> Mesure            | 2 <sup>e</sup> Mesure | 1 <sup>re</sup> Mesure            | 2 <sup>e</sup> Mesure |
| 1                                     | 7,700                             | 7,699                 | 7,700                             | 7,700                 |
| 2                                     | 7,699                             | 7,700                 | 7,699                             | 7,699                 |
| 3                                     | 7,702                             | 7,703                 | 7,702                             | 7,702                 |
| 4                                     | 7,703                             | 7,703                 | 7,702                             | 7,702                 |
| 5                                     | 7,703                             | 7,703                 | 7,702                             | 7,703                 |
| 6                                     | 7,703                             | 7,703                 | 7,703                             | 7,703                 |
| 7                                     | 7,699                             | 7,698                 | 7,699                             | 7,699                 |
| 8                                     | 7,701                             | 7,700                 | 7,700                             | 7,700                 |
| 9                                     | 7,704                             | 7,704                 | 7,702                             | 7,703                 |
| 10                                    | 7,699                             | 7,699                 | 7,699                             | 7,700                 |



L'analyse R&R va consister à analyser la décomposition de la variance totale par rapport aux différentes sources de dispersion :

- les pièces sont différentes (écarts du mesurande) ;
- les opérateurs sont différents (reproductibilité) ;
- il peut y avoir une interaction entre les opérateurs et les pièces (reproductibilité) ;
- la variance résiduelle (répétabilité).

Le lecteur trouvera plus de détails sur les principes de bases de l'analyse de la variance dans le chapitre 5, *Analyser*.

Soit  $Y_{ijr}$  représentant la mesure de l'opérateur  $i$  pour la pièce  $j$  lors de la répétition  $r$ . On considère que l'on a :

$$Y_{ijr} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijr}$$

- $\mu$  représente la moyenne de l'ensemble des valeurs ;
- $\alpha_i$  représente l'effet (ou biais) dû à l'opérateur  $i$  ;
- $\beta_j$  représente l'effet dû à la pièce  $j$  ;
- $(\alpha\beta)_{ij}$  représente l'effet dû à l'interaction opérateur/pièces ;
- $\varepsilon_{ijr}$  représente l'erreur distribuée normalement avec une moyenne de 0 et une variance de  $\sigma_\varepsilon^2$ .

L'additivité des variances donne donc :  $\sigma_y^2 = \sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_{(\alpha\beta)}^2 + \sigma_\varepsilon^2$

#### Notations :

- $a$  nombre d'opérateurs ( $a = 2$  dans l'exemple) ;
- $b$  nombre de pièces ( $b = 10$  dans l'exemple) ;
- $n$  nombre de répétitions de mesures ( $n = 2$  dans l'exemple) ;
- $Y_{ijk}$  représente la mesure de l'opérateur  $i$ , sur la pièce  $j$ , pour la  $k^{\text{e}}$  répétition ;

- $Y_{\dots} = \text{moyenne générale} = \frac{1}{abn} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n Y_{ijk}$

- $\bar{Y}_{ij\bullet}$  représente la notation abrégée de  $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Y_{ijk}$

- $\bar{Y}_{\bullet j \bullet}$  représente la notation abrégée de  $\frac{1}{an} \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^n y_{ijk}$

Rappelons que l'analyse de la variance part de la décomposition de la somme totale des carrés des écarts de toutes les observations :

$$SS_T = SS_O + SS_P + SS_{OP} + SS_E$$

Avec :

- Somme des carrés opérateurs :

$$SS_O = bn \sum_{i=1}^a (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})^2$$

- Somme des carrés pièces :

$$SS_P = an \sum_{j=1}^b (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...})^2$$

- Somme des carrés interactions

$$SS_{OP} = n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...})^2$$

Le tableau d'analyse de la variance s'écrit de la façon suivante :

**Figure 4.8 – Tableau d'analyse de la variance**

| Source                           | SS <sup>2</sup>  | ddl                       | Moyenne des carrés                         | Test stat.                   |
|----------------------------------|------------------|---------------------------|--|------------------------------|
| Pièces                           | SS <sub>P</sub>  | $v_P = b - 1$             | $MS_P = \frac{SS_P}{b - 1}$                | $F_0 = \frac{MS_P}{MS_{OP}}$ |
| Opérateurs<br>(reproductibilité) | SS <sub>O</sub>  | $v_O = a - 1$             | $MS_O = \frac{SS_O}{a - 1}$                | $F_1 = \frac{MS_O}{MS_{OP}}$ |
| Interaction                      | SS <sub>OP</sub> | $v_{OP} = (a - 1)(b - 1)$ | $MS_{OP} = \frac{SS_{OP}}{(a - 1)(b - 1)}$ | $F_2 = \frac{MS_{OP}}{M_R}$  |
| Résidus<br>(répétabilité)        | SS <sub>R</sub>  | $v_R = ab(n - 1)$         | $MS_R = \frac{SS_R}{ab(n - 1)}$            |                              |
| Totale                           | SST              | $v_T = abn - 1$           | $\sigma_{N-1}^2$                           |                              |

En cas d'interaction non significative, on fusionne l'interaction avec la dispersion résiduelle, les ratios  $MS_R$ ,  $F_0$  et  $F_1$  se calculent alors par la relation :

$$MS_R = \frac{SS_r + SS_{OP}}{ab(n-1) + (a-1)(b-1)} \quad F_0 = \frac{MS_P}{MS_R} \quad F_1 = \frac{MS_O}{MS_R}$$

L'analyse du tableau d'ANAVAR nous permet de dissocier les différentes sources de variabilité :

**Figure 4.9 – Décomposition des dispersions**

| Source                                | Variance                                    | Interprétation   |
|---------------------------------------|---|--|
| Dispersion du moyen (répétabilité)    | $D_{Répé} = 6\sqrt{MS_R}$                   | La dispersion de répétabilité représente l'importance des variations observées lors de mesures par un même opérateur sur une même pièce.                   |
| Estimateur de la dispersion opérateur | $D_O = 6\sqrt{\frac{MS_O - MS_{OP}}{bn}}$   | Cette dispersion représente l'importance des variations observées par le même opérateur sur plusieurs pièces.  |
| Dispersion de l'interaction           | $D_{OP} = 6\sqrt{\frac{MS_{OP} - MS_R}{n}}$ | Cette dispersion représente l'importance des différences observées sur les moyennes de plusieurs mesures par différents opérateurs sur différentes pièces. |
| Dispersion de reproductibilité        | $D_{Repro} = \sqrt{D_O^2 + D_{OP}^2}$       | Cette dispersion représente la reproductibilité qui est le cumul de la dispersion des opérateurs et de l'interaction.                                      |
| Dispersion sur les pièces             | $D_P = 6\sqrt{\frac{MS_P - MS_{OP}}{an}}$   | Cette dispersion représente l'importance des variations observées sur une même pièce par plusieurs opérateurs.   |
| Dispersion de l'instrument            | $R\&R = \sqrt{D_R^2 + D_O^2 + D_{OP}^2}$    | R&R représente la somme de toutes les dispersions indésirables.  |

On calcule ainsi le Cmc :  $Cmc = \frac{\text{Intervalle de tolérance}}{\text{Dispersion de l'instrument}}$

Dans notre exemple, nous aurions :

**Figure 4.10 – ANAVAR en tenant compte de l'interaction**

| Source                 | Somme des carrés   | ddl | Moyenne des carrés | F     | F limite | Sign | Risque |
|------------------------|--------------------|-----|--------------------|-------|----------|------|--------|
| Pièces                 | $SS_P = 0,0001166$ | 9   | $V_P = 1,29E-5$    | 28,43 | 3,17     | OUI  | 0,000  |
| Opérateurs             | $SS_O = 9E-7$      | 1   | $V_O = 9E-7$       | 1,975 | 5,11     | NON  | 0,193  |
| Opé*Pièces             | $SS_{OP} = 4,1E-6$ | 9   | $V_{OP} = 4,5E-7$  | 2,278 | 2,39     | OUI  | 0,060  |
| Résidus (répétabilité) | $SS_r = 4E-6$      | 20  | $V_r = 2E-7$       |       |          |      |        |
| Totale                 | 0,0001256          | 39  | 3,22E-6            |       |          |      |        |

L'analyse des sources de dispersion donne :

**Figure 4.11 – Décomposition de la dispersion**

| Source                             | Dispersion   | % tolérance |
|------------------------------------|--|-------------|
| Dispersion du moyen (répétabilité) | $D_{Répé} = 6\sqrt{2E-7} = 0,0026833$                            | 13,42 %     |
| Dispersion opérateur               | $D_O = 6\sqrt{\frac{9E-7 - 4,55E-7}{10 \times 2}} = 0,0008944$   | 4,47 %      |
| Dispersion de l'interaction        | $D_{OP} = 6\sqrt{\frac{4,55E-7 - 2E-7}{2}} = 0,0021448$          | 10,72 %     |
| Dispersion de reproductibilité     | $D_{Repro} = \sqrt{0,0008944^2 + 0,002145^2} = 0,00232382$       | 11,62 %     |
| Dispersion sur les pièces          | $D_P = 6\sqrt{\frac{1,29E-7 - 4,55E-7}{2 \times 2}} = 0,0106066$ | 53,03 %     |
| Dispersion de l'instrument         | $R\&R = \sqrt{D_R^2 + D_O^2 + D_{OP}^2} = 0,00354968$            | 17,75 %     |

Soit

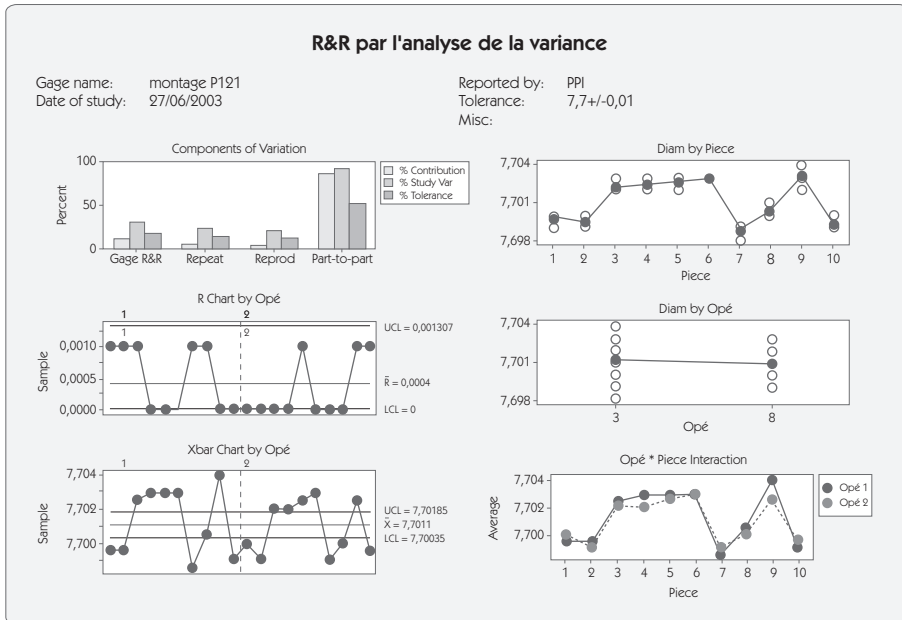
$$Cmc = \frac{\text{Tolérance}}{R\&R} = \frac{0,02}{0,00355} = 5,36$$

$$R\&R \% = \frac{R\&R}{\text{Tolérance}} \times 100$$

$Cmc > 4$  (ou  $R\&R\% < 25\%$ ), l'instrument est jugé acceptable.

L'analyse de la variance nous fournit également de précieux renseignements, notamment grâce aux représentations graphiques (figure 4.12) :

- La contribution à la somme des carrés nous donne une information précieuse sur le ratio entre la part prise par les pièces (idéalement 100 %, ici 53 %) et les parts respectives des opérateurs et de la répétabilité.
- La contribution à la variance de l'instrument nous donne la part de l'opérateur (reproductibilité) et de la variance résiduelle (répétabilité) dans  $\sigma_{instrument}^2$ , variance de l'instrument.
- Le graphe des effets (figure 4.12) nous indique graphiquement les effets respectifs des opérateurs et de la pièce.
- Le graphe des interactions montre la moyenne des mesures que chaque opérateur a trouvée sur les 10 pièces. S'il n'y a qu'un effet de l'opérateur (pas d'interaction), on devrait trouver des courbes parallèles.
- Le graphe des étendues nous indique une mesure qui peut être aberrante (étendue hors des limites de contrôle). Dans ce cas, il faudrait recommencer la mesure.

Figure 4.12 – Résultat d'une analyse R&R<sup>10</sup>

## 2.6 Conduire une étude R&R – Cas des grandeurs non mesurables

Bien que l'on cherche toujours à disposer d'un moyen de mesure continu, il arrive que l'on doive recourir dans un projet Six Sigma à des moyens non mesurables donnant une évaluation du résultat (Bon/Pas Bon), plutôt qu'un chiffre. Dans ce cas de figure, il faut néanmoins être capable d'analyser la répétabilité et la reproductibilité du processus de mesure.

L'étude R&R dans le cas de contrôle des attributs se conduit de la même façon que dans le cas des mesures :

- On sélectionne au moins 15 produits.

10. Les graphiques et analyses sont réalisés avec Minitab – Logiciel d'analyse statistique [www.minitab.com](http://www.minitab.com)

- On prend toutes les précautions pour éviter que les manipulations dégradent les produits tests.
- Chaque produit est examiné (si possible) par un groupe d'experts afin d'affecter un attribut au produit (par exemple, Conforme/ Non-conforme) : l'attribut peut éventuellement posséder plus de deux classes (par exemple, une échelle de 1 à 5).
- Chaque produit est évalué deux fois par au moins deux opérateurs.

On obtient ainsi le tableau suivant (figure 4.13).

**Figure 4.13 – Test R&R aux attributs**

| N° | Réf. | Opér1  |        | Opér2  |        | Pb répét. |       | Pb reprod. |           |
|----|------|--------|--------|--------|--------|-----------|-------|------------|-----------|
|    |      | Insp 1 | Insp 2 | Insp 1 | Insp 2 | Opér1     | Opér2 | Entre opér | Avec réf. |
| 1  | C    | C      | C      | C      | C      |           |       |            |           |
| 2  | NC   | NC     | NC     | NC     | NC     |           |       |            |           |
| 3  | C    | C      | C      | C      | C      |           |       |            |           |
| 4  | C    | C      | C      | C      | C      |           |       |            |           |
| 5  | C    | C      | C      | C      | C      |           |       |            |           |
| 6  | C    | C      | C      | C      | C      |           |       |            |           |
| 7  | C    | C      | C      | C      | C      |           |       |            |           |
| 8  | C    | C      | C      | C      | NC     |           | 1     |            |           |
| 9  | C    | C      | C      | C      | C      |           |       |            |           |
| 10 | C    | C      | C      | C      | C      |           |       |            |           |
| 11 | C    | C      | C      | C      | C      |           |       |            |           |
| 12 | NC   | NC     | NC     | C      | C      |           |       | 1          |           |
| 13 | NC   | NC     | NC     | NC     | NC     |           |       |            |           |
| 14 | C    | C      | C      | C      | C      |           |       |            |           |
| 15 | C    | C      | NC     | C      | C      | 1         |       |            |           |

## Interprétation

- Le produit 8 a posé un problème de répétabilité à l'opérateur 2.
- Le produit 15 a posé un problème de répétabilité à l'opérateur 1.
- Le produit 12 a posé un problème de reproductibilité aux opérateurs. L'opérateur 2 a été plus sévère que l'expert.
- Aucun produit n'a posé de problème de reproductibilité par rapport à la référence. Lorsque les opérateurs sont d'accord entre eux, ils sont également d'accord avec la référence.

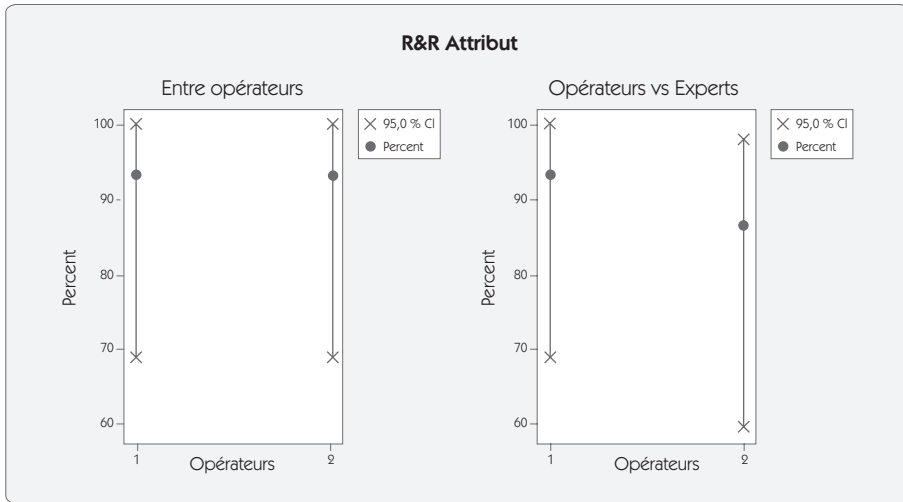
On conduit alors une analyse statistique pour chaque opérateur (figure 4.14). Pour être acceptable, le score de chaque opérateur doit être supérieur à 90 %. Dans l'exemple que nous avons pris, l'opérateur 2 n'atteint pas le critère à cause du problème de reproductibilité sur la pièce 12.

Les limites à 95 % forment l'intervalle de confiance à 95 % de la loi binomiale sur le score obtenu. Pour resserrer ces limites, il faut augmenter la taille de l'échantillon type.

**Figure 4.14 – Analyse par opérateur**

|                        | Opérateur 1 | Opérateur 2 |
|------------------------|-------------|-------------|
|                        | Opér 1      | Opér 2      |
| Total inspecté         | 15          | 15          |
| Problèmes répétabilité | 1           | 1           |
| Problèmes vs expert    | 0           | 1           |
| Plus sévère            | 0           | 0           |
| Moins sévère           | 0           | 1           |
| Total problèmes        | 1           | 2           |
| 95 % LSC               | 99,8 %      | 98,3 %      |
| Score %                | 93,33 %     | 86,67 %     |
| 95 % LIC               | 68,1 %      | 59,5 %      |
| Conclusion             | Adapté      | Pas adapté  |





Cette analyse est complétée par une analyse globale (figure 4.15).

**Figure 4.15 – Analyse globale**

|                                   | Entre opérateurs | Avec l'expert |
|-----------------------------------|------------------|---------------|
| <b>Total inspecté</b>             | 15               | 15            |
| <b>Problèmes répétabilité</b>     | 2                | 2             |
| <b>Problèmes reproductibilité</b> | 1                | 1             |
| <b>Total problèmes</b>            | 3                | 3             |
| <b>95 % LSC</b>                   | 95,67 %          | 95,67 %       |
| <b>Score s %</b>                  | 80,00 %          | 80,00 %       |
| <b>95 % LIC</b>                   | 51,91 %          | 51,91 %       |
|                                   | Adapté           | Adapté        |

L'analyse globale fait le cumul des problèmes de répétabilité et de reproductibilité. On peut ainsi calculer un score qui doit être supérieur ou égal à 80 % afin qu'il soit acceptable.

### 3. Mesurer le processus

Dans la seconde phase de l'étape « Mesurer », on va réunir des informations qui soient mesurables sur le processus. Ces données peuvent provenir :

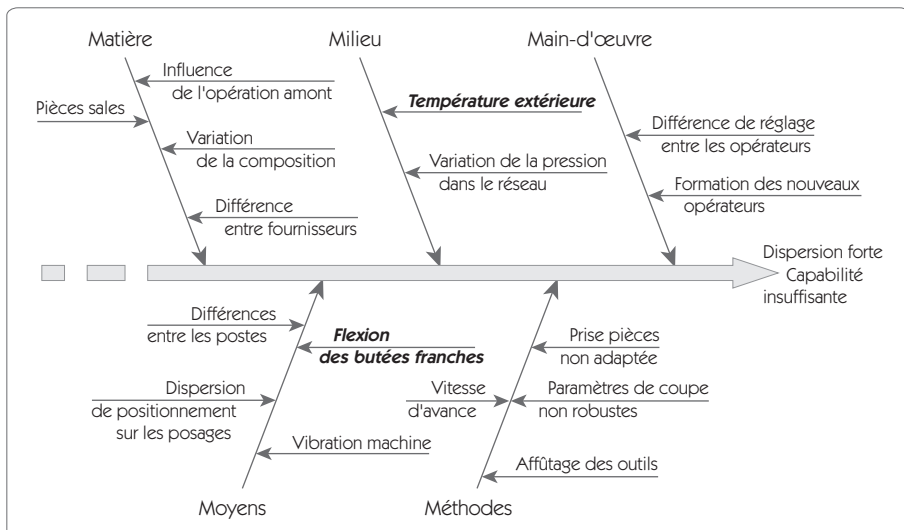
- de résultats disponibles sur le processus ;
- d'une campagne de mesures qui sera spécialement réalisée.

Cependant, pour faire en sorte que ces mesures soient pertinentes, on doit chercher à limiter la variabilité. Pour cela, on commence par améliorer le processus sans recourir à des statistiques, simplement en fixant le plus possible de facteurs suite à une analyse des 5M.

#### 3.1 Analyse des 5M du processus

L'analyse doit commencer par une analyse qui soit la plus exhaustive possible des sources de dispersion. Quelles sont les causes de la variabilité sur le processus source de non-satisfaction des clients ? On recherchera tous les X influents sur le centrage et sur la dispersion de Y.

Figure 4.16 – Diagramme des 5M



Un des outils d'analyse parmi les plus utilisés est le diagramme en arête de poisson (diagramme d'Ishikawa). On identifie cinq causes fondamentales de variabilité :

- **Main-d'œuvre** directe ou indirecte du processus.
- **Moyens** mis en œuvre (machine, outillage).
- **Méthodes** retenues pour la conduite du processus.
- **Matières** utilisées.
- **Milieu** dans lequel le processus évolue.

Il n'y a pas lieu de rajouter d'autres M comme cela est parfois écrit. En effet, la mesure n'est pas un M supplémentaire, mais un autre processus avec ses propres 5M qui doit être maîtrisé, et le management rentre dans la main-d'œuvre.

À partir de cette analyse, on doit identifier les éléments dont on a la garantie qu'ils ont une faible influence sur la variabilité. On fait par exemple apparaître en couleur ces éléments. Dans l'exemple présenté, deux éléments seulement étaient maîtrisés :

- *Température extérieure ;*
- *Flexion des butées franches.*

### 3.2 Figurer les éléments non maîtrisés

Une des premières tâches d'amélioration de Six Sigma commence dès l'analyse des 5 M. Il s'agit de « Ramasser les fruits au pied de l'arbre ».

En effet, avant de mettre en place de grosses améliorations (« aller chercher les fruits au sommet de l'arbre ») qui feront l'objet de l'étape « Innover/améliorer », on doit chercher à maîtriser la variabilité en bloquant le plus possible toutes les petites sources de variabilité. L'analyse des 5M nous montre qu'il existe de nombreuses sources de variabilité, qui peuvent être bloquées à moindres frais très rapidement. Ce serait dommage de s'en priver.

Figurer les éléments non maîtrisés consiste donc à passer en revue l'ensemble des sources de variabilité qui a été identifié (décentrage et dispersion), et à trouver pour chacune s'il existe une solution simple permettant de réduire cette variabilité à moindres frais. Le tableau pré-

senté ci-après (figure 4.17) montre quelques exemples simples de réduction de variabilité qui ont été réalisés à partir du diagramme des 5M (figure 4.16).

**Figure 4.17 – Réduction des sources de variabilité**

| Source de variabilité                      | Solution envisagée   |
|--|--|
| Différence de réglage entre les opérateurs | Rédaction d'une fiche de poste formalisant le réglage                    |
| Formation des nouveaux opérateurs          | Mise en place d'une formation au poste                                   |
| Variation de la pression dans le réseau    | Mise en place d'un dispositif d'amortissement des variations de pression |
| Pièces sales                               | Modification de la gamme<br>➔ passage systématique en machine à laver    |

Voici les principaux moyens mis en œuvre pour figer les paramètres :

- modifier le processus pour figer une position ;
- fixer les valeurs des constantes, même là où cela n'a – *a priori* – pas d'influence, lorsque cela ne coûte rien ;
- améliorer les procédures ;
- figer davantage de consignes ;
- systématiser la façon de faire ;
- formaliser la façon de faire sur des documents et vérifier l'application...

À partir de ces actions, on constate généralement une réduction importante de la variabilité. Cette réduction du « bruit » permettra de mieux faire ressortir dans l'étape « Analyser » les X susceptibles de faire progresser de façon importante le processus.

### 3.3 Établir la matrice d'impact

Il est très important au début d'un projet de bien formaliser le savoir faire mais aussi les a priori des membres du groupe dès le début d'un chantier Six Sigma. Plusieurs outils adaptés à cet objectif déjà été présentés tels que les 5 pourquoi, le Diagramme Est, N'est Pas, les 5 M...

La matrice d'impact vient en complément de ces outils. Le but est de faire apparaître les relations qui existent – *a priori* – entre les X du problème (les entrées) et les Y (les sorties). On demande aux participants à la séance de travail de citer et si possible d'évaluer l'impact des X sur l'ensemble des Y du processus. Il ne s'agit pas ici de trouver les facteurs responsables du problème, mais de simplement préciser l'impact de chaque X sur l'ensemble des Y. Cette analyse a beaucoup de similitude avec une analyse de type 5M. Elle est particulièrement utile pour faire apparaître les relations complexes lorsqu'il y a plusieurs CTQ à optimiser.

La figure 4.18 montre un exemple simple de matrice d'impact avec 3 caractéristiques critiques Y et 4 caractéristiques X.

Pour chaque CTQ, on affecte un poids (en général de 1 à 5 en fonction de son importance. L'analyse consiste à identifier pour chaque X son impact sur tous les Y. S'il impacte fortement on mettra ⑨, moyennement ③, faiblement ①. Le poids de chaque X est automatiquement calculé en faisant la somme des produits poids  $\times$  impact. Ainsi la caractéristique « Lubrification » a un poids de  $5 \times 9 + 4 \times 9 + 3 \times 3 = 90$ .

Pour chaque X, on affecte une note de capabilité (de 1 à 10) soit en fonction de la connaissance précise de celle-ci, soit de manière empirique. Cette note permet de calculer un coefficient de satisfaction potentiel sur chaque CTQ fonction de l'impact des X et de leur capabilité. Ainsi le coefficient de satisfaction du premier CTQ est calculé par la relation :

$$CS = \frac{9 \times 3 + 3 \times 10 + 9 \times 5 + 1 \times 6}{9 \times 10 + 3 \times 10 + 9 \times 10 + 1 \times 10} = 22 \%$$

Le coefficient CS est égal à 100 % si chaque X impactant le Y a une capabilité égale à 10. Le profil des coefficients de satisfaction doit refléter le profil des problèmes rencontrés sur les CTQ.

Figure 4.18 – Matrice d'impact

| N° | CQT : caractéristiques critiques du produit (Y) | Objectifs | Caractéristique X impactant les Y |                       |                     |                     | Somme des coefficients | Niveau de satisfaction |                        |
|----|---|-----------|-----------------------------------|-----------------------|---------------------|---------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
|    |   |           | Poids                             | Lubrification         | Profil des dentures | Qualité des lavages |                        |                        | Déformation au montage |
| 1  | Précision de marche                             | ± 10      | 5                                 | ⑨                     | ③                   | ⑨                   | ①                      | 22                     | 49 %                   |
| 2  | Robustesse aux positions                        | ± 10      | 4                                 | ⑨                     | ⑨                   |                     |                        | 18                     | 65 %                   |
| 3  | Vitesse de remontage                            | 25        | 3                                 | ③                     |                     | ③                   | ⑨                      | 15                     | 52 %                   |
|    |   |           | Cible et tolérance ou objectif    | Présence systématique | Profil V            | Sans résidus        | Absence                |                        |                        |
|    |   |           | Note de capabilité                | 3                     | 10                  | 5                   | 6                      |                        |                        |

### 3.4 Mettre en œuvre une campagne de relevés

La mise en œuvre d'une campagne de relevés s'appuie sur l'analyse des 5M du processus et sur la matrice d'impact. À l'issue de ce travail, on doit avoir une idée précise des éléments pouvant expliquer les

variations sur le Y du processus. La campagne de relevé de données doit viser à collecter les mesures qui permettront d'apporter la preuve statistique.

Les relevés doivent permettre :

- de mesurer le z du processus (sur le Y) ;
- d'établir des relations entre les X et les Y, d'où l'importance de pouvoir repérer par produits quels sont les X et les Y.

Pour pouvoir mettre en œuvre une campagne de relevés efficace, il faut déjà connaître les analyses que l'on veut réaliser à partir de ces données. Cette étape est très consommatrice en termes de délai dans le projet ; il est donc très important d'éviter de devoir réaliser plusieurs séries consécutives de campagnes de relevés.

Dans l'exemple présenté (figure 4.16), plusieurs sources de variabilité potentielle ont été soulevées (fournisseurs, postes...) sans que l'on ait prouvé réellement leur influence. La campagne de relevés devra permettre de mettre en évidence l'influence de ces différents facteurs. À cette fin, on doit réaliser un tableau de données mettant en relation le Y (la réponse) avec les X potentiels (fournisseurs, postes...).

Pour simplifier le travail de relevé, la feuille devra être conçue de telle façon qu'elle soit très simple d'utilisation et qu'elle demande le moins d'écriture possible. Dans l'exemple choisi (figure 4.19), **l'opérateur entourera simplement le fournisseur concerné et le numéro de poste**, et écrira la valeur de Y.

**Figure 4.19 – Feuille de relevés**

| N° relevé | Fournisseurs | N° Poste  | ... | Y obtenu |
|-----------|--------------|-----------|-----|----------|
| 1         | (A) B        | 1 (2) 3 4 | ... | 10,25    |
| 2         | A (B)        | 1 2 3 (4) | ... | 10,27    |
| ...       | ...          | ...       | ... | ...      |
| n         | A (B)        | 1 2 (3) 4 | ... | 10,22    |

Les relevés formeront un échantillon permettant d'analyser le comportement du système et de déterminer sa performance au travers des indicateurs de capacité. Pour pouvoir remplir ce rôle, un échantillon doit :

1. **Être représentatif.** Il est préférable de faire plusieurs échantillonnages de petite taille à des moments différents plutôt qu'un seul prélèvement important à un moment précis. Cela permet d'éviter que des données soient biaisées par une configuration particulière, et aussi d'observer d'éventuelles dérives dans le temps. Lorsque plusieurs machines sont impliquées dans le projet, il convient de relever des données pour chaque machine. L'échantillonnage retenu doit donc couvrir tout le périmètre (lieu) pour toute la période (temps).
2. **Avoir un nombre suffisamment important de valeurs.** En effet, il sera très difficile de tirer des conclusions significatives à partir d'une dizaine de valeurs. Plus il y a de valeurs, et plus les résultats seront pertinents. Pour donner un ordre de grandeur, une trentaine de données est nécessaire pour calculer le  $z$  du processus. Mais si la mesure est discrète, la taille des échantillons peut être beaucoup plus importante. Pour déterminer la taille nécessaire, il faut identifier les risques alpha et bêta sur les tests que l'on veut réaliser. Le lecteur se reportera au chapitre 5 pour plus de détails sur ces deux risques.

## 4. Estimer le $z$ du processus

### 4.1 Cas des défauts mesurables

Lorsqu'on dispose d'un moyen de mesure, on veut identifier le niveau de qualité atteint. Pour cela, on doit mesurer le  $z$  du procédé. Rappelons que l'objectif d'une démarche Six Sigma est d'atteindre un  $z$  supérieur à 6, ce qui correspond à moins de 6,4 défauts par million d'opportunités.

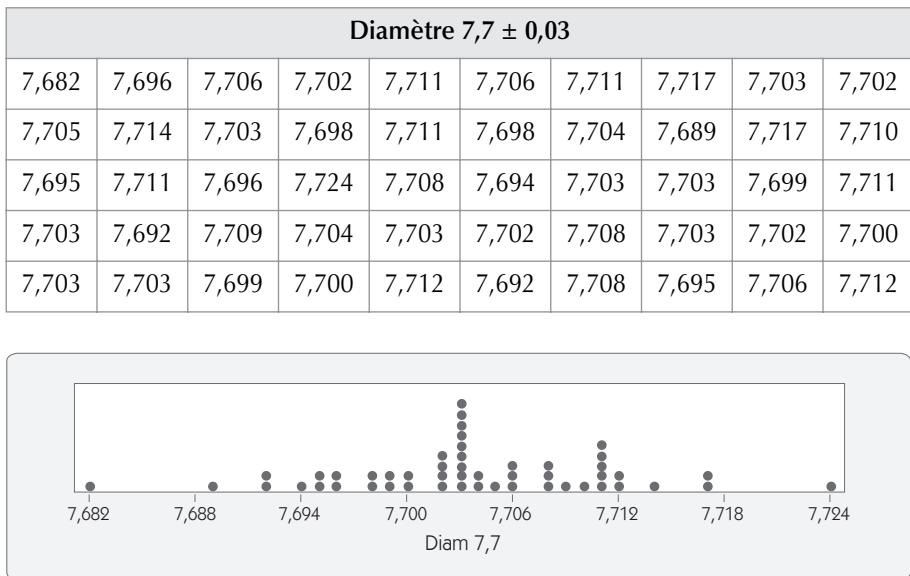


### 4.1.1 Représentation graphique des Y

Pour pouvoir calculer le  $z$  du processus, il faut disposer d'un certain nombre de valeurs de  $Y$  (au moins un trentaine). Le premier travail consiste à représenter ces données sous forme graphique.

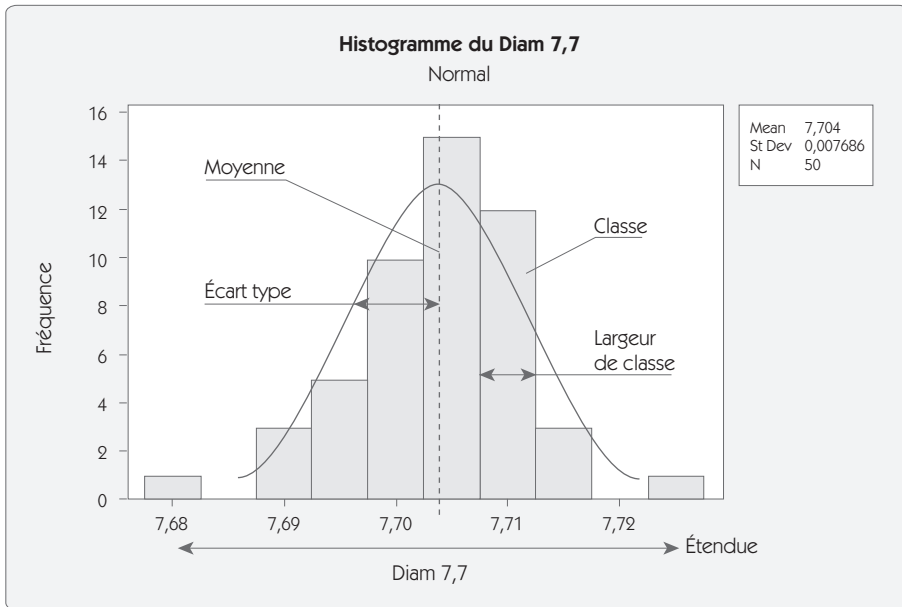
Le diagramme des fréquences (figure 4.20) en est une première représentation. Il présente l'inconvénient de donner une image difficilement interprétable lorsque les données sont étalées selon une grande plage de mesure.

Figure 4.20 – Diagramme des fréquences



Pour les raisons qui viennent d'être dites, on lui préfère la représentation sous forme d'histogramme (figure 4.21) qui donne une meilleure image de la répartition des valeurs.

Figure 4.21 – Histogramme



### Définition

Un histogramme est un diagramme à barres (rectangles) contiguës dont les aires sont proportionnelles aux fréquences.

Chaque rectangle correspond à un regroupement en *classe*. Le nombre de classes  $N_C$  est proportionnel au nombre de valeurs  $N$  ; on prend en

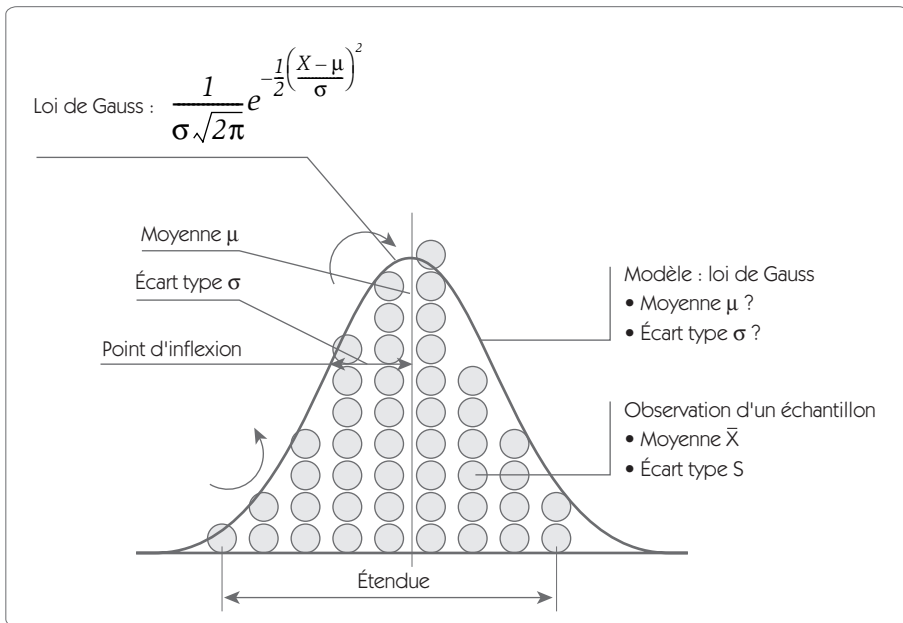
général  $N_C = \sqrt{N}$  ou  $N_C = 1 + \frac{10 \log(N)}{3}$

La largeur de classe doit correspondre à un multiple de la résolution de l'instrument de mesure. Ainsi, sur l'histogramme (figure 4.21), la largeur de classe est égale à 0,005 pour un instrument de mesure qui donnait des valeurs avec une résolution de 0,001.

### 4.1.2 Calcul des paramètres de position et de dispersion

Une fois que l'on dispose de ces données, on va chercher à qualifier la position et la variabilité de la population. Pour qualifier cette position, on calcule la moyenne  $\bar{X}$  et, pour la dispersion, on calcule l'écart type  $S$ . D'autres calculs peuvent être réalisés tant en dispersion qu'en position, nous y reviendrons au chapitre 5 en détaillant également davantage les lois de distribution des moyennes et des écarts types.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad \sigma_{n-1} = S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$



$\bar{X}$  est un *estimateur* de la valeur de la moyenne de la population  $\mu$ . En effet, un autre échantillonnage issu de la même population donnerait une valeur différente de  $\bar{X}$  pour une valeur  $\mu$  inchangée.

De même,  $S$  est un estimateur de la vraie valeur de l'écart type  $\sigma$ . D'un point de vue pratique, l'écart type dans une courbe de Gauss représente la distance entre la moyenne et le point d'inflexion de la courbe.

### 4.1.3 Dispersion court terme et dispersion long terme

Dans un processus, on dissocie deux types de dispersion (figure 4.22) :

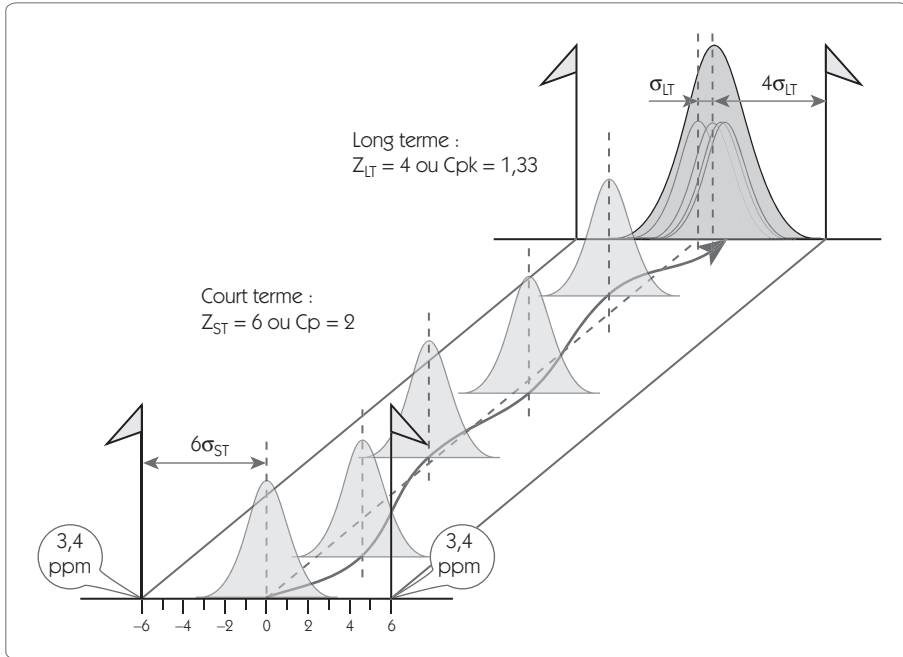
- la dispersion court terme qui est une caractéristique intrinsèque du processus ;
- la dispersion long terme qui dépend de la dispersion court terme et de la façon dont on pilote le processus.

Lorsque l'on calcule un écart type, il faut bien savoir si on calcule un écart type court terme ou un écart type long terme. La différence n'est pas due à la formule qui est toujours la même, mais aux données sur lesquelles on applique la formule.

Par exemple, un prélèvement de 30 relevés est réalisé de façon régulière sur une semaine de production pour calculer *sigma*, un autre de 30 relevés également représente 5 minutes de production. En appliquant la même formule sur les deux prélèvements, on trouvera des choses très différentes : le premier sera un écart type long terme alors que le second sera un écart type court terme.

Le  $z$  du processus correspond à la dispersion court terme

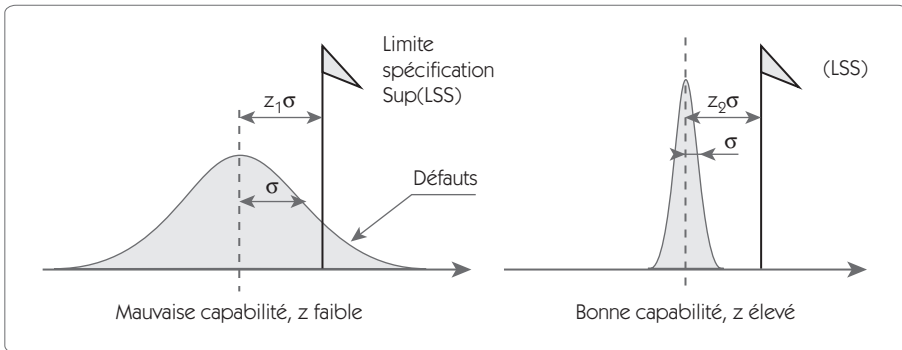
Figure 4.22 – Sigma court terme et long terme



L'objectif Six Sigma est d'obtenir une capacité court terme telle que  $z$  soit supérieur à 6. Dans l'approche Six Sigma classique, il n'y a pas d'exigence sur le niveau de capacité long terme à atteindre. Cependant, les entreprises qui pratiquent de manière intensive la méthode demandent en général une performance du processus telle que  $Z_{LT} = 4$ , ce qui correspond à un  $Ppk = 1,33$  (on définira dans la prochaine section de ce chapitre la notion de  $Ppk$ ).

### 4.1.4 Détermination du z à partir d'un échantillon

Figure 4.23 – Loi normale et capabilité



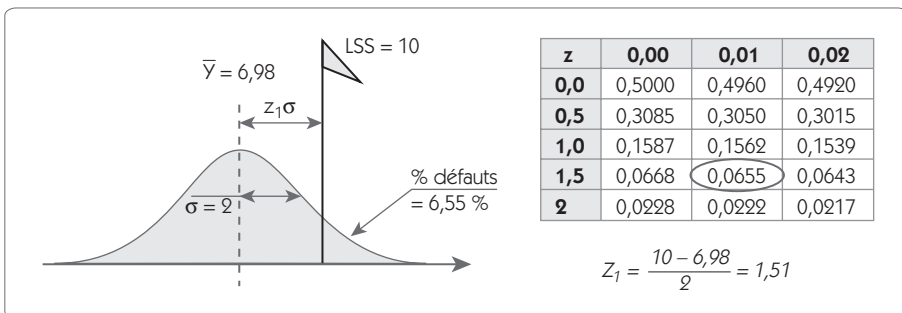
Un processus sera *capable* de donner satisfaction aux clients si sa dispersion est faible devant la tolérance. Pour caractériser la dispersion, on a vu que le meilleur indicateur était l'écart type. Il est donc possible de caractériser la capabilité du processus par le ratio :

$$z = \frac{LSS - \bar{X}}{\sigma}$$

S'il existe une spécification Sup et Inf, on peut calculer un z pour chaque spécification.

Relation entre le z et le % de non conformes

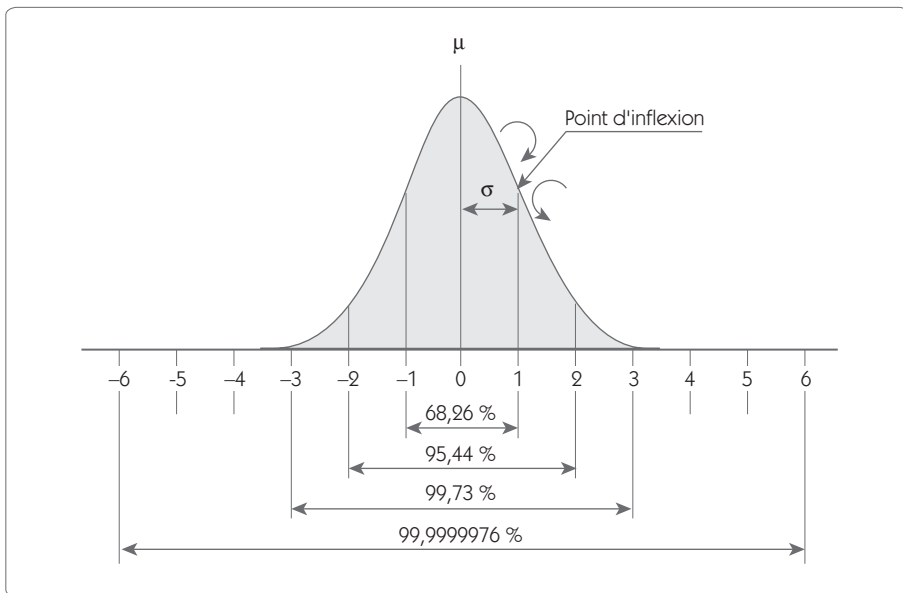
Figure 4.24 – Relation entre le z et la proportion hors tolérance



Pour un  $z$  donné, dans le cas d'une loi de distribution de Gauss, on peut déterminer facilement la proportion de non conformes en utilisant la table de la loi normale donnée en T2, au chapitre 10, *Tables et résumés*. Dans l'exemple présenté (figure 4.24), le  $z_1 = 1,51$  correspond à une proportion de non conformes de 0,0655 soit 6,55 %.

Dans le cas de tolérances bilatérales (Min et Max), lorsqu'un procédé est centré, la représentation (figure 4.25) donne les proportions de non conformes en fonction du  $z$ .

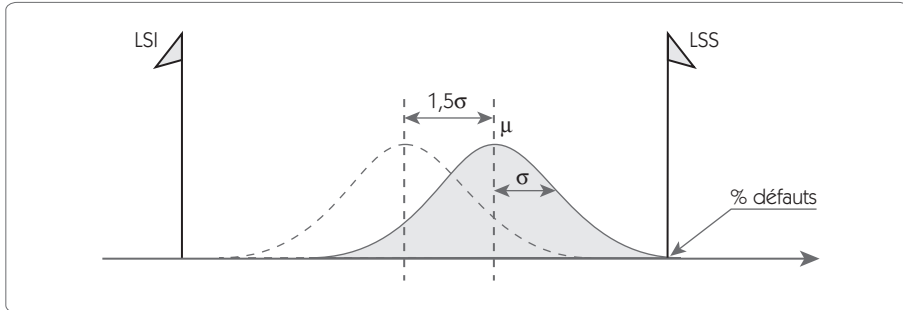
**Figure 4.25 – Relation entre le  $z$  et la proportion de non conformes**



Ainsi entre  $\pm 3\sigma$ , on a 99,73 % de la population et seuls 2 produits par milliard excèdent  $\pm 6\sigma$ .

**Définition de la dispersion :** la *dispersion du procédé* est définie par l'intervalle  $\pm 3\sigma$ .

Calcul du  $z_{\text{process}}$  en tenant compte d'un décentrage

Figure 4.26 – Calcul de  $z$  en tenant compte d'un décentrage de  $1,5\sigma$ 

Pour déterminer le  $z$  du process, il faut tenir compte des décentrages inévitables qui vont se produire au cours de la vie du processus. Même avec les méthodes de pilotage par carte de contrôle que nous développerons au chapitre 7, *Contrôler/maîtriser*, on ne sait pas bien détecter un décentrage inférieur à  $1,5$  écart type. Le lecteur averti pourra vérifier sur les courbes d'efficacité des cartes de contrôle de Shewhart qu'avec une taille d'échantillon de 5, la probabilité de ne pas détecter un décentrage de  $1,5\sigma$  est de 37,4 %.

De manière arbitraire, on enlève donc  $1,5$  écart type pour déterminer la proportion de non-conformités d'un  $z_{processus}$

Ce qui permet de déterminer le tableau des non-conformités en fonction du  $z_{processus}$  (figure 4.27).



Figure 4.27 – Défauts par million en fonction du niveau de qualité  $z$ 

| Niveau de qualité $z\sigma$ | ppm centré dans les tolérances | ppm avec un décalage de 1,5 |
|-----------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| 1                           | 317310,52                      | 697672                      |
| 1,5                         | 133614,46                      | 501350                      |
| 2                           | 45500,12                       | 308770                      |
| 2,5                         | 12419,36                       | 158687                      |
| 3                           | 2699,93                        | 66811                       |
| 3,5                         | 465,35                         | 22750                       |
| 4                           | 63,37                          | 6210                        |
| 4,5                         | 6,80                           | 1350                        |
| 5                           | 0,574                          | 233                         |
| 5,5                         | 0,03807                        | 32                          |
| 6                           | 0,00198                        | 3,4                         |
| 6,5                         | 0,00008                        | 0,29                        |
| 7                           | 0,00000                        | 0,019                       |
| 7,5                         | 0,00000                        | 0,0010                      |
| 8                           | 0,00000                        | 0,000040                    |

## 4.2 Cas des critères mesurables qui ne suivent pas une loi normale

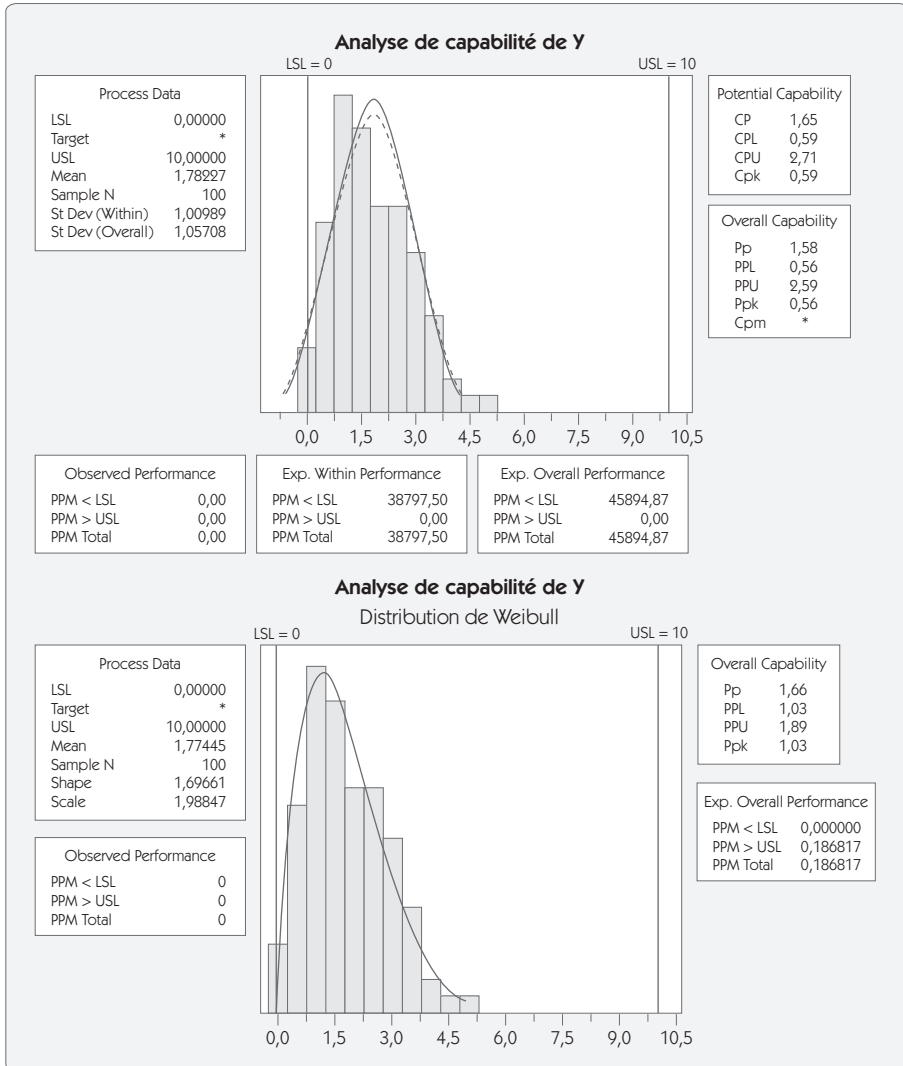
Dans un certain nombre de cas, la loi de distribution ne suit pas une loi normale. Pour prendre en compte cette caractéristique, on effectue un test de normalité qui sera présenté au chapitre 5, *Analyser*.

### 4.2.1 Utilisation de lois de distribution différentes

En cas de non-normalité, on dispose de deux solutions pour calculer la proportion de non conformes. La première consiste à utiliser une autre loi que la loi normale. On peut citer par exemple :

- la loi Log normale ;
- la loi de Weibull ;
- la loi exponentielle...

Figure 4.28 – Distribution de Weibull



Dans cet exemple (figure 4.28), on observe une répartition de Weibull traitée avec une loi normale. Alors que, physiquement, on ne peut pas avoir de valeur négative, la loi normale trouve 45 894 ppm en dessous de la valeur 0. La modélisation du comportement par la loi de Weibull permet de résoudre ce problème et donne une loi de distribution qui colle mieux à l'histogramme.

La loi de Weibull est une loi de distribution souvent utilisée en fiabilité qui permet de représenter différentes formes de distribution en fonction des paramètres de la loi (figure 4.29). Il existe deux types de loi de Weibull :

- la loi de Weibull à 2 paramètres ;
- la loi de Weibull à 3 paramètres.

Nous détaillerons la loi de Weibull à 2 paramètres, dont la fonction de distribution cumulative de la loi est la suivante :

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\eta}\right)^\beta}$$

Et voici la fonction de densité de probabilité :

$$f(t) = \left(\frac{\beta}{\eta}\right)x^{\beta-1}e^{-\left(\frac{x}{\eta}\right)^\beta}$$

Avec :

$x$  : point considéré de la distribution

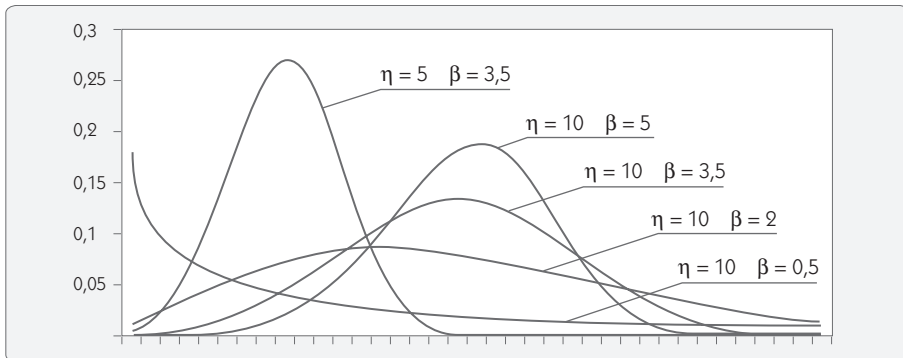
$F(x)$  : cumul du pourcentage de la répartition

$e$  : constante = 2,718

$\eta$  : paramètre d'échelle de la distribution (pseudo écart type)

$\beta$  : paramètre de forme de la distribution

**Figure 4.29 – Différentes lois de Weibull**



- Le choix du paramètre  $\beta$  sera très important pour définir le type de distribution modélisé par la loi de Weibull.
- Le choix du paramètre  $\eta$  définit le changement de l'échelle de la distribution.

Toute la difficulté dans l'utilisation de la loi de Weibull réside dans l'estimation des paramètres. Plusieurs méthodes permettent d'y satisfaire, des méthodes manuelles utilisant un papier spécial de Weibull jusqu'aux méthodes numériques fondées sur la régression linéaire.

## 4.2.2 Transformation mathématique des valeurs

Une autre approche consiste à réaliser une transformation mathématique de la grandeur afin de la ramener à une loi normale. En voici les principales transformations :

$Y' = \text{Log } Y$  – utilisé dans le cas de mesure de pression de vide par exemple.

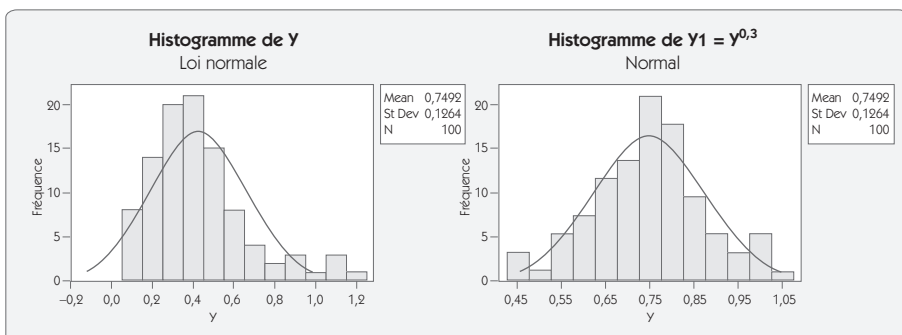
$Y' = Y^\lambda$  – appelé transformation de Box ; les logiciels statistiques disposent d'algorithmes permettant de trouver la valeur du coefficient  $\lambda$  qui optimise la transformation.



### Exemple de transformation de Box

Un relevé de données a conduit à l'histogramme présenté ci-après (figure 4.30) qui visiblement ne suit pas une loi normale. Après transformation des données par la relation  $Y1 = Y^{0,3}$ , on trouve un second histogramme qui suit une loi normale.

**Figure 4.30**  
Distribution non normale et transformation de Box



Pour calculer la probabilité de produits hors spécification, on utilise dans ce cas la réponse  $Y1$  plutôt que la réponse  $Y$ .

## 4.3 Cas des critères non mesurables

### 4.3.1 DPU et DPO

Dans le cas de défaut non mesurable tel qu'un défaut d'aspect, on ne sait pas calculer une moyenne et un écart type. Il n'est donc pas possible de calculer le  $z$  du procédé au moyen des méthodes exposées précédemment.

Pour estimer malgré tout le niveau de qualité atteint, on va convertir le nombre de pièces par million défectueuses en nombre de sigma. On va dissocier deux cas de figure :

- le cas où on traite le nombre de Défauts Par Unité (DPU) ;
- le cas où on traite le nombre de Défauts Par Opportunité (DPO).

La notion de DPO (« Défaut Par Opportunité ») a été introduite pour qu'il soit tenu compte de la complexité des produits à réaliser.

Prenons pour exemple une chaussure pour laquelle on a deux opportunités de défauts (semelle décollée et couture décousue). Sur une journée de production de 500 chaussures, on a trouvé 5 défauts de semelles et 25 défauts de couture.

- $DPU = 30/500 = 6 \%$
- DPO de  $30/1000 = 3 \%$  car il y a 1000 ( $500 \times 2$ ) opportunités de défauts.

On pourra ainsi mieux comparer les niveaux de qualité atteints par deux produits de complexité différente, comportant par exemple une opportunité de défaut pour le premier et 10 opportunités de défaut pour le second.

### 4.3.2 Défaut par Unité

Dans le cas des défauts non mesurables par unité, on caractérise le défaut par le ratio entre le nombre de défauts et le nombre d'unités réalisées. L'évaluation du  $z$  du processus est relativement simple à partir du tableau T1 des « Tables et résumés » et également dans le tableau présenté en figure 4.26

**Exemple :** un processus génère 0,5 % de défaut par unité, soit 5000 ppm (pièces par million). La lecture du tableau T1 nous donne un  $z$  compris entre 4 et 4,2. Pour calculer une valeur plus exacte du  $z$ , on peut utiliser l'équation d'approximation suivante :

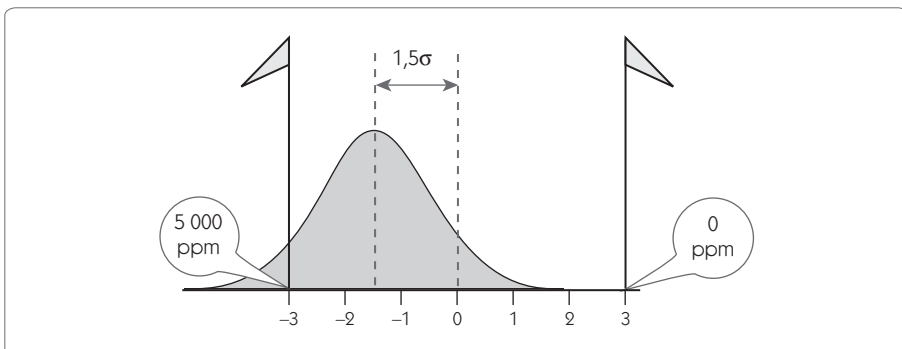
$$z = 0,8406 + \sqrt{29,37 - 2,221 \ln(\text{ppm})}$$

Ce qui donne pour 5000 ppm une valeur de  $z = 4,07$ .

#### Calcul du $z$ à partir d'un tableur

Pour calculer le  $z$ , on doit calculer le  $z$  d'un processus équivalent qui suivrait une loi normale avec un décalage de 1,5 écart type et qui donnerait un pourcentage de défauts de 5000 ppm.

**Figure 4-31**  
Six Sigma en tenant compte d'un décentrage de 1,5 sigma



En utilisant sur Excel la fonction `LOI.NORMALE.STANDARD.INVERSE(0,005)`, on trouve le  $z_{\text{équivalent}} = 2,57$ , auquel il convient de rajouter le décalage de 1,5. Ce qui donne :  $z_{\text{process}} = 2,57 + 1,5 = 4,07$

## Remarque

Le  $z_{process}$  est parfois appelé  $z_{court\ terme}$ . Le  $z_{équivalent}$  est alors appelé  $z_{Long\ terme}$

## Relations

Nombre de défauts =  $D$

Nombre d'unités =  $U$

Défaut par unité =  $DPU = D/U$

$z_{équivalent} = z_{long\ terme} = z$  d'une loi normale  $\mathcal{N}(0,1)$  pour  $p = DPU$

$z_{court\ terme} = z_{équivalent} + 1,5$

### 4.3.3 Défaut par opportunité

Dans le cas d'un suivi des non-conformités, la performance n'est pas la même si on travaille sur un produit très simple n'ayant qu'une seule opportunité de défaut ou si on travaille sur un produit complexe comprenant dix opportunités de défauts. Si l'on veut pouvoir faire des comparaisons entre plusieurs processus ayant des niveaux de complexité différents, il est parfois intéressant d'utiliser la notion de  $DPO$  plutôt que celle de  $DPU$ .

Le tableau présenté ci-après (figure 4.32) donne un exemple de calcul du  $z$  à partir des  $DPO$ .

Figure 4.32 – DPO et DPU

| Nb de produits | Nb de défauts | DPU      | Nb opportunités | DPO               | $p'$           | $Z_{équiva}$ | $Z_{process}$ |
|----------------|---------------|----------|-----------------|-------------------|----------------|--------------|---------------|
| P              | D             | D/U      | Op              | $D/(U \times Op)$ | $1 - e^{-DPO}$ | $Z_e$        | $Z_e + 1,5$   |
| 500            | 14            | 0,028000 | 25              | 0,00112           | 0,00112        | 3,06         | 4,56          |
| 2563           | 25            | 0,009754 | 1               | 0,00975           | 0,00971        | 2,34         | 3,84          |
| 1462           | 1             | 0,000684 | 5               | 0,00014           | 0,00014        | 3,64         | 5,14          |
| 250            | 4             | 0,016000 | 1               | 0,01600           | 0,01587        | 2,15         | 3,65          |
| 120000         | 12            | 0,000100 | 5               | 0,00002           | 0,00002        | 4,11         | 5,61          |

## Relations

Nombre de défauts =  $D$

Nombre d'unités =  $U$

Opportunités pour un défaut =  $O$

Défaut par unité =  $DPU = D/U$

Défaut par opportunité =  $DPO = DPU/O = D/(U \times O)$

Défaut par million d'opportunités =  $DPMO = DPO \times 10^6$

Proportion d'unités défectueuses =  $p' = 1 - e^{-DPO}$

$z_{\text{équivalent}} = z_{\text{long terme}} = z \sim \mathcal{N}(0,1)$

$z_{\text{process}} = z_{\text{court terme}} = z_{\text{équivalent}} + 1,5$

Pour trouver le  $z$  dans ce cas de figure, il faut déterminer le pourcentage d'unités défectueuses, qui n'est pas forcément égal au nombre de défauts. En effet, une même unité peut comporter plusieurs défauts.

On procède au calcul de  $p'$  à partir de la loi de Poisson en calculant la probabilité d'avoir un produit ayant zéro défaut ( $e^{-DPO}$ ), sachant que la probabilité d'opportunité de défaut est égale à  $DPO$ . Le nombre d'unités avec un ou plusieurs défauts sera donc le complément et  $p'$  est calculé au moyen de la relation :

$$p' = 1 - e^{-DPO}$$

Comme dans le cas des  $DPU$ , le  $z_{\text{équivalent}}$  est déterminé par assimilation à une loi normale qui donnerait un pourcentage  $p'$  de défaut.

Le  $z_{\text{process}}$  (ou  $z_{\text{court terme}}$ ) est calculé en ajoutant le décalage de 1,5 écart type.

### 4.3.4 Calcul du $z$ dans le cas d'un rendement de sortie d'un process

Il est également possible de convertir en nombre de sigma l'étude d'un rendement de sortie d'un processus afin de faire un benchmark avec un autre processus. Prenons l'exemple d'un processus comprenant dix étapes ; les rendements pour chaque étape sont donnés dans le tableau ci-après (figure 4.33).



## Relations

Nombre d'étapes du processus =  $k$

Nombre de défauts sur une opération =  $D$

Nombre d'unités =  $U$

Défaut par unité pour une opération =  $DPU = D/U$

$z_{Long\ terme}$  opération =  $z \sim \mathcal{N}(0,1)$  qui aurait une proportion DPU de non conformes

$z_{court\ terme}$  opération =  $z_{Long\ terme} + 1,5$

Rendement de l'opération =  $Y_{Opé} = e^{-DPU}$

Rendement cumulé du processus =  $Y_{cumul} = \prod Y_{Ope}$  (produit des  $Y_{Ope}$ )

Nombre d'unités nécessaires pour produire 1 unité conforme  
=  $1/Y_{cumul}$

Rendement normalisé =  $Y_{norm} = \sqrt[k]{Y_{Cumul}}$

Défaut par unité normalisé =  $DPU_{norm} = -\ln(Y_{Norm})$

$z$  du processus complet =  $z_{Y_{norm}} + 1,5$

Dans l'exemple (figure 4.32), le rendement cumulé du processus est de 0,32.

Il faut donc  $1/0,32 = 3,17$  produits en entrée pour avoir 1 produit en sortie du processus.

On a calculé pour chaque étape un  $z$  ; il est également possible de calculer un  $z$  du processus qui tiendra compte de la complexité de celui-ci et donc du nombre d'étapes.

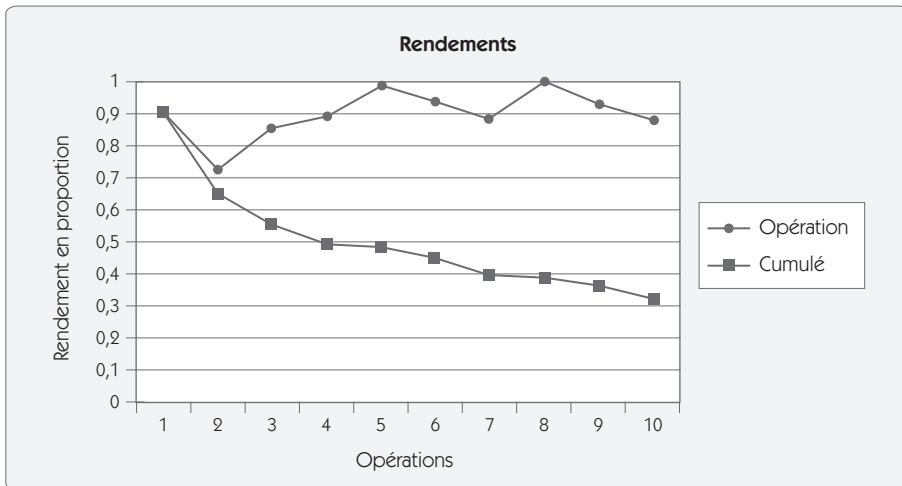
$$Y_{norm} = \sqrt[k]{Y_{Cumul}} = \sqrt[10]{0,32} = 0,89$$

$$DPU_{norm} = -\ln(Y_{Norm}) = 0,115$$

$$z_{Processus} = 1,20 + 1,5 = 2,7$$

Figure 4.33 – Rendements par opération et cumul

|              | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Unité        | 1000 | 950  | 800  | 1050 | 660  | 860  | 900  | 650  | 980  | 680  |
| Défaut       | 105  | 312  | 130  | 122  | 13   | 62   | 115  | 7    | 82   | 87   |
| DPU          | 0,11 | 0,33 | 0,16 | 0,12 | 0,02 | 0,07 | 0,13 | 0,01 | 0,08 | 0,13 |
| $z_{LT}$ Ope | 1,25 | 0,44 | 0,98 | 1,19 | 2,06 | 1,46 | 1,14 | 2,30 | 1,38 | 1,14 |
| $z_{CT}$ Ope | 2,75 | 1,94 | 2,48 | 2,69 | 3,56 | 2,96 | 2,64 | 3,80 | 2,88 | 2,64 |
| Opération    | 0,9  | 0,72 | 0,85 | 0,89 | 0,98 | 0,93 | 0,88 | 0,99 | 0,92 | 0,88 |
| Cumulé       | 0,9  | 0,65 | 0,55 | 0,49 | 0,48 | 0,45 | 0,39 | 0,39 | 0,36 | 0,32 |



## 5. Identifier la chute des capacités

Le  $z$  du procédé est très intéressant car il fournit un chiffre que l'on peut placer sur une échelle de la qualité. Un projet Six Sigma a pour objectif de « monter » cet indicateur de telle sorte que l'on ait  $z > 6$ . C'est donc un excellent outil de communication à partir duquel on peut comparer plusieurs processus différents en tenant compte de la complexité, comme nous venons de l'exposer.

Cependant, il demeure malgré tout un indicateur de capabilité relativement pauvre. Avec un seul chiffre, on ne peut pas faire une analyse poussée des sources de la variabilité. Les indicateurs de capabilité que nous présentons dans cette section sont donc des éléments indispensables d'analyse dans un projet Six Sigma.

## 5.1 Capabilité et performance

Dans le schéma présenté plus haut en figure 4.22, nous avons montré qu'on pouvait identifier deux types de dispersion : le court et le long terme. En matière de capabilité, il est très important de bien savoir de quelle dispersion on parle.

- À partir de la *dispersion court terme*, on calculera des *indices de capabilité*  $C_p$ ,  $C_{pk}$  et  $C_{pm}$ .
- À partir de la *dispersion long terme*, on calculera des *indices de performance*  $P_p$ ,  $P_{pk}$  et  $P_{pm}$ .

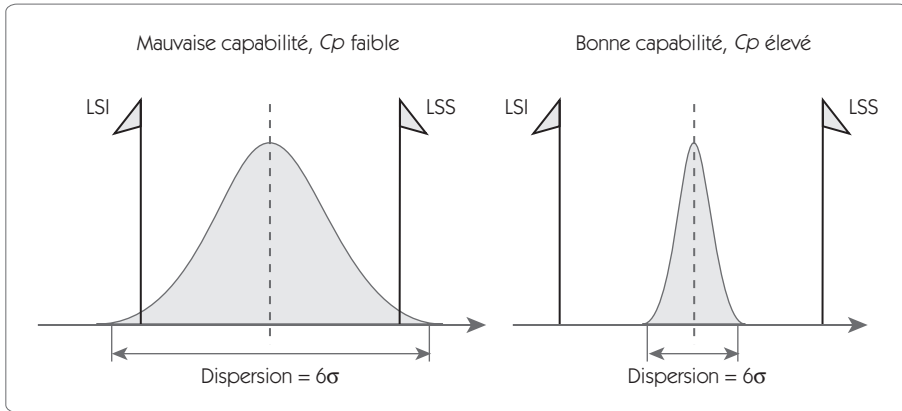
### 5.1.1 Capabilité $C_p$ , $C_{pk}$ , $C_{pm}$

Dans le cas de tolérance bilatérale, avec un processus centré, une bonne capabilité correspondra à une situation dans laquelle la dispersion (définie comme étant l'intervalle  $\pm 3\sigma$ ) sera faible devant l'intervalle de tolérance (figure 4.34). On peut donc définir un indicateur de « capabilité du procédé »,  $C_p$ , par la relation :

$$C_p = \frac{\text{Tolérance}}{\text{Dispersion court terme}} = \frac{LSS - LSI}{6\sigma_{\text{Court terme}}}$$

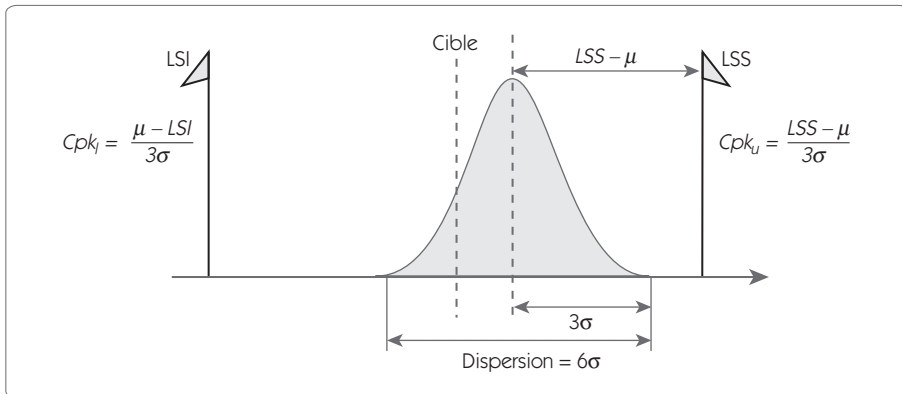
Dans cette situation, on peut établir une relation entre le  $C_p$  et le  $z$  du processus  $z = 3C_p$ . L'objectif d'une démarche Six Sigma est donc d'obtenir un ratio  $C_p > 2$ .

Figure 4.34 – Cp : capacité du procédé



## Prise en compte du décentrage Cpk

Figure 4.35 – Indice Cpk



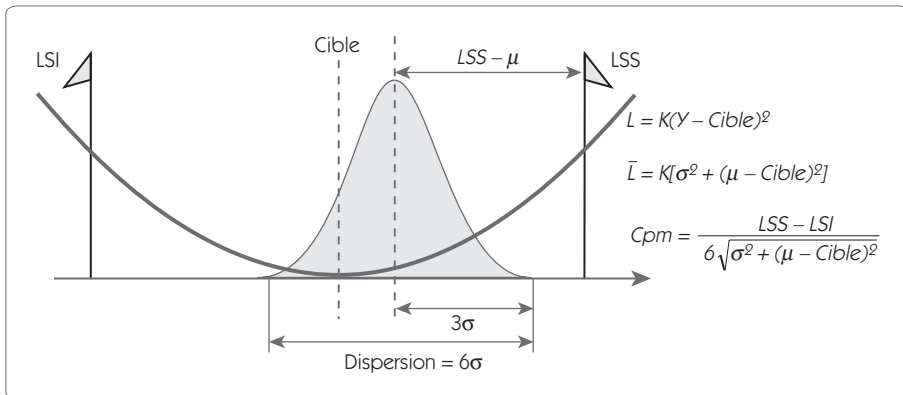
L'indicateur  $C_p$  est calculé dans une situation centrée. En cas de décentrage du processus, compte tenu de la relation utilisée pour le calculer, cela ne change rien. Pourtant, la qualité est dégradée. Pour tenir compte du décentrage, on calcule un autre indicateur :  $C_{pk}$  (figure 4.35).

$$C_{pk} = \min\left(\frac{\mu - LSI}{3\sigma_{\text{Court terme}}}; \frac{LSS - \mu}{3\sigma_{\text{Court terme}}}\right)$$

Le  $C_{pk}$  est un indicateur qui se dégrade à proportion du pourcentage de produits non conformes.

## Prise en compte du décentrage Cpm

Figure 4.36 – Indice Cpm



Une autre façon de tenir compte du décentrage consiste à considérer la perte financière qui en découle. Taguchi a démontré que cette perte financière est à proportion de l'écart entre la valeur et la cible élevée au carré :

$$L = K(Y - Cible)^2$$

La valeur  $K$  est une constante. La perte moyenne pour une production de moyenne  $\mu$  et d'écart type  $\sigma$  se calcule par la relation :

$$L = K[\sigma^2 + (\mu - Cible)^2]$$

L'indice  $Cpm$  est calculé de façon à être proportionnel à cette perte. Il est défini par la relation :

$$Cpm = \frac{LSS - LSI}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - Cible)^2}}$$

Le  $Cpm$  est un indicateur qui se dégrade à proportion du coût de non-qualité.

### Relations entre Cp, Cpk, Cpm et z

Compte tenu des relations que nous venons de définir, nous avons :

$Cp \geq Cpk$  ; les deux indicateurs sont égaux lorsque le procédé est centré.

$C_p \geq C_{pm}$  ; les deux indicateurs sont égaux lorsque le procédé est centré.

$$C_{pm} \text{ est relié à } C_p \text{ et } C_{pk} \text{ par la relation : } C_{pm} = \frac{C_p}{\sqrt{1 + 9(C_p - C_{pk})^2}}$$

L'objectif Six Sigma ( $z > 6$ ) avec un décentrage de  $1,5 \sigma$  peut se traduire par la relation :

$$z > 6 \rightarrow C_p > 2 \text{ et } C_{pk} > 1,5 ; C_{pm} > 1,11$$

### 5.1.2 Performance Pp, Ppk, Ppm

Les indicateurs Pp, Ppk, Ppm sont des indicateurs de performance calculés à partir de la dispersion long terme. Les formules permettant de les calculer sont donc les mêmes que pour  $C_p$ ,  $C_{pk}$  et  $C_{pm}$  ; il suffit de remplacer  $\sigma_{\text{court terme}}$  par  $\sigma_{\text{Long terme}}$ . On a donc :

$$P_p = \frac{\text{Tolérance}}{\text{Dispersion long terme}} = \frac{LSS - LSI}{6\sigma_{\text{Long terme}}}$$

$$P_{pk} = \min\left(\frac{\mu - LSI}{3\sigma_{\text{Long terme}}}; \frac{LSS - \mu}{3\sigma_{\text{Long terme}}}\right)$$

$$P_{pm} = \frac{LSS - LSI}{6\sqrt{\sigma_{\text{Long terme}}^2 + (\mu - \text{Cible})^2}}$$

Pour ces indicateurs, on considère généralement un procédé performant sur le long terme si  $P_{pk} > 1,33$ .

## 5.2 Calcul du sigma court terme et long terme

### 5.2.1 Estimation du sigma long terme

Il est plus facile d'estimer le sigma long terme d'un processus. Pour cela, il suffit de calculer l'estimateur  $\sigma_{n-1}$  sur un échantillon représentatif de la production sur le long terme.

$$\sigma_{n-1} = S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

Par exemple, on peut estimer l'écart type long terme en contrôle de réception d'un lot. On prélève 50 unités d'un lot de production. À partir de ces 50 valeurs, on calcule  $\sigma_{n-1}$  et  $\bar{X}$  qui permettent d'estimer  $\sigma$  et  $\mu$ , et ainsi de calculer les indicateurs  $Pp$ ,  $Ppk$  et  $Ppm$ .

Dans le cas où on prélève régulièrement des échantillons en production (cas des cartes de contrôle par exemple), on estimera  $\sigma$  et  $\mu$  long terme à partir de l'histogramme représentant l'ensemble des unités contrôlées.

### 5.2.2 Estimation du sigma court terme

L'estimation de l'écart type court terme peut se calculer de différentes façons.

#### Méthode 1

##### Par prélèvement d'un échantillon représentatif.

Dans ce cas, on suppose que l'on peut prélever un échantillon de taille importante ( $n > 30$ ) qui soit représentatif d'une dispersion court terme. Il faut donc être dans un cas de production en série, avec un cycle de production rapide.

Dans ces conditions, on estime  $\sigma_{court\ terme}$  et  $\mu$  par le  $\sigma_{n-1}$  et  $\bar{X}$  de l'échantillon, et on peut calculer les indicateurs  $Cp$ ,  $Cpk$  et  $Cpm$ .

#### Méthode 2

##### Par prélèvement d'un échantillon exhaustif sur une période de production.

Dans ce cas, on dispose des mesures de toutes les unités produites. En faisant l'hypothèse que l'écart entre deux unités traduit la dispersion court terme, on peut la calculer à partir de la moyenne des étendues mesurées sur deux unités consécutives ( $\bar{R}$ ) par la relation :

$$\sigma_{court\ terme} = \bar{R}/d_2 = \bar{R}/1,128$$

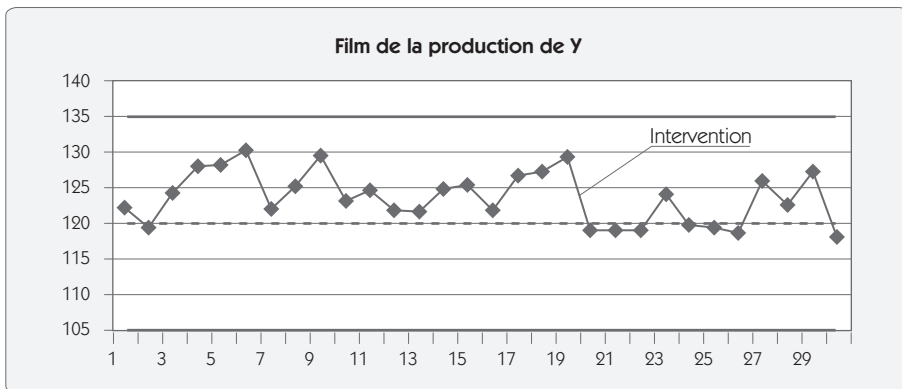


### Exemple méthode 2

Une entreprise fabrique des tubes haute fréquence en petite série (production journalière de 3 tubes). Un relevé sur une caractéristique  $120 \pm 15$  de 30 tubes réalisés consécutivement a donné :

Figure 4.37 – Échantillonnage exhaustif

| N° | Interv | Y     | R   | N° | Interv | Y     | R   | N° | Interv | Y     | R   |
|----|--------|-------|-----|----|--------|-------|-----|----|--------|-------|-----|
| 1  |        | 122,1 |     | 11 |        | 124,6 | 1,5 | 21 |        | 119   | 0,1 |
| 2  |        | 119,4 | 2,7 | 12 |        | 121,9 | 2,7 | 22 |        | 118,9 | 0,1 |
| 3  |        | 124,2 | 4,8 | 13 |        | 121,7 | 0,2 | 23 |        | 124   | 5,1 |
| 4  |        | 127,8 | 3,6 | 14 |        | 124,6 | 2,9 | 24 |        | 119,7 | 4,3 |
| 5  |        | 128,1 | 0,3 | 15 |        | 125,4 | 0,8 | 25 |        | 119,4 | 0,3 |
| 6  |        | 130,1 | 2   | 16 |        | 121,6 | 3,8 | 26 |        | 118,5 | 0,9 |
| 7  |        | 122   | 8,1 | 17 |        | 126,5 | 4,9 | 27 |        | 125,9 | 7,4 |
| 8  |        | 125   | 3   | 18 |        | 127,3 | 0,8 | 28 |        | 122,6 | 3,3 |
| 9  |        | 129,3 | 4,3 | 19 |        | 129,1 | 1,8 | 29 |        | 127,1 | 4,5 |
| 10 |        | 123,1 | 6,2 | 20 | I      | 118,9 |     | 30 |        | 118   | 9,1 |



Pour chaque couple de produits consécutifs, on calcule l'étendue  $R$  entre les deux valeurs. Dans l'exemple choisi (figure 4.37), il y a eu une intervention entre l'unité 19 et 20 ; cette intervention ne fait pas partie de la dispersion court terme ; on ne calcule pas l'étendue glissante entre ces deux valeurs.



On obtient :

$$\bar{R} = 3,20 \text{ donc } \sigma_{\text{Court terme}} = \bar{R}/d_2 = 3,20/1,128 = 2,83$$

$$\bar{X} = 123,53$$

Sur l'ensemble des valeurs, on peut calculer  $\sigma_{\text{Long terme}} = 3,62$

D'où les indicateurs :

$$Cp = \frac{LSS - LSI}{6\sigma_{\text{Court terme}}} = \frac{30}{6 \times 2,83} = 1,76$$

$$Cpk = \frac{LSS - \mu}{3\sigma_{\text{Court terme}}} = \frac{135 - 123,5}{3 \times 2,83} = 1,35$$

$$\begin{aligned} Cpm &= \frac{LSS - LSI}{6\sqrt{\sigma_{\text{Court terme}}^2 + (\mu - \text{Cible})^2}} \\ &= \frac{30}{6\sqrt{2,83^2 + (123,53 - 120)^2}} = 1,10 \end{aligned}$$

$$Pp = \frac{LSS - LSI}{6\sigma_{\text{Long terme}}} = \frac{30}{6 \times 3,62} = 1,38$$

$$Ppk = \frac{LSS - \mu}{3\sigma_{\text{Long terme}}} = \frac{135 - 123,5}{3 \times 3,62} = 1,06$$

$$\begin{aligned} Ppm &= \frac{LSS - LSI}{6\sqrt{\sigma_{\text{Long terme}}^2 + (\mu - \text{Cible})^2}} \\ &= \frac{30}{6\sqrt{3,62^2 + (123,53 - 120)^2}} = 0,99 \end{aligned}$$

### Méthode 3

#### Par prélèvement de petits échantillons à des moments différents (cas des cartes de contrôle)

Dans ce cas, on suppose que la dispersion court terme est donnée par la dispersion à l'intérieur des petits échantillons. On peut donc estimer l'écart type court terme par plusieurs relations :

$$\text{À partir de la moyenne des étendues } \bar{R} : \sigma_{\text{court terme}} = \bar{R}/d_2$$

$$\text{À partir de la moyenne des écarts types } \bar{S} : \sigma_{\text{court terme}} = \bar{S}/c_4$$

À partir de la moyenne pondérée des variances à l'intérieur de chaque

$$\text{échantillon : } \sigma_{\text{Court terme}} = \sqrt{\frac{\sum v_i S_i^2}{\sum v_i}}$$

avec

$v_i$  nombre de degrés de liberté =  $n - 1$

$S_i$  : estimateur de l'écart type calculé sur les  $n$  valeurs de l'échantillon

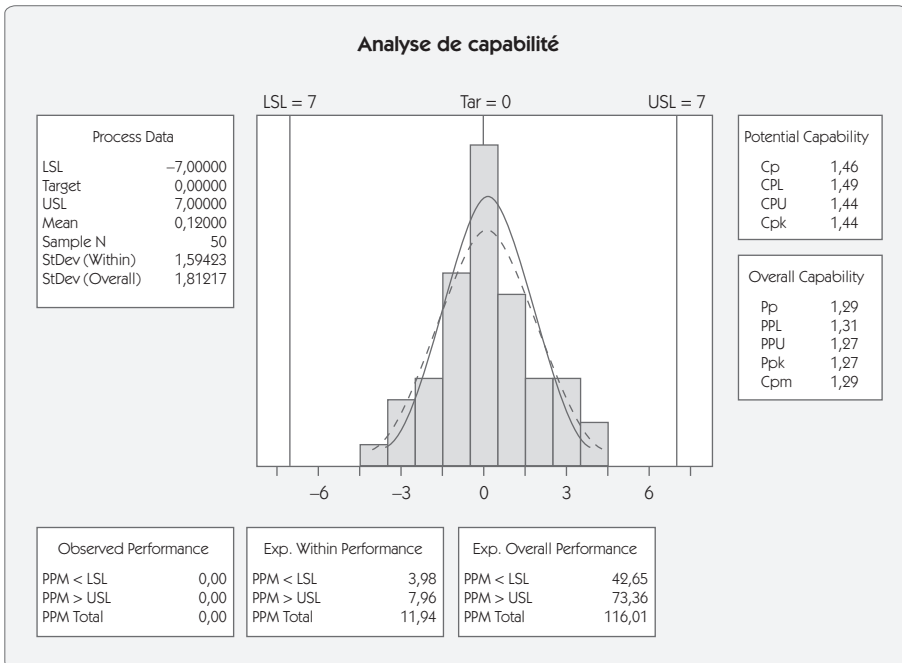
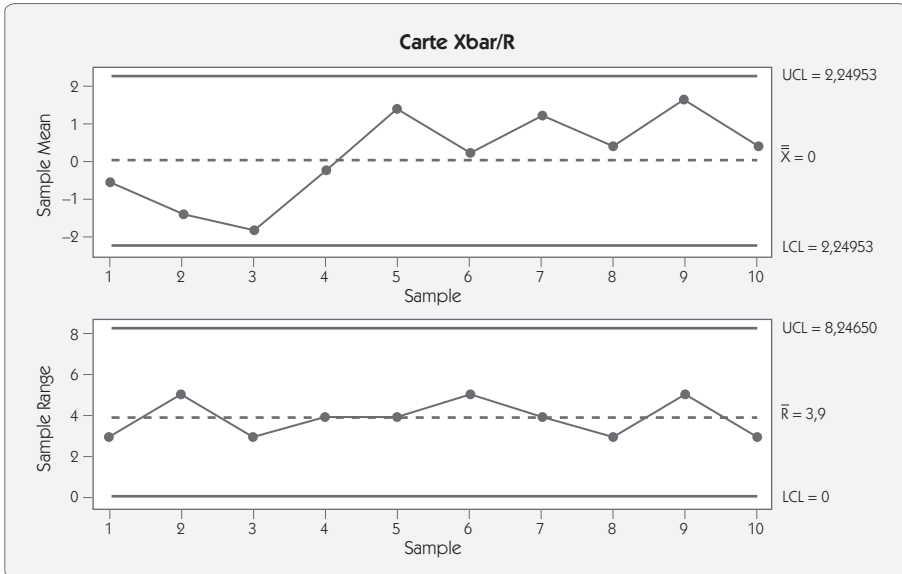


### Exemple méthode 3

Prenons l'exemple de données d'une carte de contrôle avec comme tolérance  $0 \pm 7$  (figure 4.38).

**Figure 4.38 – Données d'une carte de contrôle**

|            | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
|------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1          | -2   | -4   | -1   | 0    | 4    | 0    | 3    | 0    | 1    | -1   |
| 2          | 0    | -3   | 0    | -2   | 1    | -2   | 0    | 1    | -1   | 2    |
| 3          | -1   | 0    | -3   | -1   | 0    | 0    | -1   | -1   | 3    | 1    |
| 4          | 1    | 1    | -2   | 2    | 2    | 0    | 1    | 0    | 4    | 0    |
| 5          | -1   | -1   | -3   | 0    | 0    | 3    | 3    | 2    | 1    | 0    |
| Total      | -3   | -7   | -9   | -1   | 7    | 1    | 6    | 2    | 8    | 2    |
| Moyenne    | -0,6 | -1,4 | -1,8 | -0,2 | 1,4  | 0,2  | 1,2  | 0,4  | 1,6  | 0,4  |
| Étendue    | 3    | 5    | 3    | 4    | 4    | 5    | 4    | 3    | 5    | 3    |
| Écart type | 1,14 | 2,07 | 1,30 | 1,48 | 1,67 | 1,79 | 1,79 | 1,14 | 1,95 | 1,14 |



À partir de ce tableau, nous pouvons tirer la moyenne des moyennes  $\bar{\bar{X}}$  et la moyenne des étendues  $\bar{R}$  ou des écarts types  $\bar{S}$  (selon que l'on travaille avec une carte Moyennes/étendues ou Moyennes/écarts types).

$$\bar{\bar{X}} = 0,12 ; \bar{R} = 3,9 \text{ et } \bar{S} = 1,548$$

Ces valeurs nous permettent de calculer l'écart type court terme du procédé :

$$\text{À partir de } \bar{S} : \sigma_{\text{court terme}} = \bar{S}/c_4 = 1,548/0,94 = 1,64$$

$$\text{À partir de } \bar{R} : \sigma_{\text{court terme}} = \bar{R}/d_2 = 3,9/2,326 = 1,68$$

À partir de la moyenne des variances

$$\sigma_{\text{Court terme}} = \sqrt{\frac{\sum S_i^2}{10}} = 1,58$$

Nous pouvons donc calculer :

$$Cp = \frac{IT}{6 \times \sigma_{\text{Court terme}}} = 1,46 \quad Cpk = \frac{TS - \bar{\bar{X}}}{3 \times \sigma_{\text{Court terme}}} = 1,44$$

L'écart type long terme se calcule sur l'ensemble des valeurs individuelles :

$$\sigma_{\text{Long terme}} = 1,80$$

$$Pp = \frac{IT}{6 \times \sigma_{\text{Long terme}}} = \frac{14}{6 \times 1,80} = 1,29$$

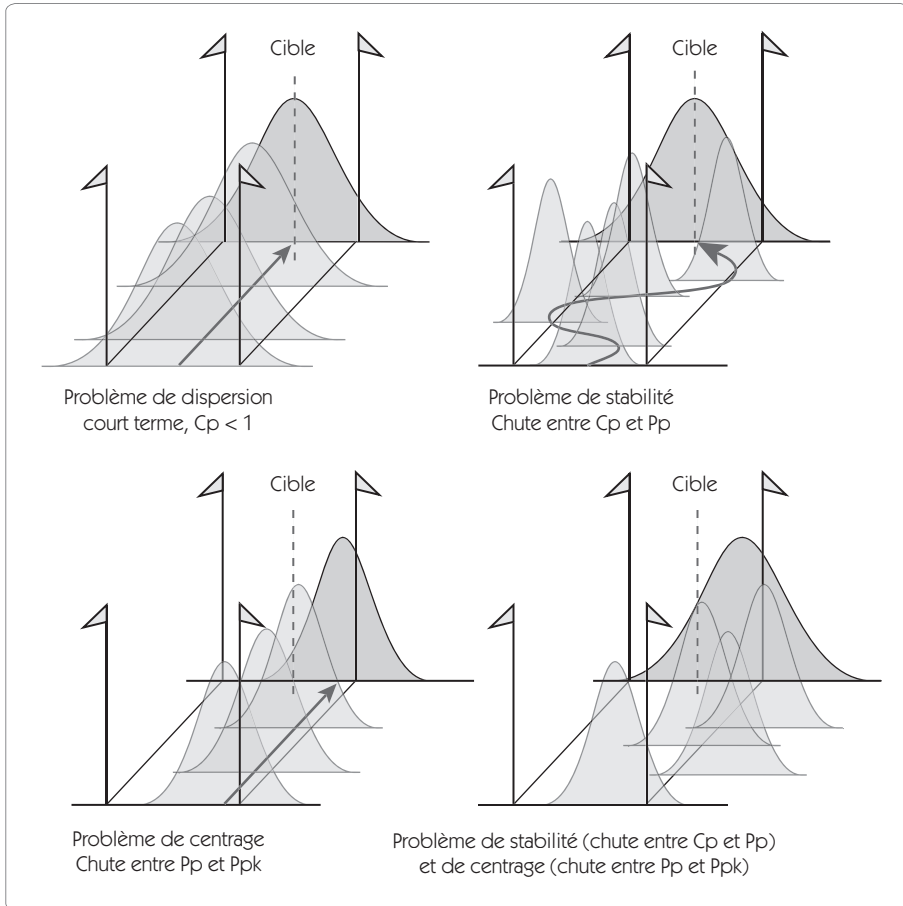
$$Ppk = \frac{TS - \bar{\bar{X}}}{3 \times \sigma_{\text{Long terme}}} = \frac{6,88}{3 \times 1,80} = 1,27$$

### 5.3 La chute des capacités

Dans ce chapitre, nous avons montré comment mesurer différents indicateurs de capacité :

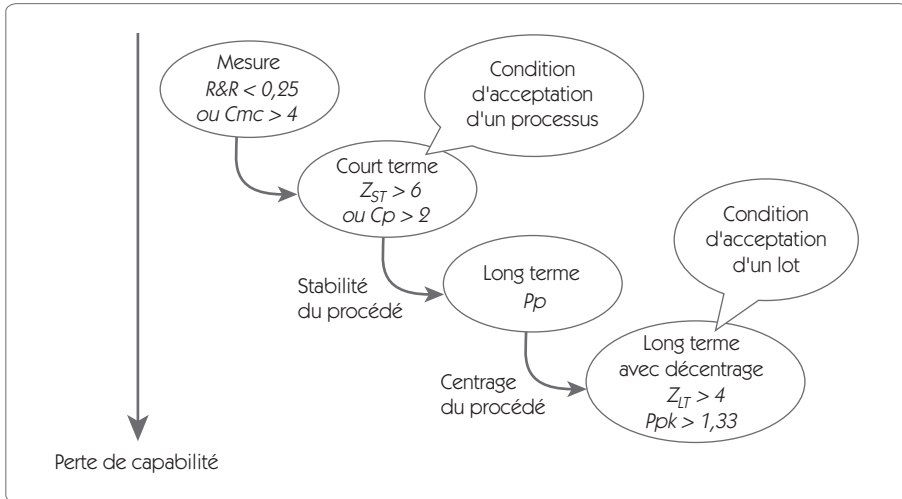
- $Cmc$  : Capacité du moyen de contrôle.
- $Cp, Cpk, Cpm$  : Capacité court terme du procédé.
- $Pp, Ppk, Ppm$  : Performance long terme du procédé.

Figure 4.39 – L'origine de la non-qualité



Pour les indicateurs  $C_{mc}$ ,  $C_p$ ,  $P_p$ , nous avons montré qu'il s'agit toujours du ratio entre la tolérance et la dispersion ( $6\sigma$ ). La relation qui existe entre tous ces indicateurs est chargée d'une information considérable qu'il faut absolument exploiter dans une démarche Six Sigma.

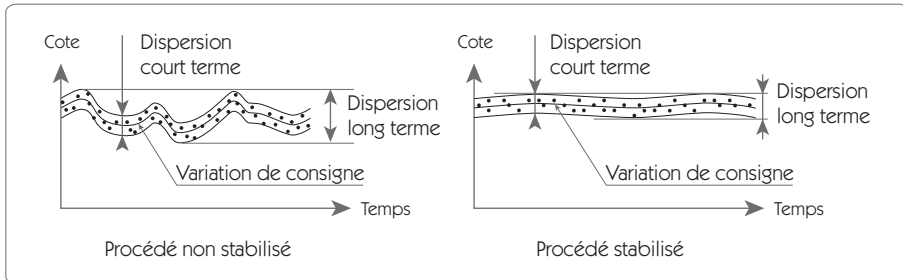
Figure 4.40 – Chute des capacités (court terme et long terme)



La première capacité qu'il faudra mesurer est la capacité du moyen de contrôle ( $Cmc$  ou  $R\&R$  %). La tolérance devra être au moins 4 fois supérieure à la dispersion de mesure ( $Cmc > 4$ ).

Dès lors que l'on dispose d'un moyen de mesure adapté, on pourra connaître la capacité court terme du processus. Pour être acceptée, il faudra que la tolérance soit au moins 2 fois supérieure à la dispersion court terme ( $Cp = 2$  ou  $z_{Court\ terme} = 6$ ).

La chute de capacité entre  $Cp$  et  $Pp$  traduit l'instabilité du procédé. En effet, si on sait stabiliser un procédé, on limite les variations de consignes et la dispersion long terme sera proche de la dispersion court terme.

Figure 4.41 – Chute entre  $C_p$  et  $P_p$ 

On peut quantifier cette chute entre le  $C_p$  et le  $P_p$  par le rendement de stabilité ( $R_s$ ) :

$$R_s \% = 100(P_p/C_p)$$

Nous avons vu précédemment que la chute de capacité entre  $P_p$  et  $P_{pk}$  était due au dérèglement. Lorsqu'un procédé est centré, on a l'égalité entre  $P_p$  et  $P_{pk}$ . Plus la chute entre  $P_p$  et  $P_{pk}$  est importante, plus le décentrage est fort. On peut quantifier cette chute entre le  $P_p$  et le  $P_{pk}$  par le rendement de réglage ( $R_r$ ) :

$$R_r \% = 100(P_{pk}/P_p)$$

Enfin, après la production, pour accepter le lot, il faut que la moyenne se situe à au moins  $4 \sigma_{LT}$  de la tolérance ( $P_{pk} = 1,33$  ou  $Z_{LT} = 4$ ).

L'analyse des chutes de capacité pour un procédé est souvent très intéressante. En effet, nous partons d'un procédé avec un potentiel de capacité  $C_p$  pour arriver à un produit livré au client avec une performance  $P_{pk}$ . L'important est bien entendu d'avoir un  $P_{pk}$  (ou un  $P_{pm}$ ) supérieur à 1,33 selon le critère choisi. Si ce n'est pas le cas, il est fondamental, pour résoudre le problème, de déterminer l'origine de ce manque de capacité.

Nous pouvons alors interpréter l'ensemble du tableau des capacités comme dans l'exemple suivant (figure 4.42) qui concerne un produit ayant cinq caractéristiques pour lesquelles le centrage est assez facile à obtenir. Dans ce cas, le  $C_{pk}$  n'est pas d'une grande utilité car un dérèglement sur le court terme peut très rapidement être compensé.

Figure 4.42 – Tableau des capacités

| Caractéristiques | Cp  | Pp  | Ppk        | Ppm         | Rs     | Rr     |
|------------------|-----|-----|------------|-------------|--------|--------|
| 1 – Ø 10 ± 0,05  | 2,5 | 2,2 | 1,9        | 1,63        | 88,0 % | 86,4 % |
| 2 – Ø 12 ± 0,05  | 2,5 | 1,1 | <b>1,0</b> | <b>1,05</b> | 44,0 % | 90,9 % |
| 3 – Ø 8 ± 0,02   | 1,1 | 0,9 | <b>0,8</b> | <b>0,86</b> | 81,8 % | 88,9 % |
| 4 – Ø 20 ± 0,06  | 3,2 | 2,5 | <b>1,1</b> | <b>0,57</b> | 78,1 % | 44,0 % |
| 5 – Ø 10 ± 0,04  | 2,5 | 2,2 | 1,6        | <b>1,07</b> | 88,0 % | 72,7 % |

Ce tableau permet une appréhension immédiate des problèmes lors de la réunion des éléments pour peu que toutes les personnes concernées aient été formées à la notion de capacité. Nous avons fait apparaître en grisé dans le tableau tous les cas de figure où le *Ppk* (ou le *Ppm*) est inférieur à 1,33.

Chaque caractéristique qui a une case grisée doit être discutée pour permettre une amélioration. On note l'intérêt du *Ppm* qui globalise l'ensemble de la chute de capacité. Voici comment on interprète ce tableau :

**Caractéristique 1** : aucun problème, *Ppm* est supérieur à 1,33. Le *Ppk* est également supérieur à 1,33.

**Caractéristique 2** : *Ppm* est inférieur à 1,33 et il y a une chute entre *Cp* et *Pp* (*Rs* = 44 %). Il faut stabiliser les variations de consigne au cours du temps. Une surveillance du procédé par carte de contrôle s'impose.

**Caractéristique 3** : *Ppm* est inférieur à 1,33 et le *Ppk* est médiocre. Au départ, la capacité court terme est insuffisante. Une action méthode ou maintenance s'impose. Nous ne pouvons probablement pas résoudre le problème dans l'atelier. Il faut soit modifier la gamme de fabrication, soit réparer la machine dans le cas d'une détérioration de la capacité court terme par rapport à la capacité court terme historique.



**Caractéristique 4** :  $Ppm$  est inférieur à 1,33. Il y a un gros écart entre le  $Pp$  et le  $Ppk$  dû à un décentrage ( $R_s = 44 \%$ ). Il est souvent aisé de remédier à ce type de problème en maîtrisant mieux le centrage de la caractéristique. Une surveillance par carte de contrôle s'impose.

**Caractéristique 5** :  $Ppm$  est inférieur à 1,33 et pourtant  $Ppk$  est supérieur à 1,33. Une amélioration est encore possible en centrant mieux le procédé pour être plus sur la cible ( $R_r = 73 \%$ ). Bien que le  $Ppk$  soit supérieur à 1,33, ce cas de figure génère une perte supérieure au cas  $Pp = 1,33$  et  $Ppk = 1,33$ . Cela peut être délicat dans le cas d'un tolérancement statistique.

# Chapitre 5

---

## Étape 3 – Analyser

---

### 1. Introduction

Après avoir accompli les étapes « Définir » et « Mesurer », on a parfaitement identifié les caractéristiques critiques pour la qualité (CTQ) et on dispose d'un moyen de mesure permettant de les quantifier. Lors de l'étape « Mesurer », on a également pu mettre en place une campagne d'observation du processus afin de récolter des données fiables.

L'étape « Analyser » a pour objectif d'augmenter notre connaissance du processus afin de découvrir les causes « racines » de la variabilité et de la performance insuffisante. À la fin de cette étape, on doit avoir une idée très précise des sources d'insatisfaction et des paramètres qui devront être modifiés pour atteindre la performance attendue.

Un des expressions clés de cette étape est « la preuve statistique ». En effet, l'analyse des données récoltées dans l'étape « Mesurer » doit être conduite de manière rigoureuse en utilisant les outils statistiques. Dans

cette étape, on recourt principalement aux outils de visualisation des données, aux outils de comparaison de moyennes, de variances, aux tests d'analyse de la variance et aux tests de corrélation.

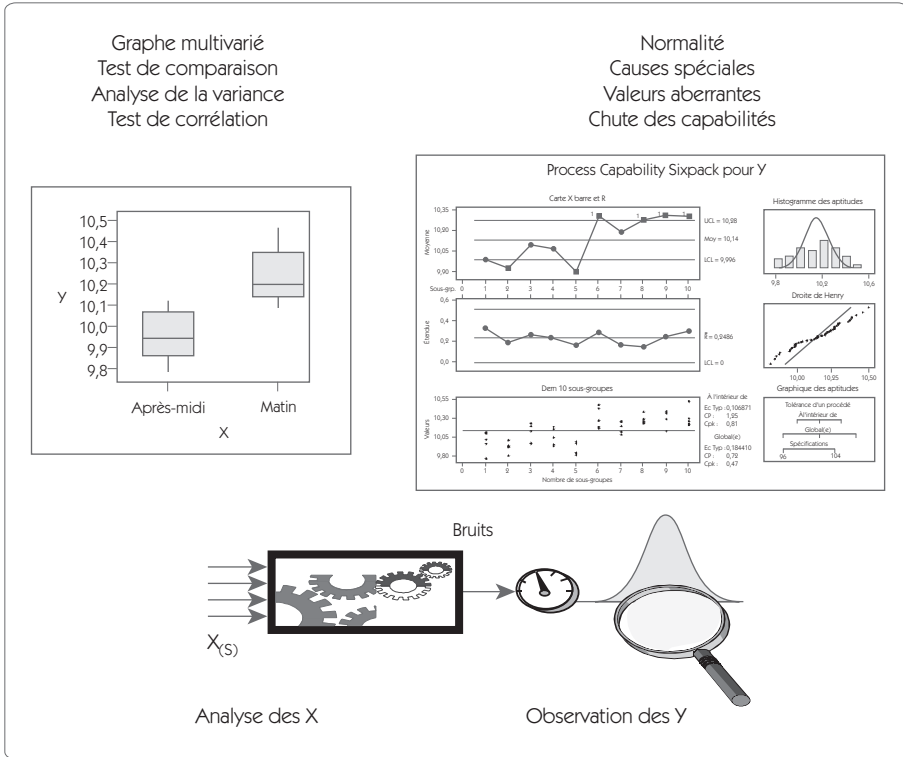
Il peut être procédé à l'analyse d'un problème selon différents niveaux :

1. On se sert de son expérience, pas des données.
2. On utilise des données mais on ne reporte son attention que sur les chiffres.
3. On visualise les données sous forme graphique.
4. On utilise la statistique descriptive.
5. On met en œuvre la statistique inférentielle.

À chacun de ces niveaux d'utilisation correspond un niveau de compréhension du phénomène étudié. D'où l'intérêt d'être capable de monter le plus haut possible afin de déterminer le plus précisément possible les véritables causes de la non-performance. Nous insisterons tout particulièrement sur les niveaux 3, 4 et 5 dans ce chapitre.

L'analyse statistique doit porter sur les  $Y$ , mesures représentant les  $CTQ$ , et sur les relations entre les  $X$  (variables d'entrées) et les  $Y$ .

Figure 5.1 – Étape Analyse



Pour analyser les  $X$  et les  $Y$ , on fait appel à la représentation graphique et à la statistique descriptive. Pour l'établissement de relations entre les  $X$  et les  $Y$ , on s'appuie sur la statistique inférentielle.

## 2. Représentation graphique de données

La représentation graphique des données est un premier niveau d'interprétation. Lorsque l'on dispose simplement d'un tableau de relevés tel que celui du tableau présenté ci-après (figure 5.2), il est très difficile de se faire une idée de la répartition de ces données. Nous avons déjà abordé certaines présentations graphiques dans les chapitres précédents, notamment le diagramme des fréquences et l'histogramme. Nous présenterons dans cette partie d'autres représentations souvent utilisées :

- la boîte à moustache (*Box Plot*) ;
- le diagramme multi-vari ;
- le graphe des effets et des interactions.

### 2.1 La boîte à moustache

Figure 5.2 – Relevé de données

| Diamètre $7,7 \pm 0,03$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 7,682                   | 7,696 | 7,706 | 7,702 | 7,711 | 7,706 | 7,711 | 7,717 | 7,703 | 7,702 |
| 7,705                   | 7,714 | 7,703 | 7,698 | 7,711 | 7,698 | 7,704 | 7,689 | 7,717 | 7,710 |
| 7,695                   | 7,711 | 7,696 | 7,724 | 7,708 | 7,694 | 7,703 | 7,703 | 7,699 | 7,711 |
| 7,703                   | 7,692 | 7,709 | 7,704 | 7,703 | 7,702 | 7,708 | 7,703 | 7,702 | 7,700 |
| 7,703                   | 7,703 | 7,699 | 7,700 | 7,712 | 7,692 | 7,708 | 7,695 | 7,706 | 7,712 |

La boîte à moustache est couramment utilisée pour représenter les distributions de population. Dans cette représentation (voir figure 5.3), on distingue :

- La *boîte* dont la largeur correspond à 50 % de la population. Ainsi, le bas de la boîte correspond au premier quartile (25 %), et le haut de la boîte au troisième quartile (75 %).
- Les *moustaches* qui sont les lignes qui s'étendent de part et d'autre de la boîte, représentant l'étendue des données s'il n'y a pas de valeur aberrante.

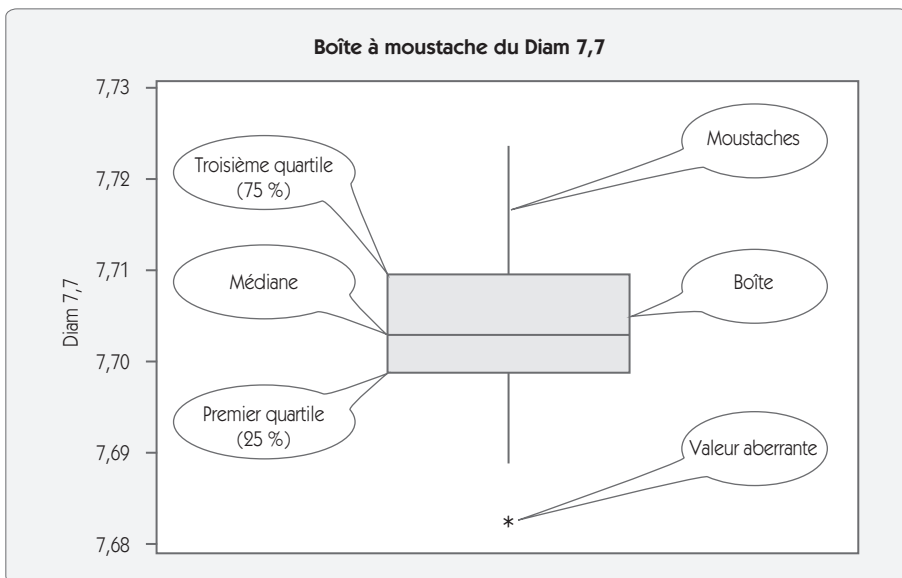
Pour définir une valeur aberrante, on calcule :

- une limite basse par la relation  $Q1 - 1,5 (Q3 - Q1)$
- une limite haute par la relation  $Q3 + 1,5 (Q3 - Q1)$

$Q1$  étant le premier quartile (25 % des valeurs) et  $Q3$  le troisième quartile (75 % des valeurs).

- Les *points aberrants* sont les points qui se situent en dehors des limites haute et basse définies précédemment. Ils sont généralement représentés par des astérisques (\*).
- Le *trait* séparant la boîte représente la médiane (50 % des valeurs).

**Figure 5.3 – Boîte à moustache**



Ce type de représentation est particulièrement utile pour visualiser la symétrie d'une répartition.

## 2.2 Le diagramme multi-vari

Le diagramme multi-vari présente l'intérêt de représenter sur un même graphique l'influence de plusieurs  $X$  sur une réponse  $Y$ . Ce diagramme doit beaucoup à Dorian SHAININ<sup>11</sup> qui a identifié trois grandes classes de variations dans un processus.

- **Variations de position ou à l'intérieur d'une unité**
  - Position sur une machine multi-posages
  - Chip particulier dans un wafer
  - Empreinte dans un moule sur une presse à injecter
  - Variation entre 2 machines, 2 opérateurs, 2 ateliers...
- **Variations cycliques ou d'une unité à l'autre**
  - Variation d'un lot à un autre
  - Variation d'une coulée à une autre
  - Variation parmi un groupe d'unités (usure d'outils)...
- **Variations temporelles**
  - Variation d'une équipe à l'autre,
  - Variation matin et soir,
  - Variation entre les jours de la semaine...

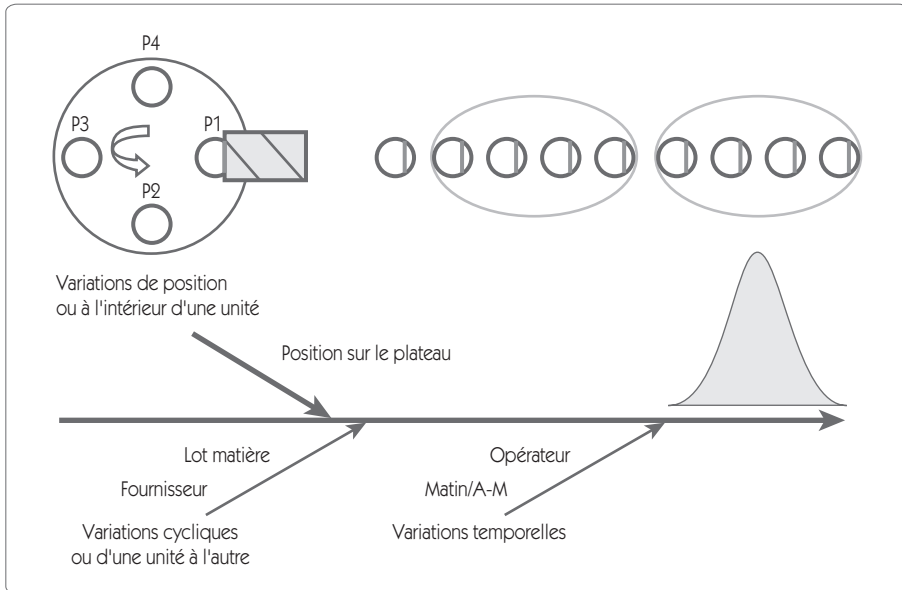
Après avoir recherché les grands types de variations pouvant concerner le processus étudié, on doit recueillir des données permettant de les mettre en évidence. Illustrons notre propos par un exemple. Une entreprise de mécanique réalise un usinage sur une machine à quatre postes. Une étude sur les causes de dispersion possibles (figure 5.4) a permis d'identifier :

- La position sur le plateau
- Le lot matière
- Le fournisseur
- L'opérateur
- Le matin ou soir

---

11. L'Américain Dorian SHAININ a développé toute une approche de l'amélioration des produits et des processus industriels très complémentaire de l'approche Six Sigma.

Figure 5.4 – Type de variations



La saisie de données pour pouvoir réaliser le multi-vari est en fait un plan d'expériences complet (voir chapitre *Innover/améliorer*) et se rapporte ainsi :

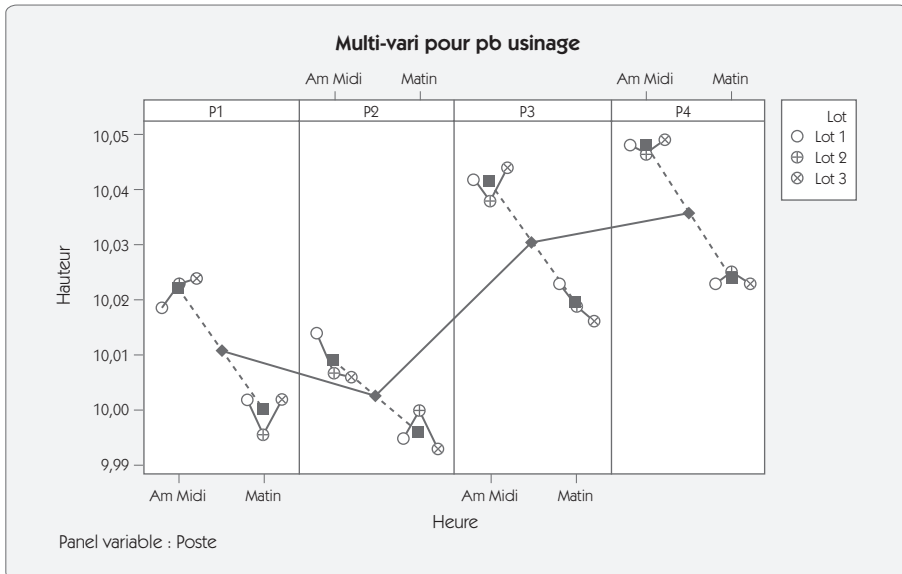


**Figure 5.5 – Données du diagramme multi-vari**

| Lot   | Heure      | Poste | N1      | N2      | N3      |
|-------|------------|-------|---------|---------|---------|
| Lot 1 | Matin      | P1    | 10,019  | 110,004 | 19,982  |
| Lot 1 | Matin      | P2    | 110,000 | 19,985  | 19,998  |
| Lot 1 | Matin      | P3    | 110,030 | 110,032 | 110,007 |
| Lot 1 | Matin      | P4    | 110,030 | 110,013 | 110,025 |
| Lot 1 | Après-midi | P1    | 110,022 | 110,012 | 110,022 |
| Lot 1 | Après-midi | P2    | 110,028 | 110,001 | 110,012 |
| Lot 1 | Après-midi | P3    | 110,031 | 110,052 | 110,043 |
| Lot 1 | Après-midi | P4    | 110,046 | 110,041 | 110,058 |
| Lot 2 | Matin      | P1    | 19,998  | 19,999  | 19,992  |
| Lot 2 | Matin      | P2    | 110,008 | 19,980  | 110,012 |
| Lot 2 | Matin      | P3    | 110,020 | 110,016 | 110,022 |
| Lot 2 | Matin      | P4    | 110,033 | 110,004 | 110,040 |
| Lot 2 | Après-midi | P1    | 110,023 | 110,030 | 110,016 |
| Lot 2 | Après-midi | P2    | 110,015 | 19,999  | 110,006 |
| Lot 2 | Après-midi | P3    | 110,031 | 110,039 | 110,045 |
| Lot 2 | Après-midi | P4    | 110,053 | 110,037 | 110,051 |
| Lot 3 | Matin      | P1    | 110,005 | 110,005 | 19,997  |
| Lot 3 | Matin      | P2    | 110,003 | 19,987  | 19,989  |
| Lot 3 | Matin      | P3    | 110,038 | 110,007 | 110,004 |
| Lot 3 | Matin      | P4    | 110,010 | 110,017 | 110,041 |
| Lot 3 | Après-midi | P1    | 110,020 | 110,030 | 110,022 |
| Lot 3 | Après-midi | P2    | 110,003 | 110,008 | 110,006 |
| Lot 3 | Après-midi | P3    | 110,040 | 110,040 | 110,053 |
| Lot 3 | Après-midi | P4    | 110,048 | 110,057 | 110,041 |

Le multi-vari se présente de la façon suivante :

Figure 5.6 – Multi-vari



## Interprétation

Le n° de lot n'a pas d'influence sur la hauteur usinée, on ne retrouve pas d'écart systématique entre les lots 1, 2 et 3.

La position sur le plateau semble avoir une influence forte, la position 4 donnant la hauteur la plus forte et la position 2 la plus faible.

La différence entre le matin et l'après-midi est confirmée avec une chute de la hauteur entre ces deux modalités.

Ce diagramme multi-vari donne une forte indication visuelle, mais ne fournit pas de preuve statistique. On doit l'utiliser conjointement à une analyse de la variance (ANAVAR) pour pouvoir conclure de façon rigoureuse.

## 2.3 Diagramme des effets et diagramme des interactions

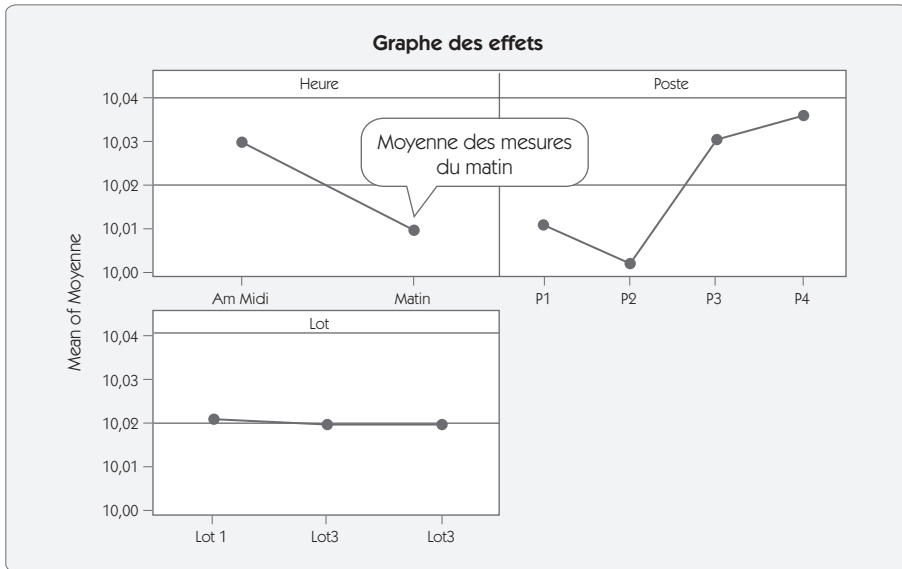
Le diagramme des effets et le diagramme des interactions sont des diagrammes proches du diagramme multi-vari. Ils ont pour but de montrer graphiquement des relations entre un Y et des X.

Si nous reprenons les données du diagramme multi-vari (figure 5.5), nous pouvons établir le tableau des moyennes (figure 5.7). Par exemple, la moyenne de la modalité « Matin » du facteur « Heure » est obtenue en faisant la moyenne de toutes les mesures réalisées le matin (36 mesures).

**Figure 5.7 – Tableau des moyennes**

|          | Lot       |         | Heure      |         | Poste     |         |
|----------|-----------|---------|------------|---------|-----------|---------|
|          | Modalités | Moyenne | Modalités  | Moyenne | Modalités | Moyenne |
| Niveau 1 | 1         | 10,0205 | Matin      | 10,0097 | 1         | 10,0109 |
| Niveau 2 | 2         | 10,0176 | Après-midi | 10,030  | 2         | 10,0023 |
| Niveau 3 | 3         | 10,0195 |            |         | 3         | 10,0305 |
| Niveau 4 |           |         |            |         | 4         | 10,0358 |

Figure 5.8 – Graphe des effets

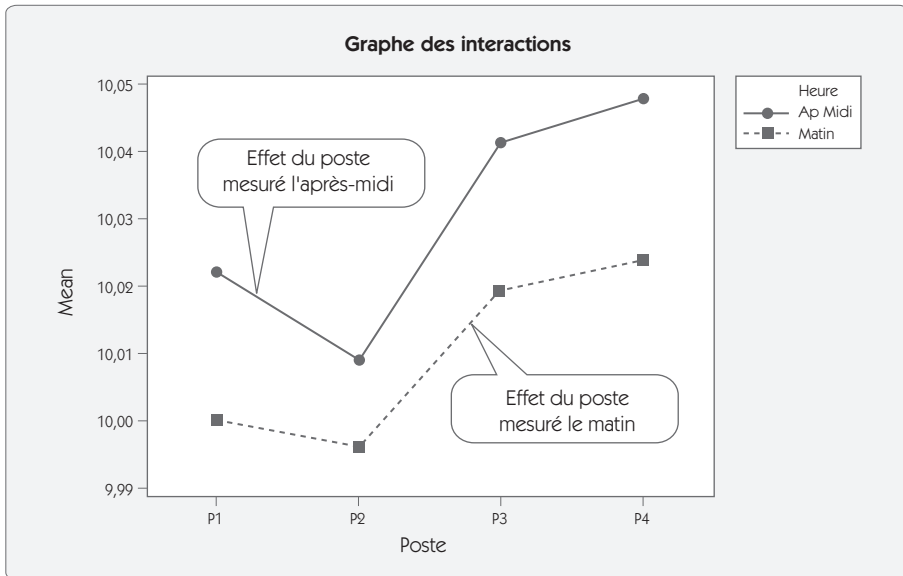


Le graphe des interactions va montrer l'influence d'un facteur dans les conditions particulières d'un autre facteur. En reprenant les deux effets importants : Poste et Heure, nous pouvons établir le tableau des interactions (figure 5.9).

Figure 5.9 – Tableau des interactions

|       |            | Poste   |         |         |         |
|-------|------------|---------|---------|---------|---------|
|       |            | P1      | P2      | P3      | P4      |
| Heure | Matin      | 10,0001 | 9,9958  | 10,0196 | 10,0237 |
|       | Après-midi | 10,0219 | 10,0087 | 10,0416 | 10,0480 |

Figure 5.10 – Graphe des interactions



L'interaction est forte si l'effet du poste est très différent entre le matin et l'après-midi. Dans notre exemple, les deux effets étant presque parallèles, on ne conclut pas à une interaction importante.

### 3. Statistique descriptive

La statistique descriptive a pour objectif de donner une description statistique d'un ensemble de données se décomposant en trois éléments :

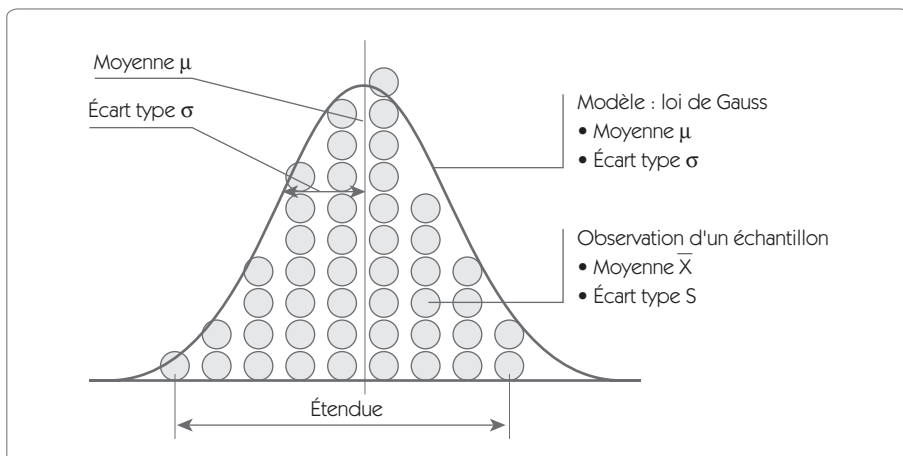
- identification de la forme de la distribution ;
- paramètres de position de la distribution ;
- paramètres d'échelle de la distribution.

Pour caractériser ces trois critères, on peut utiliser des outils graphiques ou des paramètres numériques. Le tableau suivant (figure 5.11) donne les éléments le plus souvent utilisés pour les caractériser.

Figure 5.11 – Caractérisations les plus communes

|            | Numérique   | Graphique   |
|------------|---|---|
| Forme      | Skewness<br>Kurtosis                                  | Boîte à moustaches<br>Histogramme<br>Diagramme des probabilités |
| Position   | Moyenne<br>Médiane                                    | Boîte à moustaches<br>Histogramme<br>Diagramme de corrélation   |
| Dispersion | Étendue<br>Écart type<br>Variance<br>Inter-percentile | Boîte à moustaches<br>Histogramme                               |

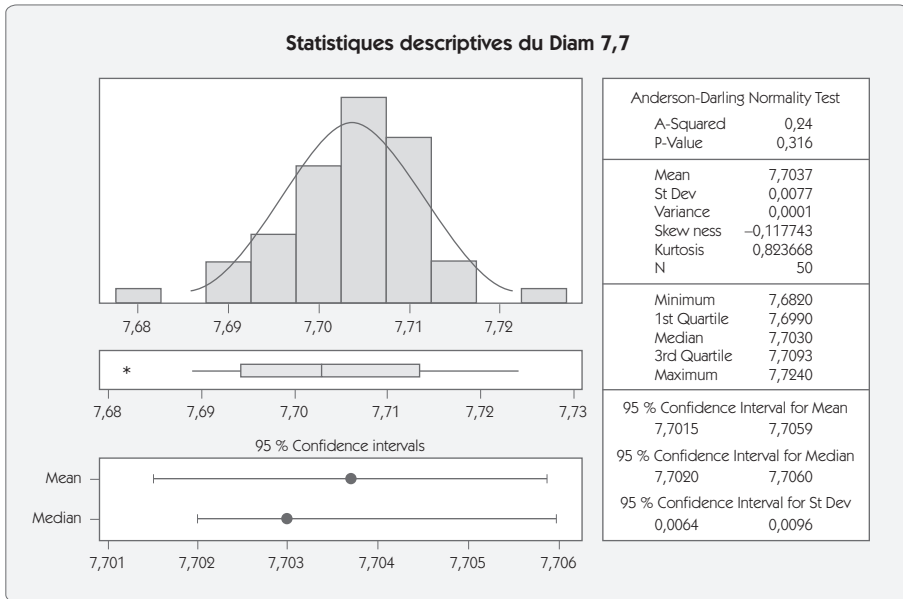
Figure 5.12 – Répartition de Gauss



La statistique descriptive doit fournir une estimation des paramètres. En effet, les paramètres de position et d'échelle sont calculés à partir d'un échantillon. Si on prend un autre échantillon, on aura d'autres estimations. Il convient donc de différencier la vraie valeur de la moyenne  $\mu$  de son estimateur  $\bar{X}$ . De même, la vraie valeur de l'écart type est notée  $\sigma$ , et son estimateur  $S$ .

La figure suivante (figure 5.13) donne un exemple de résumé graphique de statistique descriptive, fourni par Minitab®. L'estimation des paramètres d'échelle et de position est donnée par une estimation et par un intervalle de confiance. Dans ce cas, l'estimation de la moyenne est de 7,7037, et l'intervalle de confiance ayant 95 % de chance d'inclure  $\mu$  est de [7,7015 – 7,7059].

**Figure 5.13 – Statistiques descriptives avec Minitab**



### 3.1 Paramètres de position

Comme son nom l'indique, un paramètre de position donne une indication sur la position de la distribution par rapport à la grandeur mesurée. Voici les principaux indicateurs :

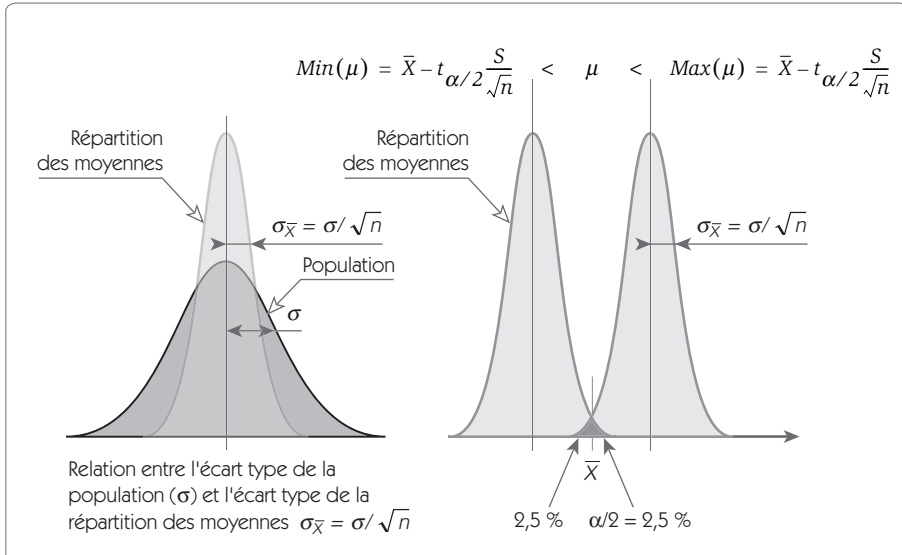
- la moyenne  $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$

- la médiane  $\bar{Y}$  qui représente la valeur telle qu'il y a autant de valeurs d'un côté que de l'autre. Dans le cas de répartition symétrique, la médiane et la moyenne sont théoriquement identiques.

Sur chacun de ces indicateurs, on peut calculer un *intervalle de confiance*. Prenons le cas de la moyenne. On dispose d'un échantillon à partir duquel on calcule une estimation de la moyenne  $\bar{X}_1$ . Un autre tirage d'échantillon aurait donné une autre estimation  $\bar{X}_2$ . Mais ce qui nous intéresse, ce n'est pas  $\bar{X}$ , mais  $\mu$ , la vraie moyenne de la population.

Comme il n'est pas possible de connaître  $\mu$  (à moins de mesurer la totalité de la population), on peut néanmoins calculer l'intervalle dans lequel on a 95 % de chances de trouver  $\mu$ . Pour cela, on utilise la loi de distribution des moyennes  $\bar{X}$ . Les moyennes suivent une loi normale d'écart type  $\sigma/\sqrt{n}$  (figure 5.14).

**Figure 5.14 – Intervalle de confiance sur les moyennes**



Lorsque  $\sigma$  est connu, compte tenu de la position de  $\bar{X}$ , il est facile de trouver l'intervalle de confiance donnant 95 % de chances de trouver  $\mu$ .



$$\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

avec  $z_{\alpha/2}$  variable réduite de la loi de Gauss pour un risque de  $\alpha/2$ .

On trouve la valeur de  $z$  dans la table de Gauss donnée au chapitre 10 de notre ouvrage.

Pour calculer cet intervalle, on doit connaître  $\sigma$  l'écart type de la population. Mais généralement, *sigma* est inconnu. On doit le remplacer par son estimateur  $S$  et utiliser la loi de Student. La relation devient :

$$\bar{X} - t_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Avec  $t_{\alpha/2}$  variable réduite de la loi de Student pour un risque de  $\alpha/2$ . On trouve la valeur de  $t$  dans la table de Student donnée également au chapitre 10.



### Exemple

Dans le cas de la figure 5.13, on avait :

$$\bar{X} = 7,7037$$

$$S = 0,0077$$

$$n = 50 \text{ soit } 49 \text{ ddl}$$

$$t_{\alpha/2} = 2,0096$$

L'intervalle se calcule par la relation :

$$7,7037 - 2,0096 \frac{0,0077}{\sqrt{50}} < \mu < 7,7037 + 2,0096 \frac{0,0077}{\sqrt{50}}$$

$$\text{Soit } 7,7015 < \mu < 7,7059$$

### 3.2 Paramètres d'échelle

Les paramètres d'échelle donnent une idée de la dispersion des mesures.

Voici les paramètres qui sont le plus utilisés :

- l'étendue ;
- l'écart type ;
- la variance ;
- la position des quartiles.

Parmi tous ces éléments, l'étendue est la plus naturelle. Elle représente l'écart qui existe entre la plus grande valeur et la plus petite. Mais l'étendue a un inconvénient majeur : sa valeur dépend de la taille de l'échantillon. Plus l'échantillon est grand et plus on a de chance de trouver une valeur très grande ou très petite.

C'est la raison pour laquelle les statisticiens ont cherché à exprimer la dispersion des valeurs en utilisant un critère qui soit indépendant de la taille de l'échantillon. L'écart type a cette propriété de convergence vers une valeur définie lorsque la taille des échantillons augmente.

$$\sigma_{n-1} = S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

est un estimateur de l'écart type  $\sigma$

Il existe une relation entre l'étendue pour une taille d'échantillon donnée et l'écart type.

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2^*}$$

Le coefficient  $d_2^*$  dépend à la fois de la taille de l'échantillon et du nombre d'échantillons qui ont permis de calculer  $\bar{R}$ . Lorsque ce nombre est élevé ( $> 15$ ), on remplace  $d_2^*$  par  $d_2$ .

Figure 5.15 – Coefficient  $d_2^*$  pour l'estimation de  $\sigma$  à partir de  $\bar{R}$ 

|                                      |   | Nombre d'échantillons |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|--------------------------------------|---|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                      |   | 1                     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    | 13    | 14    | 15    | >15   |
| Nombre de mesures<br>par échantillon | 2 | 1,414                 | 1,279 | 1,231 | 1,206 | 1,191 | 1,181 | 1,173 | 1,168 | 1,163 | 1,160 | 1,157 | 1,154 | 1,153 | 1,151 | 1,149 | 1,128 |
|                                      | 3 | 1,912                 | 1,806 | 1,769 | 1,750 | 1,739 | 1,731 | 1,726 | 1,722 | 1,719 | 1,716 | 1,714 | 1,712 | 1,711 | 1,710 | 1,708 | 1,693 |
|                                      | 4 | 2,239                 | 2,151 | 2,121 | 2,105 | 2,096 | 2,090 | 2,086 | 2,082 | 2,08  | 2,078 | 2,076 | 2,075 | 2,073 | 2,072 | 2,071 | 2,071 |
|                                      | 5 | 2,481                 | 2,405 | 2,379 | 2,366 | 2,358 | 2,353 | 2,349 | 2,346 | 2,344 | 2,342 | 2,34  | 2,339 | 2,338 | 2,337 | 2,337 | 2,326 |

La variance est le carré de l'écart type ; on a donc la relation  $V(X) = \sigma^2(X)$ . La variance possède la propriété d'additivité, ce qui n'est pas le cas de l'écart type.

Si nous avons la relation :  $Y = X_1 + X_2$ , en supposant l'indépendance de  $X_1$  et  $X_2$ , on peut écrire  $\bar{Y} = \bar{X}_1 + \bar{X}_2$  (additivité des moyennes) et  $V(\bar{Y}) = V(\bar{X}_1) + V(\bar{X}_2)$  (additivité des variances).

En revanche, la relation  $\sigma(\bar{Y}) = \sigma(\bar{X}_1) + \sigma(\bar{X}_2)$  est fausse. Cela a plusieurs conséquences, notamment pour le calcul de l'estimation d'un écart type à partir de la moyenne de plusieurs écarts types issus de  $k$  échantillons de taille  $n$ . On doit alors introduire un coefficient correcteur  $c_4$  et on obtient les relations suivantes :

$$V = \frac{\sum V_i}{k} \text{ et } \sigma = \frac{\frac{1}{k} \sum S_i}{c_4} = \frac{\bar{S}}{c_4}$$

Figure 5.16 – Coefficient  $c_4$  pour l'estimation de  $\sigma$  à partir de  $\bar{S}$ 

| n     | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $c_4$ | 0,7979 | 0,8862 | 0,9213 | 0,9400 | 0,9515 | 0,9594 | 0,9650 | 0,9693 | 0,9727 |

L'intervalle de confiance pour les écarts types peut également être donné en utilisant les propriétés de la loi de distribution des estimateurs  $S$  par rapport à l'écart type  $\sigma$ .

Si on pose comme notation :

- $S_i$  :  $\sigma_{n-1}$  de l'échantillon  $i$  (estimation de l'écart type  $\sigma$  calculé sur  $n$  valeurs)
- $\sigma$  : écart type de la population totale

on peut montrer que le rapport :  $R = (n-1) \times \frac{S_i^2}{\sigma^2}$  est distribué selon une loi du  $\chi^2$ .

Les valeurs de  $\chi^2$  pour une probabilité  $p$  donnée se trouvent en fonction du nombre de degrés de liberté  $\nu = (n-1)$  dans la table de  $\chi^2$ .

On peut écrire :  $\chi^2_{(\alpha/2)} < (n-1) \times \frac{S_i^2}{\sigma^2} < \chi^2_{(1-\alpha/2)}$  qui permet de donner l'intervalle de confiance sur l'écart type :

$$S \sqrt{\frac{\chi^2_{(\alpha/2)}}{(n-1)}} < \sigma < S \sqrt{\frac{\chi^2_{(1-\alpha/2)}}{(n-1)}}$$



### Exemple

Dans le cas de la figure 5.13, on avait :

$$S = 0,0077$$

$n = 50$  soit  $\chi^2_{0,025} = 31,55$  et  $\chi^2_{0,975} = 70,22$  pour 49 degrés de liberté

ce qui permet de calculer l'intervalle :

$$0,0077 \sqrt{\frac{31,55}{49}} < \sigma < 0,0077 \sqrt{\frac{70,22}{49}} \text{ soit } [0,0062 - 0,0092]$$

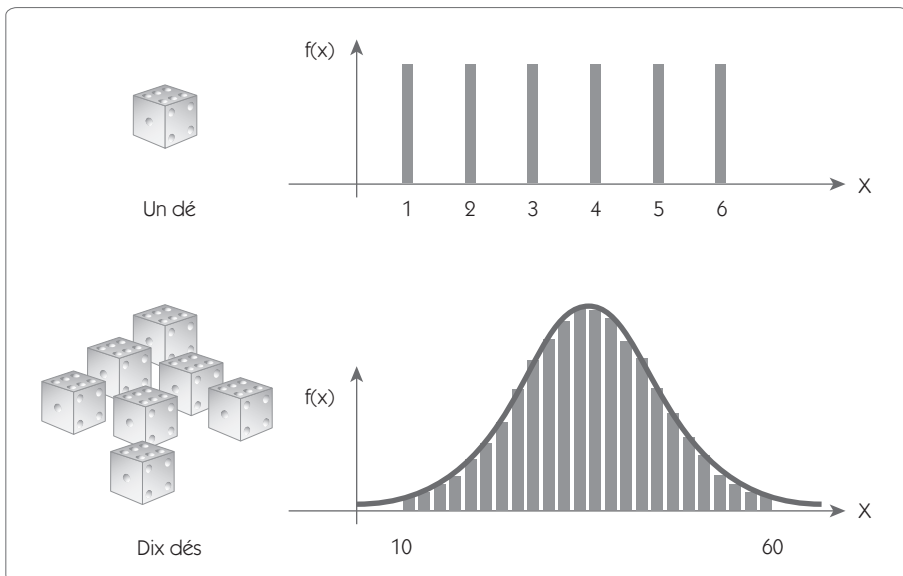
### 3.3 Identification de la forme de la distribution

La forme de la distribution est un paramètre important. En effet, voici ce que stipule le théorème central limite :

Tout système, soumis à de nombreux facteurs, indépendants les uns des autres, et d'un ordre de grandeur de l'effet équivalent, génère une répartition qui suit une loi de Gauss.

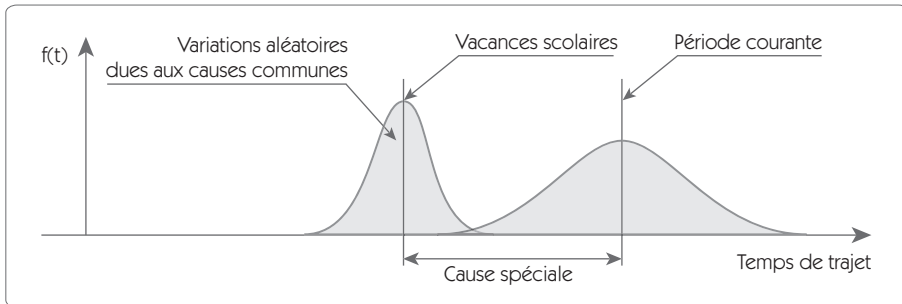
Pour montrer ce phénomène, prenons l'exemple d'un jeu consistant à lancer 10 dés. Chaque dé a une valeur qui peut varier de façon uniforme de 1 à 6. Mais le résultat d'un jet de 10 dés donnera une répartition proche d'une loi normale qui variera entre 10 (tous les dés à 1 – une seule possibilité) et 60 (tous les dés à 6 – une seule possibilité). Le nombre de possibilités d'obtenir un total de 11 ou 59 est égal à 10 (1 des dés est sur 2, les autres à 1), etc.

**Figure 5.17 – Illustration du théorème central limite**



L'illustration que nous venons de faire avec les dés est facilement généralisable à tous les systèmes soumis à de nombreux facteurs indépendants. Les combinaisons donnant des valeurs extrêmes sont rares, alors que les combinaisons moyennes ont une forte probabilité. La répartition doit donc suivre une loi normale.

**Figure 5.18 – Causes communes et causes spéciales**



Illustrons ce théorème central limite avec un autre exemple : le temps qu'il faut pour aller au travail à une personne devant passer de nombreux feux non synchronisés (indépendance des facteurs).

L'observation de son temps de trajet doit donner une répartition qui suit une loi normale. Pourtant, si on observe ces temps sur deux périodes distinctes – période de vacances scolaires et période normale –, on observe deux lois normales différentes.

L'observation des valeurs sur une période mélangeant vacances scolaires et période courante ne donnera pas une répartition normale, mais un mélange de deux lois. Il est donc important lorsque l'on observe une répartition de savoir si elle suit une répartition normale ou non.

À cette fin, on peut mettre en œuvre différents tests, tels que :

- test du  $\chi^2$  ;
- test d'ANDERSON-DARLING ;
- test de SHAPIRO-WILK ;
- test de KOLMORONOV-SMIRNOV...

Le principe d'un test de normalité est toujours le même : vérifier que les écarts entre une distribution théorique parfaite d'une loi normale

(la droite sur la figure 5.19) et une distribution réelle (les points) peuvent être attribués à des variations aléatoires.

Pour ce faire, on calcule la probabilité (*p-Value* 0,316) que ces écarts proviennent de variations aléatoires. Si, comme dans le cas présenté (figure 5.19), cette probabilité est supérieure à 0,05, on considère que la loi suit une répartition normale. Dans le cas contraire (*p-value* < 0,05), on ne peut pas considérer que la distribution suit une loi normale.

**Figure 5.19 – Graphique des probabilités**



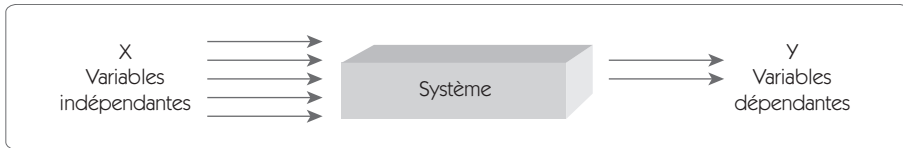
### 3.4 Identification de valeurs aberrantes

Il existe de nombreux tests de valeurs aberrantes. La construction de la boîte à moustaches (paragraphe 2.1) est un exemple. Dans le paragraphe 4, nous présentons deux tests pour détecter des valeurs aberrantes dans une loi normale :

- Le test de Dixon ;
- Le test de Grubb.

## 4. Statistique inférentielle – Tests de comparaison

Figure 5.20 – Variables dépendantes et indépendantes



La statistique inférentielle a pour objectif de vérifier s'il existe une relation entre les  $X$  et les  $Y$ . Par exemple, on réalise un produit sur lequel on a mesuré un défaut d'aspect ( $Y$ ). On suspecte un des fournisseurs ( $X$ ) de l'une des matières premières utilisées dans ce produit d'être à l'origine de ce défaut.

Cette matière première est approvisionnée chez deux fournisseurs  $A$  et  $B$ . Une première livraison du fournisseur  $A$  a donné 12 % de rebuts sur 120 produits alors que le fournisseur  $B$  a livré 6 % de rebuts sur 25 produits. La statistique inférentielle nous permettra de pouvoir affirmer – au risque statistique près – la relation qui existe entre le fournisseur et le pourcentage de rebuts.

Les  $X$  sont des variables *indépendantes*. On les nomme parfois des *facteurs*.  $Y$  est une variable *dépendante* (elle dépend de la configuration des  $X$ ). On la nomme parfois *réponse*.

La statistique inférentielle est un élément très important du vaste domaine des statistiques. Nous nous limiterons aux tests les plus simples et les plus couramment pratiqués :

- les tests de comparaison ;
- les corrélations.

Il s'agit de trouver les quelques  $X$  qui ont la plus forte influence sur  $Y$ . En effet, l'action sur la variabilité de  $Y$  sera principalement dépendante des relations les plus fortes.

Supposons que  $Y = X_1 + X_2$ ,

l'additivité des variances donne  $V(Y) = V(X_1) + V(X_2)$



ce qui s'écrit également  $\sigma_Y = \sqrt{\sigma_{X1}^2 + \sigma_{X2}^2}$ .

Supposons que  $\sigma_{X1} = 5$  et  $\sigma_{X2} = 1$ , on a alors  $\sigma_Y = 5,099$

Qu'apporterait sur  $Y$  une amélioration qui consisterait à diminuer de 1 l'écart type sur un  $X$  ?

**Figure 5.21 – Influence relative des X**

| Diminution de 1 sur $\sigma_{X1}$ (20 %) | Diminution de 1 sur $\sigma_{X2}$ (100 %) |
|--|---|
| $\sigma_Y = \sqrt{5^2 + 1^2} = 5,099$    | $\sigma_Y = \sqrt{5^2 + 1^2} = 5,099$     |
| $\sigma_Y = \sqrt{4^2 + 1^2} = 4,123$    | $\sigma_Y = \sqrt{5^2 + 0^2} = 5,000$     |
| $\Delta Y = 0,976$                       | $\Delta Y = 0,099$                        |

Comme on le voit sur l'exemple, la réduction à 0 de l'écart type sur la variable  $X_2$  (ce qui est sans doute très coûteux) aurait un impact 10 fois plus faible que de réduire de 20 % l'écart type sur  $X_1$ .

## 4.1 Les tests de comparaison

### 4.1.1 Différents tests

Les tests de comparaison doivent conduire à la conclusion de l'existence d'un écart significatif, ou non, entre deux ou plusieurs situations. On peut comparer des moyennes, des écarts types ou des fréquences.

Lors de la mise en œuvre d'un test de comparaison dans une entreprise, on cherche soit à comparer une situation par rapport à une situation théorique, soit à comparer plusieurs situations. Il y aura donc deux types de problèmes à traiter.

## **Problème de type 1 – Comparaison à une valeur théorique**

Mon produit possède actuellement une caractéristique que je souhaite améliorer. Je fais un essai et les résultats semblent indiquer une amélioration. Puis-je réellement conclure à une amélioration ou est-ce simplement dû à l'effet de la dispersion ?

Ce type de problème peut se poser au niveau de la moyenne ou de l'écart type, mais également au niveau de la fréquence d'apparition d'un phénomène.

Pour répondre à ce type de problème, nous devons être en mesure de faire :

- la comparaison d'une moyenne à un résultat théorique ;
- la comparaison d'une variance à un écart type théorique ;
- la comparaison d'une fréquence à une fréquence théorique.

## **Problème de type 2 – Comparaison de deux (ou plusieurs) valeurs**

J'hésite entre le choix de deux types de colle, la colle numéro 2 testée sur 2 prototypes semble donner de meilleurs résultats que la colle 1 testée sur 5 prototypes ; la différence que présentent ces produits est-elle suffisante pour conclure ?

Les tests de comparaison ont pour objectif de répondre à ces deux types de questions. Le problème de type 1 revient à comparer les résultats d'une population à des valeurs théoriques. Le problème de type 2 revient à comparer deux populations distinctes.

Comme précédemment, ce problème peut se poser pour une moyenne, un écart type ou une fréquence.

Pour répondre à ce type de problème, nous devons être capable de faire :

- la comparaison de deux ou plusieurs moyennes ;
- la comparaison de deux ou plusieurs variances ;
- la comparaison de deux ou plusieurs fréquences.

Les tableaux suivants (figure 5.22 et figure 5.23) récapitulent les différents tests que nous décrirons dans ce chapitre.

**Figure 5.22 – Les différents tests**

|                           | Comparaison par rapport à une valeur théorique | Comparaison entre deux valeurs | Comparaison entre plusieurs valeurs |
|---------------------------|--|--------------------------------|-------------------------------------|
| Comparaison de moyennes   | Test $z_{\text{théorique}}$                    | Test z<br>Test t<br>B to C     | ANAVAR                              |
| Comparaison de variances  | Test $\chi^2$                                  | Test F                         | Hartley                             |
| Comparaison de fréquences | 1P   | 2P                             | Tableau d'indépendance              |

**Figure 5.23**

**Tableau récapitulatif des différents tests de comparaison**

| Test             | Application  |
|------------------|--|
| Test $\chi^2$    | <b>Comparaison d'un écart type à une valeur théorique</b><br>J'ai un problème pour atteindre une capacité court terme qui soit acceptable. Je fais un essai en modifiant le système de lubrification de la machine. Il semble que la variance (l'écart type) s'améliore par rapport à ce que j'obtiens habituellement. Puis-je réellement conclure à une amélioration ?      |
| Test F           | <b>Comparaison de deux écarts types</b><br>Pour améliorer un système de fermeture par clips, je teste deux matières différentes. Puis-je conclure qu'une matière donne un résultat plus robuste (moins de dispersion) que l'autre ?  |
| Test z théorique | <b>Comparaison d'une moyenne à une valeur théorique, <math>\sigma</math> connu</b><br>Mon produit possède actuellement une caractéristique que je souhaite améliorer. Je suppose connaître l'écart type. Je fais un essai et les résultats semblent montrer une amélioration. Puis-je réellement conclure à une amélioration ou est-ce simplement l'effet de la dispersion ? |

|                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| <b>Test t théorique</b>           | <p><b>Comparaison d'une moyenne à une valeur théorique, <math>\sigma</math> inconnu</b></p> <p>Je veux développer un nouveau produit dont une caractéristique doit atteindre une valeur mini. Je fais plusieurs prototypes. Puis-je réellement conclure que j'atteins cet objectif ou est-ce simplement l'effet de la dispersion ?</p>  |
| <b>Test z</b>                     | <p><b>Comparaison de deux moyennes, <math>\sigma</math> connu</b></p> <p>Mon produit possède actuellement une caractéristique que je souhaite améliorer. Je suppose connaître l'écart type. Je fais deux essais en parallèle, un sur la solution actuelle, l'autre sur la solution innovante. Les résultats semblent montrer une amélioration. Puis-je réellement conclure à une amélioration ou est-ce simplement l'effet de la dispersion ?</p> |
| <b>Test t</b>                     | <p><b>Comparaison de deux moyennes, <math>\sigma</math> inconnu</b></p> <p>Je veux développer un nouveau produit dont une caractéristique doit atteindre une valeur mini. Je veux tester deux solutions technologiques différentes. Puis-je réellement conclure qu'une solution donne de meilleurs résultats ou est-ce simplement l'effet de la dispersion ?</p>  |
| <b>B to C</b>                     | <p><b>Comparaison de deux moyennes – Test non paramétrique</b></p> <p>Le test B to C a la même fonction que le test t, mais c'est un test non paramétrique. Cela signifie qu'il ne suppose pas la normalité des distributions. Il est de plus très simple à réaliser.</p>   |
| <b>ANAVAR</b>                     | <p><b>Comparaison de plusieurs moyennes par Analyse de la variance</b></p> <p>Un poste de fabrication d'usinage possède plusieurs posages. L'analyse de la production montre une forte dispersion sur les résultats. Comment tester si un des postes est significativement différent des autres ?</p>   |
| <b>Hartley</b>                    | <p><b>Comparaison de plusieurs variances</b></p> <p>Un poste de fabrication d'usinage possède plusieurs posages. L'analyse de la production montre une forte dispersion sur les résultats. Comment tester l'homogénéité des variances sur chacun des postes ?</p>   |
| <b>Test hypergéométrique (2P)</b> | <p><b>Comparaison de deux fréquences</b></p> <p>J'ai fait un contrôle sur deux de mes fournisseurs concernant le même produit ; le premier m'a livré 1 défaut sur 50 produits, le second 3 sur 80 produits. Puis-je conclure à une différence significative ?</p>   |

|                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| <b>Tableau<br/>d'indépendance</b> | <b>Comparaison de plusieurs fréquences</b><br>Je fais un test sur 4 produits différents pour évaluer l'influence d'un (ou plusieurs) $X$ sur un défaut qui prend sous 3 modalités (Bon, bruyant, non-fonctionnement). Comment conclure s'il y a un écart significatif ? |
|-----------------------------------|---|

#### 4.1.2 Notion de risque alpha ( $\alpha$ ) et de risque bêta ( $\beta$ )

Lorsque l'on fait un test statistique, on cherche à vérifier une des deux hypothèses suivantes :

- **Hypothèse  $H_0$**  : il n'y a pas d'écart significatif entre deux situations.
- **Hypothèse  $H_1$**  : il y a un écart significatif entre deux situations.

Comme on raisonne sur des échantillons, il y a toujours le risque de conclure à tort comme le montre le tableau suivant (figure 5.24).

Figure 5.24 – Risque  $\alpha$  et risque  $\beta$

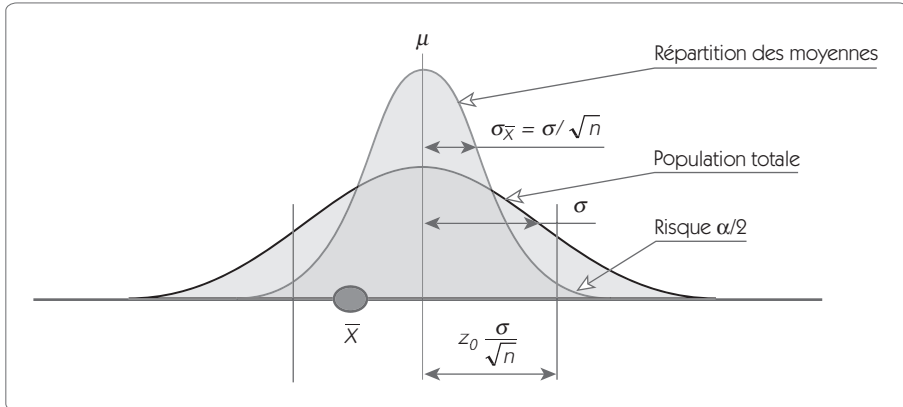
|                  |   | Conclusion du test                  |                                      |
|------------------|---|-------------------------------------|--------------------------------------|
|                  |   | Hypothèse $H_0$ vrai                | Hypothèse $H_1$ vrai                 |
| Situation réelle | Hypothèse $H_0$ vrai ;<br>il n'y a pas d'écart entre les situations | Conclusion juste                    | Conclusion fausse<br>Risque $\alpha$ |
|                  | Hypothèse $H_1$ vrai ;<br>il y a un écart entre les situations      | Conclusion fausse<br>Risque $\beta$ | Conclusion juste                     |

**Risque alpha ( $\alpha$ )** = c'est le risque de conclure qu'il y a une différence significative ( $H_1$ ) alors que cela n'est pas vrai.

**Risque bêta ( $\beta$ )** = c'est le risque de conclure qu'il n'y a pas de différence significative ( $H_0$ ) alors que cette différence existe bien.

### 4.1.3 Détermination du risque $\alpha$ et $\beta$ (cas du test $z_{\text{théorique}}$ )

Figure 5.25 – Illustration du risque  $\alpha$

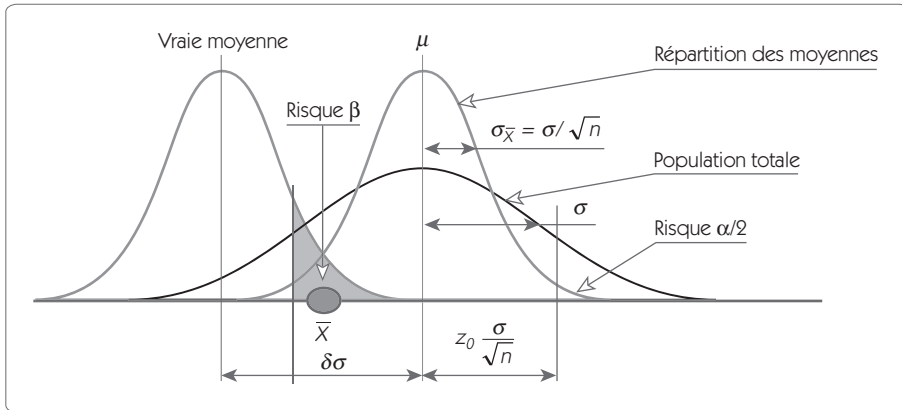


Le test  $z_{\text{théorique}}$  permet de réaliser une comparaison entre la moyenne d'un échantillon et la valeur théorique de la moyenne  $\mu$ . On considère que l'échantillon est prélevé dans une population dont l'écart type  $\sigma$  est connu.

Pour illustrer le risque  $\alpha$ , mettons-nous dans une situation où l'hypothèse  $H_0$  est vraie. En prélevant un échantillon de taille  $n$ , on calcule une moyenne  $\bar{X}$  qui ne sera pas égale à la valeur  $\mu$ . Le test consiste à vérifier si l'écart entre  $\mu$  et  $\bar{X}$  est suffisamment petit pour être expliqué par les fluctuations d'échantillonnage. On sait que les moyennes suivent une loi de distribution normale de moyenne  $\mu$  et d'écart type  $\sigma/\sqrt{n}$ .

En fonction du risque  $\alpha$ , on va placer deux limites aux variations acceptées de  $\bar{X}$  autour de  $\mu$  ( $\pm z_0 \sigma/\sqrt{n}$ ).

- Si  $\bar{X}$  se situe entre ces deux limites, on conclura de façon juste que l'hypothèse  $H_0$  est acceptée.
- Si  $\bar{X}$  se situe hors de ces deux limites (ce qui peut arriver avec un risque  $\alpha$ ), on conclura de façon fautive que l'hypothèse  $H_0$  est refusée.

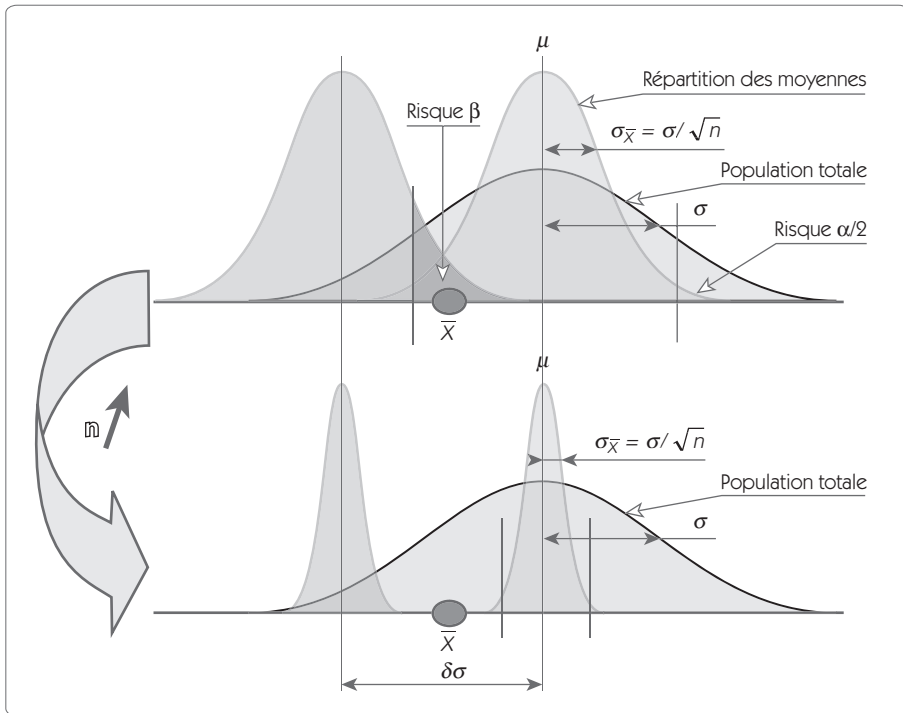
Figure 5.26 – Illustration du risque  $\beta$ 

Pour illustrer le risque  $\beta$ , considérons désormais que l'échantillon n'est pas issu d'une population centrée sur  $\mu$  mais sur une moyenne décalée de  $\delta\sigma$ . La moyenne de l'échantillon  $\bar{X}$  sera distribuée selon une loi normale d'écart type  $\sigma/\sqrt{n}$ . Il y a un risque (risque  $\beta$ ) que cette moyenne  $\bar{X}$  se situe dans les limites fixées pour accepter l'hypothèse  $H_0$ . Dans ce cas, on acceptera à tort l'hypothèse  $H_0$ .

#### 4.1.4 Incidence de la taille des échantillons

Sur les schémas suivants (figure 5.27, figure 5.28), on note que les quatre variables ayant une influence sur les risques d'erreurs sont :  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $v$ ,  $\delta$ .

Figure 5.27 – Influence de la taille des échantillons



Si on augmente la taille de l'échantillon, on note (figure 5.27) qu'un écart qui pouvait donner lieu à un risque  $\beta$  dans la première situation voit ce risque considérablement réduit dans la seconde situation.

En fait, les quatre variables  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $v$ ,  $\delta$  sont liées et le tableau (figure 5.28) donne les relations entre ces variables.



Figure 5.28 – Relations entre  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $v$ ,  $\delta$ 

| Situation | Risque $\alpha$ | Risque $\beta$ | Décalage $\delta$ | Taille $n$ |
|-----------|-----------------|----------------|-------------------|------------|
| 1         | Constant        | Constant       | ↓                 | ↑          |
| 2         | Constant        | ↓              | Constant          | ↑          |
| 3         | Constant        | ↓              | ↑                 | Constant   |
| 4         | ↓               | Constant       | Constant          | ↑          |
| 5         | ↓               | Constant       | ↑                 | Constant   |
| 6         | ↓               | ↑              | Constant          | Constant   |

### Taille des échantillons pour le test t

Dans ce test, on considère que l'écart type est *inconnu*, on utilise la loi de Student. Le tableau suivant (figure 5.29) donne la taille des échantillons pour un risque alpha de 5 % et un risque bêta de 10 %.

Figure 5.29 – Taille des échantillons pour le test t

| Décalage $\delta$ | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1  | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
|-------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Taille            | 527 | 235 | 133 | 86  | 60  | 45  | 35  | 28  | 23 | 19  | 17  | 14  | 13  | 11  | 10  |

| Décalage $\delta$ | 1,7 | 1,8 | 1,9 | 2 | 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,8 | 2,9 | 3,6 | 3,7 | 4 | 5 | 6 |
|-------------------|-----|-----|-----|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|---|---|
| Taille            | 9   | 8   | 8   | 7 | 7   | 6   | 6   | 5   | 5   | 4   | 4   | 3   | 3 | 3 | 2 |



#### Exemple d'utilisation de la table

On veut détecter une amélioration provoquant un décalage de 0,9 à partir d'un premier échantillon de taille  $n$ . On estime que l'écart type sera de l'ordre de grandeur de 0,6. On veut donc détecter un écart de  $\delta = 0,9/0,6 = 1,5$ .

Il faut donc réaliser deux échantillons de 11 produits pour mettre en évidence un tel écart.

## Taille des échantillons pour le test z

Dans ce test, on considère que l'écart type est *connu*. On utilise la loi de Gauss. Le tableau suivant (figure 5.30) donne la taille des échantillons pour un risque alpha de 5 % et un risque bêta de 10 %.

Figure 5.30 – Taille des échantillons pour le test z

|                     |     |     |     |     |     |     |     |     |    |     |     |     |     |     |     |
|---------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Décentrage $\delta$ | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1  | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| Taille              | 525 | 234 | 131 | 84  | 58  | 43  | 33  | 26  | 21 | 17  | 15  | 12  | 11  | 9   | 8   |

|                     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |   |   |   |
|---------------------|-----|-----|-----|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|---|---|
| Décentrage $\delta$ | 1,7 | 1,8 | 1,9 | 2 | 2,1 | 2,2 | 2,4 | 2,5 | 2,8 | 2,9 | 3,7 | 3,8 | 4 | 5 | 6 |
| Taille              | 7   | 6   | 6   | 5 | 5   | 4   | 4   | 3   | 3   | 2   | 2   | 1   | 1 | 1 | 1 |



### Exemple d'utilisation de la table

On veut détecter une amélioration provoquant un décalage de 0,9 à partir d'un premier échantillon de taille  $n$ . On estime que l'écart type sera de l'ordre de grandeur de 0,6. On veut donc détecter un écart de  $\delta = 0,9/0,6 = 1,5$ .

Il faut donc réaliser deux échantillons de 9 produits pour mettre en évidence un tel écart.

Le tableau T7 dans le chapitre 10 de notre ouvrage donne les tailles d'échantillons nécessaires pour le test z, et ce pour différents niveaux de risque.

### 4.1.5 Les différents tests

Il existe de nombreux tests de comparaison, et nous avons choisi de présenter dans ce chapitre ceux qui sont le plus couramment utilisés dans une démarche Six Sigma.

Nous nous sommes servi pour cette illustration du logiciel Minitab qui permet de réaliser très simplement la plupart des tests présentés dans cet ouvrage.

On peut également pour les réaliser utiliser une feuille de calcul Excel, « Tests statistiques », téléchargeable gratuitement sur le site [www.ogp.univ-savoie.fr](http://www.ogp.univ-savoie.fr).

| <b>Fiche – Test de Dixon</b>   |  |     |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |    |       |   |
|--|--|-----|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|----|-------|---|
| <b>Teste s'il y a une valeur aberrante supérieure ou inférieure</b>  |  |     |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |    |       |   |
| <p><b>Ce que fait le test</b></p> <p>Ce test permet de détecter la présence d'une valeur aberrante dans un échantillon supposé suivre une loi normale. Ce test est réservé aux échantillons de petites tailles.<br/>Pour les échantillons de grande taille, utiliser la méthode des quartiles (Boîte à moustaches) ou le test de Grubb.</p>  |  |     |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |    |       |   |
| <p><b>Comment faire le test ?</b></p> <p>Pour une valeur aberrante côté supérieur</p>  | <p><b>Exemple côté supérieur</b></p> <p>Soit 5 valeurs</p> |     |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |    |       |   |
| <p>1. On range les valeurs dans l'ordre croissant.</p>   | <p>25, 26, 26, 29, 35</p>                                  |     |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |    |       |   |
| <p>2. On calcule la longueur de la maille extrême par rapport à l'étendue de l'échantillon.</p> $D_n = \frac{X_{(n)} - X_{(n-1)}}{X_{(n)} - X_{(1)}}$  | $D_n = \frac{35 - 29}{35 - 25} = 0,6$                      |     |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |    |       |   |
| <p>3. Comparer la valeur de <math>D_n</math> à la valeur limite <math>c</math> donnée dans le tableau ci-dessous</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>N</th> <th>5 %</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>3</td><td>0,941</td></tr> <tr><td>4</td><td>0,765</td></tr> <tr><td>5</td><td>0,642</td></tr> <tr><td>6</td><td>0,560</td></tr> <tr><td>7</td><td>0,507</td></tr> <tr><td>8</td><td>0,468</td></tr> <tr><td>9</td><td>0,437</td></tr> <tr><td>10</td><td>0,412</td></tr> </tbody> </table> <p>Si <math>D_n &gt; c</math>, la valeur maxi est considérée comme aberrante</p> | N  | 5 % | 3 | 0,941 | 4 | 0,765 | 5 | 0,642 | 6 | 0,560 | 7 | 0,507 | 8 | 0,468 | 9 | 0,437 | 10 | 0,412 | <p><math>n = 5 \Rightarrow c = 0,642</math></p> <p><i>Conclusion</i></p> <p><math>D_n &lt; c</math>, la valeur 35 ne peut pas être considérée comme aberrante</p> |
| N  | 5 %  |     |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |    |       |   |
| 3  | 0,941  |     |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |    |       |   |
| 4  | 0,765  |     |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |    |       |   |
| 5  | 0,642  |     |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |    |       |   |
| 6  | 0,560  |     |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |    |       |   |
| 7  | 0,507  |     |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |    |       |   |
| 8  | 0,468  |     |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |    |       |   |
| 9  | 0,437  |     |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |    |       |   |
| 10   | 0,412  |     |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |    |       |   |
| <p><b>Remarque 1</b> : dans ce test, une valeur aberrante peut être masquée par une seconde valeur aberrante.</p>  |  |     |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |   |       |    |       |   |

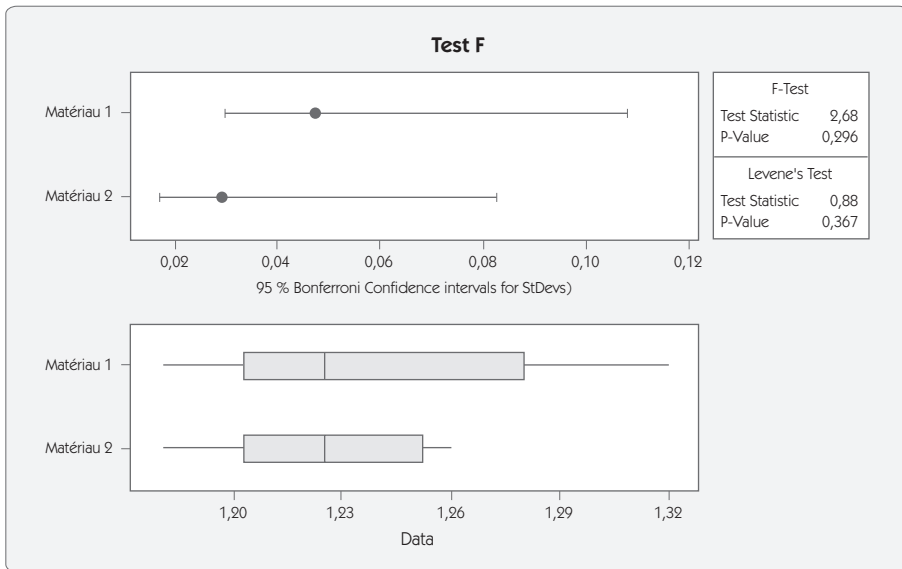
|   |   |
|---|---|
| <p><b>Remarque 2 :</b> pour rechercher une valeur aberrante inférieure, on fait le même test mais en calculant <math>D_n</math> par la relation :</p> $D_n = \frac{X_{(2)} - X_{(1)}}{X_{(n)} - X_{(1)}}$ | <p><b>Exemple côté inférieur</b></p> <p>Soit 7 valeurs<br/>100, 125, 127, 127, 128, 130, 130</p> $D_n = \frac{125 - 100}{130 - 100} = 0,83$ <p><math>n = 7 \Rightarrow c = 0,507</math></p> <p><i>Conclusion</i></p> <p><math>D_n &gt; c</math>, la valeur 100 est considérée comme aberrante</p> |
|---|---|

| <b>Fiche – Test de Grubb</b>   |  |
|--|--|
| <b>Test si'il y a au moins une valeur aberrante</b>  |  |
| <p><b>Ce que fait le test</b></p> <p>Ce test permet de détecter la présence d'une valeur aberrante dans un échantillon supposé suivre une loi normale.</p>   |  |
| <p><b>Comment faire le test ?</b></p>  | <p><b>Exemple</b></p> <p>Soit 5 valeurs 25, 26, 26, 29, 35</p>   |
| <p>1. Calculer la moyenne et l'écart type de l'échantillon.</p>  | <p><math>\bar{X} = 28,2</math><br/><math>S = 4,087</math></p>  |
| <p>2. Calculer la statistique.</p> $G = \frac{\text{Max}( X_i - \bar{X} )}{S}$   | <p><math>G = \frac{35 - 28,2}{4,087} = 1,66</math></p>   |
| <p>3. Calculer <math>G_{Limite}</math> pour un risque <math>\alpha = 0,05</math></p> $G_{Limite} = \frac{(N-1)}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{t_{(\alpha/N, N-2)}}{N-2 + t_{(\alpha/N, N-2)}^2}}$  | <p><math>t_{(0,05/5,3)} = 5,84</math></p> $G_{Limite} = \frac{(4)}{\sqrt{5}} \sqrt{\frac{34,12}{5-2 + 34,12}} = 1,715$ |
| <p>4. Comparer <math>G</math> à <math>G_{Limite}</math></p> <p>Si <math>G &gt; G_{Limite}</math> le point est aberrant, on le retire de l'échantillon et on recommence la procédure</p> <p>Si <math>G &lt; G_{Limite}</math> le point n'est pas aberrant</p> | <p><i>Conclusion</i></p> <p><math>1,66 &lt; 1,715</math>, la valeur 35 ne peut pas être considérée comme aberrante</p> |

| <b>Fiche – Test <math>\chi^2</math></b>   |  |
|---|--|
| <b>Comparaison d'une variance à une valeur théorique <math>\sigma</math></b>  |  |
| <b>Ce que fait le test</b>  |  |
| Étant donné un échantillon de taille $n$ , dont les valeurs observées ont pour variance $S^2$ . Peut-il être considéré comme représentatif de la population totale de variance $\sigma^2$ ?   |  |
| <b>Comment faire le test ?</b>  | <b>Exemple</b>   |
|   | Le ressort que je produis a une force moyenne $\mu = 1,2 N$ et un écart type $\sigma = 0,1 N$ . Ces valeurs ont été calculées sur 150 données, on suppose donc $\sigma$ et $\mu$ connus. On conçoit un nouveau ressort afin de diminuer la dispersion sur la force.<br>Les 8 prototypes du nouveau ressort donnent : |
|   | 1,32 1,22 1,18 1,29 1,21 1,23 1,25 1,20  |
| 1. À partir des valeurs relevées, calculer l'écart type S.  | $\bar{X} = 1,23$<br>$S = 0,047$  |
| 2. Vérifier l'hypothèse sigma connu en calculant l'intervalle bilatéral à 5 % devant contenir S.<br><br>$\sigma \sqrt{\frac{\chi^2_{(\alpha/2)}}{(n-1)}} < S < \sigma \sqrt{\frac{\chi^2_{(1-\alpha/2)}}{(n-1)}}$ Le $\chi^2$ est pris pour $n-1$ ddl et pour les risques 0,975 et 0,025. | $0,1 \sqrt{\frac{1,69}{7}} < S < 0,1 \sqrt{\frac{16}{7}}$<br>soit $0,049 < S < 0,15$   |
| 3. Conclure.<br>Si S est dans l'intervalle, on conclut que l'écart n'est pas significatif.<br>Si S est hors de l'intervalle on conclut que l'écart est significatif.  | S étant hors de l'intervalle, on refuse l'hypothèse $\sigma$ connu.<br>On conclut que le nouveau ressort est significativement plus « régulier » que le ressort précédent.   |
| 4. En cas de doute sur le résultat (risque $\beta$ ), augmenter la taille de l'échantillon et recommencer la procédure.   |  |

| <b>Fiche – Test F</b><br><b>Comparaison de deux variances</b>  |  |
|--|--|
| <b>Ce que fait le test</b><br>Permet de comparer deux écarts types (ou deux variances) afin de conclure s'il y a un écart significatif entre les deux. |  |
| <b>Comment faire le test ?</b>   | <b>Exemple</b><br>On conçoit un nouveau ressort afin de diminuer la dispersion sur la force. On hésite entre deux matériaux. Pour valider, on fait deux échantillons avec ces deux matériaux.<br>Le premier matériau donne :<br>1,32 1,22 1,18 1,29 1,21 1,23 1,25 1,20<br>Le second matériau donne :<br>1,25 1,23 1,26 1,18 1,22 1,21 |
| 1. À partir des valeurs relevées, calculer les écarts types.   | $S_1 = 0,047 ; S_2 = 0,029$  |
| 2. On nomme $S_1$ l'écart type maxi et $S_2$ l'écart type mini.  |  |
| 3. Faire le ratio $F$ entre la variance la plus élevée et la variance la plus faible.<br><br>$F = \frac{S_{Max}^2}{S_{Min}^2}$                         | $F = \frac{0,047^2}{0,029^2} = 2,67$   |
| 4. Rechercher dans la table de Snedecor à 0,05 la valeur $F_{limite}$ pour $(n_1 - 1)$ ddl au numérateur et $(n_2 - 1)$ ddl au dénominateur.           | Colonne 7 ligne 5<br>$F_{limite} = 4,88$   |
| 5. Conclure. Si $F > F_{limite}$ , on conclut que l'écart est significatif. Sinon, l'écart n'est pas significatif.                                     | $2,67 < 4,88$<br>On conclut que l'écart n'est pas significatif.  |
| 6. En cas de doute sur le résultat (risque $\beta$ ), augmenter la taille de l'échantillon et recommencer la procédure.                                |  |

Figure 5.31 – Traitement par logiciel d'analyse statistique



F-Test (normal distribution)

Test statistic = 2,68; p-value = 0,296



## Interprétation

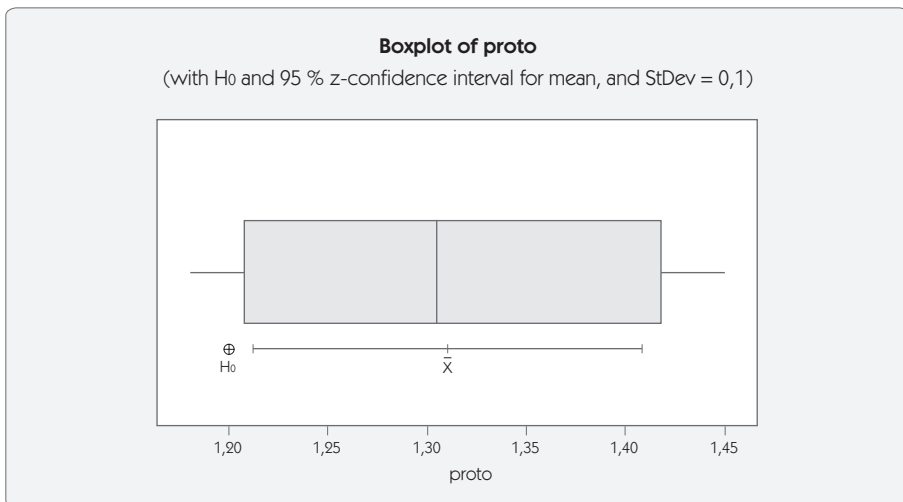
La valeur p-value (risque alpha) étant supérieure à 5 %, on accepte l'hypothèse  $H_0$ . Il n'y a pas d'écart significatif.

| <b>Fiche – Test z théorique</b>   |  |
|---|--|
| <b>Comparaison d'une moyenne à une valeur théorique (<math>\sigma</math> connu)</b>   |  |
| <b>Ce que fait le test</b>  |  |
| Étant donné un échantillon de taille $n$ , dont les valeurs observées ont pour moyenne $\bar{X}$ . Peut-il être considéré comme représentatif de la population totale de moyenne $\mu$ et d'écart type $\sigma$ ? |  |
| <b>Domaine d'application</b>  | <b>Exemple</b>   |
| Les moyennes doivent suivre une loi normale. Cette condition est robuste sur la répartition des valeurs individuelles.  | Le ressort que je produis a une force moyenne $\mu = 1,2 N$ et un écart type $\sigma = 0,1 N$ . Ces valeurs ont été calculées sur 150 données, on suppose donc $\sigma$ et $\mu$ connus. On conçoit un nouveau ressort afin d'augmenter cette force. |
| <b>Comment faire le test ?</b>  | Les 4 prototypes du nouveau ressort donnent : 1,32 1,45 1,18 1,29.   |
| 1. À partir des valeurs relevées, calculer la moyenne $\bar{X}$ et l'écart type $S$ .   | $\bar{X} = 1,31$<br>$S = 0,111$  |
| 2. Vérifier l'hypothèse sigma connu en calculant l'intervalle bilatéral à 5 % devant contenir $S$   |  |
| $\sigma \sqrt{\frac{\chi^2_{(\alpha/2)}}{(n-1)}} < S < \sigma \sqrt{\frac{\chi^2_{(1-\alpha/2)}}{(n-1)}}$   | $0,1 \sqrt{\frac{0,216}{3}} < S < 0,1 \sqrt{\frac{9,35}{3}}$   |
| Si ce n'est pas le cas, passer au test t théorique.   | soit $0,027 < S < 0,18$<br>$S$ étant dans l'intervalle, on accepte l'hypothèse $\sigma$ connu.   |
| 3. Calculer la variable réduite $z_0$   |  |
| $z_0 = \frac{ \bar{X} - \mu }{\sigma / \sqrt{n}}$   | $z_0 = \frac{ 1,31 - 1,2 }{0,1 / \sqrt{4}} = 2,2$  |
| 4. Chercher dans la table de Gauss la valeur $z_{lim}$ pour le risque choisi (5 % en bilatéral, soit 2,5 % de chaque côté).   | $z_{lim} = 1,96$   |



|   |  |
|---|--|
| <p>5. Conclure.</p> <p>Si <math>z_0 &gt; z_{lim}</math>, on conclut que l'écart est significatif.</p> <p>Si <math>z_0 \leq z_{lim}</math>, on conclut que l'écart n'est pas significatif.</p> | <p>2,2 étant supérieur à 1,96, on conclut que le nouveau ressort est significativement plus puissant que le ressort précédent.</p> |
| <p>6. En cas de doute sur le résultat (risque <math>\beta</math>), augmenter la taille de l'échantillon.</p>  |  |

**Figure 5.32 – Traitement par logiciel d'analyse statistique**



Test of  $\mu = 1,2$  vs not = 1,2

The assumed standard deviation = 0,1

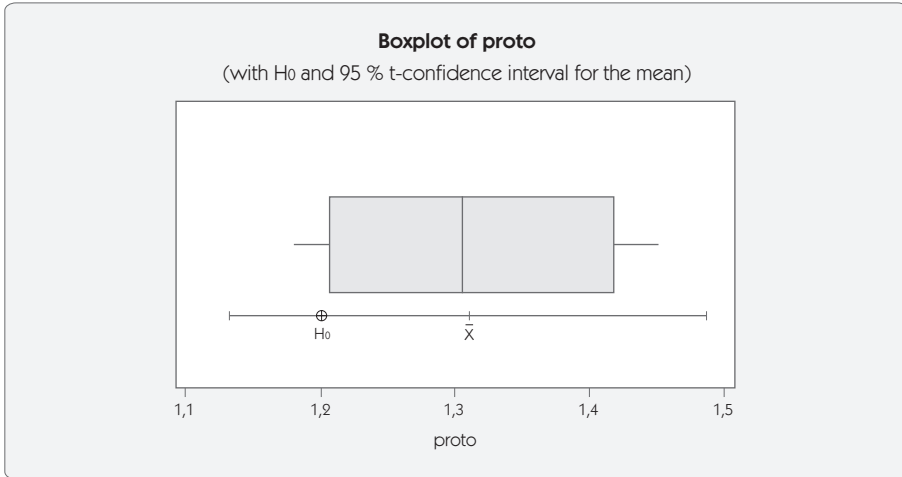
| Variable | N | Mean | StDev | SE Mean | 95% CI         | Z    | P     |
|----------|---|------|-------|---------|----------------|------|-------|
| proto    | 4 | 1,31 | 0,111 | 0,05    | (1,212; 1,408) | 2,20 | 0,028 |

## Interprétation

La valeur p-value (risque alpha) étant inférieure à 5 % on refuse l'hypothèse  $H_0$ . Il y a un écart significatif. Graphiquement, l'hypothèse  $H_0$  est en dehors de l'intervalle de confiance sur la moyenne, l'écart est donc significatif.

| <b>Fiche – Test t théorique</b>  |   |
|--|---|
| <b>Comparaison d'une moyenne à une valeur théorique (<math>\sigma</math> inconnu)</b>  |   |
| <b>Ce que fait le test</b>   |   |
| Étant donné un échantillon de taille $n$ , dont les valeurs observées ont pour moyenne $\bar{X}$ et un écart type estimé $S$ . Peut-il être considéré comme représentatif de la population totale de moyenne $\mu$ ? |   |
| <b>Domaine d'application</b>   | <b>Exemple</b>  |
| Les moyennes doivent suivre une loi normale. Cette condition est robuste sur la répartition des valeurs individuelles.   | Je veux produire des ressorts dont la force moyenne doit être supérieure à la valeur théorique $\mu = 1,2$ N. Les prototypes du nouveau ressort donnent : 1,32 1,45 1,18 1,29 |
| <b>Comment faire le test ?</b>   |   |
| 1. À partir des valeurs relevées, calculer la moyenne et l'écart type $S$ .<br>On suppose que l'écart type $\sigma$ est estimé par $S$ . On utilise alors la loi de Student.   | $\bar{X} = 1,31$<br>$S = 0,111$   |
| 2. Calculer la variable réduite $t_0$  |   |
| $t_0 = \frac{ \bar{X} - \mu }{S/\sqrt{n}}$   | $t_0 = \frac{ 1,31 - 1,2 }{0,111/\sqrt{4}} = 1,98$  |
| 3. Chercher dans la table de Student la valeur $t_{lim}$ pour le risque choisi (5 % en bilatéral, soit 2,5 % de chaque côté) et le nombre de ddl ( $n-1$ ).  | $t_{lim} = 3,182$<br>risque bilatéral, $\nu = 4-1 = 3$  |
| 4. Conclure.<br>Si $t_0 > t_{lim}$ , on conclut que l'écart est significatif.<br>Si $t_0 \leq t_{lim}$ , on conclut que l'écart n'est pas significatif.  | 1,98 étant inférieur à 3,182, on conclut que le nouveau ressort n'est pas significativement supérieur à 1,2 N.  |
| 5. En cas de doute sur le résultat (risque $\beta$ ), augmenter la taille de l'échantillon et recommencer la procédure.  | Si on veut améliorer le test, il faut refaire des prototypes afin d'augmenter la taille de l'échantillon.   |

Figure 5.33 – Traitement par logiciel d'analyse statistique



Test of  $\mu = 1,2$  vs not = 1,2

| Variable | N | Mean | StDev | SE Mean | 95% CI          | T    | P     |
|----------|---|------|-------|---------|-----------------|------|-------|
| proto    | 4 | 1,31 | 0,111 | 0,05553 | (1,1333; 1,487) | 1,98 | 0,142 |

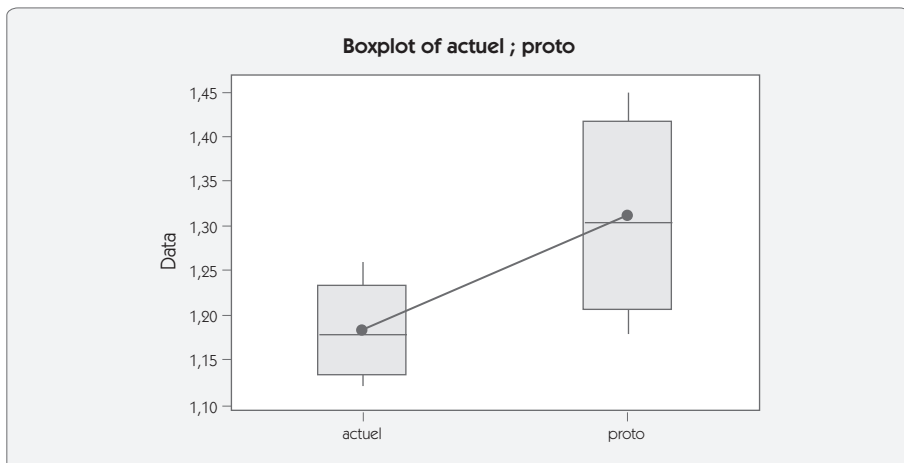
## Interprétation

La valeur p-value (risque alpha) étant supérieure à 5 %, on accepte l'hypothèse  $H_0$ . Il n'y a pas d'écart significatif. Graphiquement, l'hypothèse  $H_0$  est dans l'intervalle de confiance sur la moyenne, l'écart n'est donc pas significatif.

| <b>Fiche – Test z</b>   |  |
|---|--|
| <b>Comparaison de deux moyennes (<math>\sigma</math> connu)</b>   |  |
| <b>Ce que fait le test</b>  |  |
| Étant donné deux échantillons de taille $n_1$ et $n_2$ , dont les valeurs observées ont pour moyenne $\bar{X}_1$ et $\bar{X}_2$ . On considère connus les écarts types $\sigma_1$ et $\sigma_2$ . Peut-on conclure que la différence entre $\bar{X}_1$ et $\bar{X}_2$ est significative ?   |  |
| <b>Domaine d'application</b><br>Les moyennes doivent suivre une loi normale. Cette condition est robuste sur la répartition des valeurs individuelles.<br><br><b>Comment faire le test ?</b>  | <b>Exemple</b><br>Le ressort que je produis a une force moyenne $\mu = 1,2$ N et un écart type $\sigma = 0,1$ N. Ces valeurs ont été calculées sur 150 données, on suppose donc $\sigma$ et $\mu$ connus. On conçoit un nouveau ressort afin d'augmenter cette force. On teste en parallèle la solution actuelle et la solution innovante.<br><br>Les 5 ressorts actuels en test donnent :<br>1,21 ; 1,26 ; 1,15 ; 1,12 ; 1,18<br><br>Les 4 prototypes du nouveau ressort donnent :<br>1,32 ; 1,45 ; 1,18 ; 1,29 |
| 1. À partir des valeurs relevées, calculer les moyennes $\bar{X}_1$ , $\bar{X}_2$ et les écarts types $S_1$ et $S_2$ .  | $\bar{X}_1 = 1,18$ ; $\bar{X}_2 = 1,31$<br>$S_1 = 0,054$ ; $S_2 = 0,111$   |
| 2. Vérifier l'hypothèse sigma connu en calculant l'intervalle bilatéral à 5 % devant contenir $S$ pour les deux écarts types.<br><br>$\sigma \sqrt{\frac{\chi^2_{(\alpha/2)}}{(n-1)}} < S < \sigma \sqrt{\frac{\chi^2_{(1-\alpha/2)}}{(n-1)}}$<br>Si ce n'est pas le cas, passer au test t. | $0,035 < S_1 < 0,17$<br>$0,027 < S_2 < 0,18$<br>$S_1$ et $S_2$ étant dans l'intervalle, on accepte l'hypothèse $\sigma$ connu = 0,1 N.   |
| 3. Calculer la distance entre les deux moyennes<br><br>$d =  \bar{X}_1 - \bar{X}_2 $  | $d = 1,31 - 1,18 = 0,13$   |

|  |   |
|--|---|
| <p>4. Calculer l'écart type de la distance</p> $\sigma_d = \sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{\sqrt{n_1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{\sqrt{n_2}}\right)^2}$   | $\sigma_d = \sqrt{\left(\frac{0,1}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{\sqrt{4}}\right)^2} = 0,07$  |
| <p>5. Calculer la variable <math>z_0</math></p> $z_0 = \frac{d}{\sigma_d}$   | $z_0 = \frac{0,13}{0,07} = 1,88$  |
| <p>6. Chercher dans la table de Gauss la valeur <math>z_{lim}</math> pour le risque choisi (5 % en bilatéral, soit 2,5 % de chaque côté).</p>  | $z_{lim} = 1,96$  |
| <p>7. Conclure.</p> <p>Si <math>z_0 &gt; z_{lim}</math>, on conclut que l'écart est significatif.</p> <p>Si <math>z_0 \leq z_{lim}</math>, on conclut que l'écart n'est pas significatif.</p> <p>8. En cas de doute sur le résultat (risque <math>\beta</math>), augmenter la taille de l'échantillon et recommencer la procédure.</p> | <p>1,88 étant inférieur à 1,9, on conclut que le nouveau ressort n'est pas significativement plus puissant que le ressort précédent.</p> <p>Pour diminuer le doute, il faut augmenter la taille de l'échantillon.</p> |

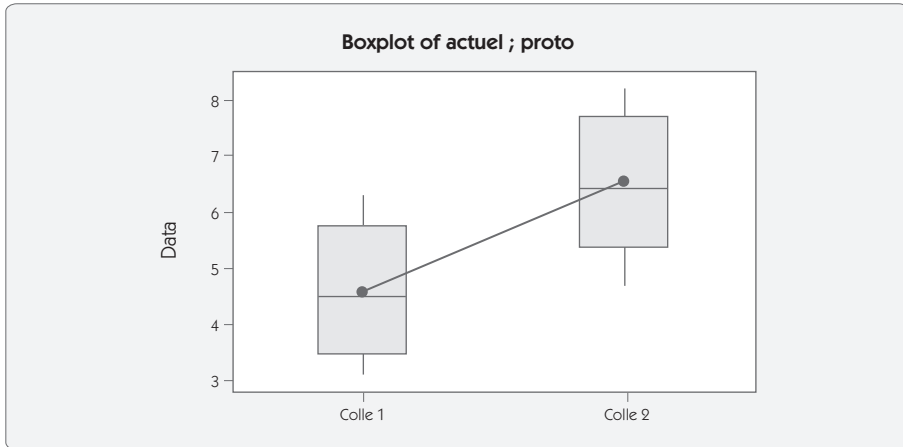
Figure 5.34 – Boîte à moustache du problème



| <b>Fiche – Test t</b>   |   |
|---|---|
| <b>Comparaison de deux moyennes (<math>\sigma</math> inconnu)</b>   |   |
| <p><b>Ce que fait le test</b></p> <p>Étant donné deux échantillons de taille <math>n_1</math> et <math>n_2</math>, dont les valeurs observées ont pour moyenne <math>\bar{X}_1</math> et <math>\bar{X}_2</math> et pour écarts types <math>S_1</math> et <math>S_2</math>. Peut-on conclure que la différence entre <math>\bar{X}_1</math> et <math>\bar{X}_2</math> est significative ?</p> <p><b>Attention</b> : si les deux échantillons peuvent être appariés, c'est-à-dire que chaque valeur d'un échantillon peut être mise en regard d'une valeur d'un second échantillon par un caractère commun, il faut utiliser le test t apparié.</p> |   |
| <p><b>Domaine d'application</b></p> <p>Les moyennes doivent suivre une loi normale. Cette condition est robuste sur la répartition des valeurs individuelles.</p> <p><b>Comment faire le test ?</b></p>   | <p><b>Exemple</b></p> <p>Dans la conception d'un assemblage collé, on veut tester deux types de colles différentes pour augmenter la force à l'arrachement.</p> <p>La colle 1 a donné :<br/>3,1 ; 5,2 ; 3,8 ; 6,3 ; 4,5</p> <p>La colle 2 a donné :<br/>4,7 ; 8,2 ; 5,6 ; 6,3 ; 7,5 ; 6,5</p> |
| <p>1. À partir des valeurs relevées, calculer les moyennes <math>\bar{X}_1</math>, <math>\bar{X}_2</math> et les écarts types <math>S_1</math> et <math>S_2</math>.</p>   | <p><math>\bar{X}_1 = 4,58</math> ; <math>\bar{X}_2 = 6,47</math><br/><math>S_1 = 1,24</math> ; <math>S_2 = 1,26</math></p>  |
| <p>2. Vérifier l'homogénéité des deux variances par le test F.</p> <p><math>F = \frac{S_{Max}^2}{S_{Min}^2}</math> à comparer à <math>F_{théor}</math> pour <math>v_1</math> et <math>v_2</math> ddl</p>  | <p><math>F = \frac{1,26^2}{1,24^2} = 1,04</math> ; <math>F_{théor} = 6,26</math><br/><math>F &lt; F_{théor}</math><br/>on accepte l'homogénéité des variances.</p>  |
| <p>3. En cas d'homogénéité des variances, calculer la variance intra-série</p> $S^2 = \frac{v_1 S_1^2 + v_2 S_2^2}{v_1 + v_2}$  | <p><math>S^2 = \frac{(4 \times 1,24^2) + (5 \times 1,26^2)}{4 + 5} = 1,57</math><br/><math>S = \sqrt{1,57} = 1,25</math></p>  |
| <p>4. Calculer la distance entre les deux moyennes</p> $d =  \bar{X}_1 - \bar{X}_2 $  | <p><math>d = 6,47 - 4,58 = 1,89</math></p>  |

|  |  |
|--|--|
| <p>5. Calculer l'écart type de la distance</p> $\sigma_d = \sqrt{\left(\frac{S}{\sqrt{n_1}}\right)^2 + \left(\frac{S}{\sqrt{n_2}}\right)^2} = S \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}$  | $\sigma_d = 1,25 \sqrt{\frac{5+6}{30}} = 0,76$   |
| <p>6. Calculer la variable <math>t_0</math></p> $t_0 = \frac{d}{\sigma_d}$   | $t_0 = \frac{1,89}{0,76} = 2,49$   |
| <p>7. Chercher dans la table de Student la valeur <math>t_{lim}</math> pour le risque choisi (5 % en bilatéral, soit 2,5 % de chaque côté) et le nombre de ddl (<math>n_1 + n_2 - 2</math>).</p>   | $t_{lim} = 2,26$   |
| <p>8. Conclure.</p> <p>Si <math>t_0 &gt; t_{lim}</math>, on conclut que l'écart est significatif.</p> <p>Si <math>t_0 \leq t_{lim}</math>, on conclut que l'écart n'est pas significatif.</p> <p>9. En cas de doute sur le résultat (risque <math>\beta</math>), augmenter la taille de l'échantillon et recommencer la procédure.</p> | <p>2,49 est supérieur à 2,26</p> <p>On conclut que la colle 2 est significativement plus résistante (au risque de 2,5 %) que la colle 1.</p> |

Figure 5.35 – Traitement par logiciel d'analyse statistique



|         | N | Mean | StDev | SE Mean |
|---------|---|------|-------|---------|
| Colle 1 | 5 | 4,58 | 1,24  | 0,55    |
| Colle 2 | 6 | 6,47 | 1,26  | 0,52    |

Difference = mu (Colle 1) - mu (Colle 2)  
 Estimate for difference: -1,88667  
 95% CI for difference: (-3,60250; -0,17083)  
 T-Test of difference = 0 (vs not =): T-Value = -2,49 P-Value = 0,035 DF = 9



## Interprétation

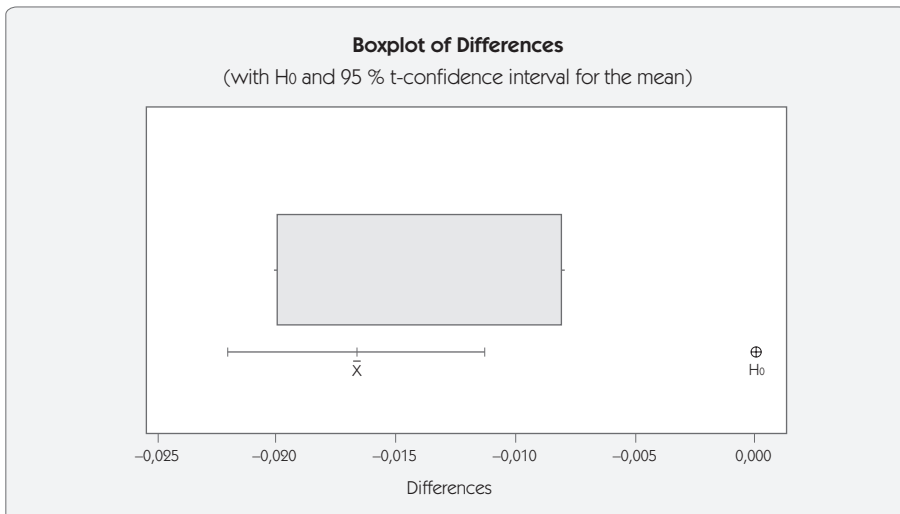
La valeur p-value (risque alpha) étant inférieure à 5 %, on refuse l'hypothèse  $H_0$ . Il y a un écart significatif.



| <b>Fiche – Test t apparié</b>   |  |        |        |        |        |    |    |        |        |        |        |        |        |    |    |    |    |    |    |      |      |      |      |      |      |
|---|--|--------|--------|--------|--------|----|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----|----|----|----|----|----|------|------|------|------|------|------|
| <b>Comparaison de deux moyennes – Cas des échantillons appariés</b>   |  |        |        |        |        |    |    |        |        |        |        |        |        |    |    |    |    |    |    |      |      |      |      |      |      |
| <b>Ce que fait le test</b>  |  |        |        |        |        |    |    |        |        |        |        |        |        |    |    |    |    |    |    |      |      |      |      |      |      |
| Il permet de comparer la moyenne de deux échantillons en tenant compte de l'appariage existant entre les deux.  |  |        |        |        |        |    |    |        |        |        |        |        |        |    |    |    |    |    |    |      |      |      |      |      |      |
| <b>Échantillons appariés</b> : c'est le cas des échantillons dans lesquels chaque individu du premier échantillon a un point commun avec un individu du second échantillon. |  |        |        |        |        |    |    |        |        |        |        |        |        |    |    |    |    |    |    |      |      |      |      |      |      |
| <b>Comment faire le test ?</b>  | <b>Exemple</b>   |        |        |        |        |    |    |        |        |        |        |        |        |    |    |    |    |    |    |      |      |      |      |      |      |
|   | <p>Une machine de production (presse à injecter) possède six empreintes dans le moule. Pour comparer l'effet de la pression d'injection, on réalise un premier cycle avec 250 bars.</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>E1</td><td>E2</td><td>E3</td><td>E4</td><td>E5</td><td>E6</td> </tr> <tr> <td>1,02</td><td>1,05</td><td>1,03</td><td>1,07</td><td>1,08</td><td>1,01</td> </tr> </table> <p>et un second cycle avec 280 bars</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>E1</td><td>E2</td><td>E3</td><td>E4</td><td>E5</td><td>E6</td> </tr> <tr> <td>1,03</td><td>1,07</td><td>1,05</td><td>1,09</td><td>1,09</td><td>1,03</td> </tr> </table> <p>Peut-on conclure à une influence significative de la pression ?</p> <p>Les deux échantillons sont couplés par le numéro de l'empreinte.</p> | E1     | E2     | E3     | E4     | E5 | E6 | 1,02   | 1,05   | 1,03   | 1,07   | 1,08   | 1,01   | E1 | E2 | E3 | E4 | E5 | E6 | 1,03 | 1,07 | 1,05 | 1,09 | 1,09 | 1,03 |
| E1  | E2   | E3     | E4     | E5     | E6     |    |    |        |        |        |        |        |        |    |    |    |    |    |    |      |      |      |      |      |      |
| 1,02  | 1,05   | 1,03   | 1,07   | 1,08   | 1,01   |    |    |        |        |        |        |        |        |    |    |    |    |    |    |      |      |      |      |      |      |
| E1  | E2   | E3     | E4     | E5     | E6     |    |    |        |        |        |        |        |        |    |    |    |    |    |    |      |      |      |      |      |      |
| 1,03  | 1,07   | 1,05   | 1,09   | 1,09   | 1,03   |    |    |        |        |        |        |        |        |    |    |    |    |    |    |      |      |      |      |      |      |
| 1. On calcule pour chaque couple de points la différence.   | <p>Tableau des différences</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>E1</td><td>E2</td><td>E3</td><td>E4</td><td>E5</td><td>E6</td> </tr> <tr> <td>- 0,01</td><td>- 0,02</td><td>- 0,02</td><td>- 0,02</td><td>- 0,01</td><td>- 0,02</td> </tr> </table>   | E1     | E2     | E3     | E4     | E5 | E6 | - 0,01 | - 0,02 | - 0,02 | - 0,02 | - 0,01 | - 0,02 |    |    |    |    |    |    |      |      |      |      |      |      |
| E1  | E2   | E3     | E4     | E5     | E6     |    |    |        |        |        |        |        |        |    |    |    |    |    |    |      |      |      |      |      |      |
| - 0,01  | - 0,02   | - 0,02 | - 0,02 | - 0,01 | - 0,02 |    |    |        |        |        |        |        |        |    |    |    |    |    |    |      |      |      |      |      |      |
| 2. On calcule la moyenne et l'écart type du tableau des différences.<br>On vérifie que $d$ est significativement différent de zéro en réalisant le test $t_{théorique}$     | $\bar{X}_d = - 0,0167$ $S_d = 0,00516$   |        |        |        |        |    |    |        |        |        |        |        |        |    |    |    |    |    |    |      |      |      |      |      |      |
| 3. Calculer la variable réduite $t_o$   | $t_o = \frac{0,0167}{0,00516/\sqrt{6}} = 7,91$   |        |        |        |        |    |    |        |        |        |        |        |        |    |    |    |    |    |    |      |      |      |      |      |      |
| $t_o = \frac{ \bar{X}_d }{S_d/\sqrt{n}}$  |  |        |        |        |        |    |    |        |        |        |        |        |        |    |    |    |    |    |    |      |      |      |      |      |      |

|   |   |
|---|---|
| 4. Chercher dans la table de Student la valeur $t_{lim}$ pour le risque choisi (5 % en bilatéral, soit 2,5 % de chaque côté) et le nombre de ddl ( $n-1$ ). | $t_{limite} = 2,57$                                       |
| 5. Conclure.<br>Si $t_0 > t_{lim}$ , on conclut que l'écart est significatif.<br>Si $t_0 \leq t_{lim}$ , on conclut que l'écart n'est pas significatif.     | $7,91 > 2,57$<br>On conclut que l'écart est significatif. |
| 6. En cas de doute sur le résultat (risque $\beta$ ), augmenter la taille de l'échantillon et recommencer la procédure.                                     |   |

Figure 5.36 – Traitement par logiciel d'analyse statistique



Paired T for 250B - 280B

|            | N | Mean      | StDev    | SE Mean  |
|------------|---|-----------|----------|----------|
| 250B       | 6 | 1,04333   | 0,02805  | 0,01145  |
| 280B       | 6 | 1,06000   | 0,02757  | 0,01125  |
| Différence | 6 | -0,016667 | 0,005164 | 0,002108 |

95% CI for mean difference: (-0,022086; -0,011247)

T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = -7,91

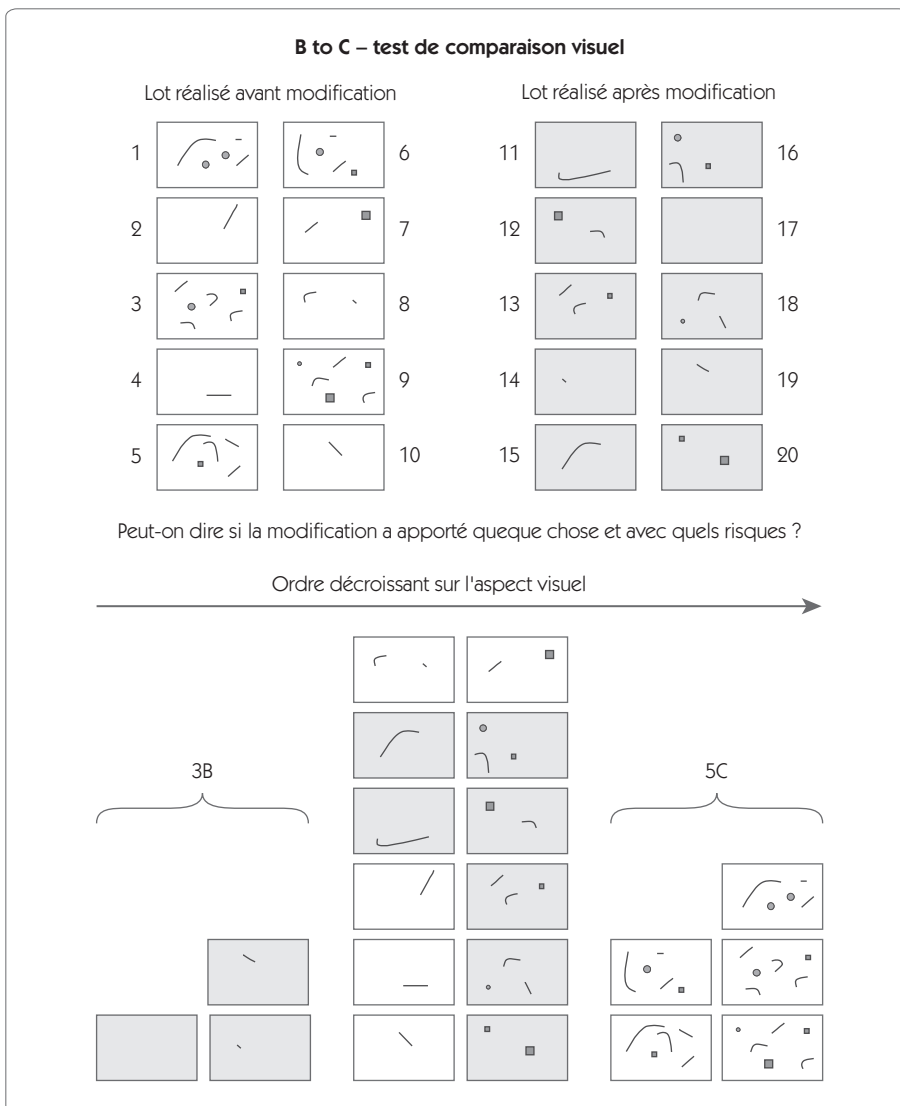
P-Value = 0,001

## Interprétation

La valeur p-value (risque alpha) étant inférieure à 5 %, on refuse l'hypothèse  $H_0$ . Il y a un écart significatif.

| <b>Fiche – Test B to C</b>  |   |
|---|---|
| <b>Comparaison de deux moyennes</b>   |   |
| <b>Ce que fait le test</b>  |   |
| Il permet de comparer la moyenne de deux échantillons même lorsque la distribution ne suit pas une loi connue (loi normale, par exemple). Il peut être utilisé pour faire une comparaison sur des critères d'aspect (figure 5. 37). |   |
| <b>Comment faire le test ?</b>  | <b>Exemple</b>  |
|   | On veut régler une tension électrique sur un produit. Deux réglages sont possibles et on les effectue sur deux lots de produits. Peut-on conclure à un écart significatif ?<br><br>Réglage1 125,6 123,5 128,2 125,0 127,9 126,5<br>Réglage2 128,1 126,7 130,4 128,6 127,6 134,4 |
| 1. Ranger les essais dans l'ordre croissant des résultats.  | <div style="text-align: center;"> <math display="block">\underbrace{\hspace{10em}}_4</math> Réglage1 <b>123,5 125,0 125,6 126,5</b> 127,9 128,2<br/> Réglage2 126,7 127,6 128,1 <b>128,6 130,4 134,4</b> <math display="block">\underbrace{\hspace{10em}}_3</math> </div>       |
| 2. Compter le nombre de produits en fin sans recouvrement.  | Ici, le nombre de produits en fin<br>= 4 + 3 = 7.   |
| 3. Conclure en utilisant la règle suivante (risque $\beta = 10\%$ ) dans le cas où le nombre de B est égal au nombre de C, ou $nB/nC$ ne dépasse pas 0,75.<br><br>Risque $\alpha$ produits en fin                                   | L'écart est significatif avec un risque $\alpha$ de 5 %.  |
| 0,1                      6  |   |
| 0,05                    7   |   |
| 0,01                    10  |   |
| 0,001                   17  |   |

Figure 5.37 – Utilisation du test B to C pour le contrôle d’aspect



Après classement dans l’ordre décroissant de qualité d’aspect, on note que les 3 meilleures réalisations l’ont été après modification et les 5 plus mauvaises avant modification. Le nombre de bouts ( $3 + 5 = 8$ ) est supérieur à 7, l’écart est donc significatif.

| <b>Fiche – Test de Hartley</b>  |  |       |      |      |      |      |     |     |                |      |       |      |      |      |      |
|---|--|-------|------|------|------|------|-----|-----|----------------|------|-------|------|------|------|------|
| <b>Comparaisons de plus de deux variances</b>   |  |       |      |      |      |      |     |     |                |      |       |      |      |      |      |
| <b>Ce que fait le test</b>  |  |       |      |      |      |      |     |     |                |      |       |      |      |      |      |
| Le test de Hartley consiste à comparer plusieurs variances $S_1^2, S_2^2, \dots, S_k^2$ , toutes établies avec le même nombre $\nu$ de degré de liberté. Ce test permet de tester l'égalité de $k(k < 13)$ variances. |  |       |      |      |      |      |     |     |                |      |       |      |      |      |      |
| <b>Domaine d'application</b>  | <b>Exemple</b>   |       |      |      |      |      |     |     |                |      |       |      |      |      |      |
| Les échantillons sont tirés d'une population normale.<br>Les échantillons ont une taille identique.   | On a tiré 6 échantillons de taille $n = 4$ et on souhaite calculer un estimateur de l'écart type à partir de l'ensemble des écarts types de ces échantillons.<br>On trouve   |       |      |      |      |      |     |     |                |      |       |      |      |      |      |
| <b>Comment faire le test ?</b>  | <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">S</td> <td>2,5</td> <td>3,2</td> <td>1,9</td> <td>2,8</td> <td>2,5</td> <td>1,7</td> </tr> <tr> <td>S<sup>2</sup></td> <td>6,25</td> <td>10,24</td> <td>3,61</td> <td>7,84</td> <td>6,25</td> <td>2,89</td> </tr> </table> | S     | 2,5  | 3,2  | 1,9  | 2,8  | 2,5 | 1,7 | S <sup>2</sup> | 6,25 | 10,24 | 3,61 | 7,84 | 6,25 | 2,89 |
| S   | 2,5  | 3,2   | 1,9  | 2,8  | 2,5  | 1,7  |     |     |                |      |       |      |      |      |      |
| S <sup>2</sup>  | 6,25   | 10,24 | 3,61 | 7,84 | 6,25 | 2,89 |     |     |                |      |       |      |      |      |      |
| 1. Identifier $S_{max}^2$ et $S_{min}^2$ qui sont respectivement la plus forte et la plus faible des estimations des $k$ variances.   | $S_{max}^2 = 10,24 ; S_{min}^2 = 2,89$   |       |      |      |      |      |     |     |                |      |       |      |      |      |      |
| 2. Former le rapport $r$ tel que  |  |       |      |      |      |      |     |     |                |      |       |      |      |      |      |
| $r = \frac{S_{Max}^2}{S_{Min}^2}$   | $r = \frac{S_{Max}^2}{S_{Min}^2} = \frac{10,24}{2,89} = 3,54$  |       |      |      |      |      |     |     |                |      |       |      |      |      |      |
| 3. Comparer ce rapport à la valeur dans la table de Hartley pour $k, \nu$ et $\alpha$ .   | $r_{limite} = 62$  |       |      |      |      |      |     |     |                |      |       |      |      |      |      |
| 4. Si $r < r_{table}$ on accepte l'hypothèse d'homogénéité et on peut calculer un estimateur plus précis à partir de :  | $r < r_{limite}$ on accepte l'hypothèse d'homogénéité.   |       |      |      |      |      |     |     |                |      |       |      |      |      |      |
| $S = \sqrt{\frac{\nu_1 S_1^2 + \nu_2 S_2^2 + \dots + \nu_k S_k^2}{\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_k}}$  |  |       |      |      |      |      |     |     |                |      |       |      |      |      |      |
| Comme $\nu_1 = \nu_2 = \nu_k$ on peut simplifier l'expression précédente qui devient :  | On peut calculer   |       |      |      |      |      |     |     |                |      |       |      |      |      |      |
| $S = \sqrt{\frac{S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_k^2}{k}}$  | $S = \sqrt{\frac{6,25 + 10,24 + \dots + 2,89}{6}} = 2,49$  |       |      |      |      |      |     |     |                |      |       |      |      |      |      |

| <b>Fiche – Test Hypergéométrique</b><br><b>Comparaisons de deux fréquences</b>   |  |
|--|--|
| <b>Ce que fait le test</b><br>Le test hypergéométrique consiste à comparer deux fréquences d'apparition d'un phénomène afin de déterminer si la différence est significative ou non.   |  |
| <b>Domaine d'application</b><br>L'utilisation de cette loi n'entraîne aucune restriction sur les valeurs des effectifs $n_1$ et $n_2$ des deux échantillons ni sur les fréquences observées (sur les nombres d'individus $x_1$ et $x_2$ ayant le caractère A).<br><b>Comment faire le test ?</b> | <b>Exemple</b><br>Deux machines sont mises en concurrence pour réaliser un échantillon de 25 pièces pour la première machine et de 30 pièces pour la seconde. La première machine a donné 1 pièce défectueuse, alors que la seconde a donné 3 pièces défectueuses. Peut-on pour autant conclure que la première machine est meilleure que la seconde ? |
| 1. Par convention, l'indice 1 sera affecté à l'échantillon contenant la fréquence des individus A la plus faible.  | $n_1 = 25 ; x_1 = 1$<br>$n_2 = 30 \quad x_2 = 3$   |
| 2. Calculer les fréquences $f_1$ et $f_2$ .  | $f_1 = \frac{1}{25} = 0,04 ; f_2 = \frac{3}{30} = 0,1$   |
| 3. Calculer l'échantillon total.<br>$N = n_1 + n_2 ; X = x_1 + x_2$  | $N = 55 ; X = 4$   |
| 4. Calculer la probabilité de tirer $x_1$ défectueux ou moins défectueux dans l'échantillon de taille $n_1$ à partir d'un lot de taille $N$ avec $X$ défectueux.<br>(loi hypergéométrique)<br>$P = \sum_{k=0}^{x_1} \frac{C_X^k C_{(N-X)}^{(n_1-k)}}{C_N^{n_1}}$                                 | $P(0) = 0,08$<br>$P(1) = 0,30$<br>$P = P(0) + P(1) = 0,38$   |
| 5. Conclure.<br>Si $p < 0,05$ , l'écart est significatif ;<br>sinon, l'écart n'est pas significatif.   | $0,38 > 0,05$<br>L'écart n'est pas significatif.   |

| <b>Fiche – Test d'indépendance</b>  |                   |                   |  |          |
|---|-------------------|-------------------|--|----------|
| <b>Comparaisons de fréquences ventilées selon deux critères</b>   |                   |                   |  |          |
| <b>Ce que fait le test</b>  |                   |                   |  |          |
| Le test d'indépendance consiste à comparer les fréquences d'apparition d'un phénomène ventilé selon deux critères afin de déterminer si la différence est significative ou non. |                   |                   |  |          |
| <b>Comment faire le test ?</b>  |                   |                   | <b>Exemple</b>   |          |
| 1. Établir le tableau des répartitions des fréquences observées   |                   |                   | Un fabricant de moteurs électriques cherche à déterminer l'origine des bruits dans ses moteurs. Le suivi s'effectue à partir du nombre de moteurs refusés et acceptés en fonction d'une pièce achetée chez trois fournisseurs différents. On veut savoir si le fournisseur a un effet significatif sur la qualité des moteurs. |          |
|   | <b>X1</b>         | <b>X2</b>         | <b>total</b>   | <b>%</b> |
| <b>Y1</b>   | $f_{11}$          | $f_{21}$          | $\sum f_{i1}$  | $p_1$    |
| <b>Y2</b>   | $f_{12}$          | $f_{22}$          | $\sum f_{i2}$  | $p_2$    |
| <b>Y3</b>   | $f_{13}$          | $f_{23}$          | $\sum f_{i3}$  | $p_3$    |
| <b>Total</b>  | $\sum f_{1j}$     | $\sum f_{2j}$     | $\sum f_{ij}$  |          |
| <b>%</b>  | $p_4$             | $p_5$             |  |          |
| avec $p_1 = (\sum f_{i1}) / (\sum f_{ij})$  |                   |                   |  |          |
|   | <b>Accep</b>      | <b>Refus</b>      | <b>total</b>   | <b>%</b> |
| <b>F1</b>   | 253               | 16                | 269  | 28,71    |
| <b>F2</b>   | 150               | 8                 | 158  | 16,86    |
| <b>F3</b>   | 458               | 52                | 510  | 5,44     |
| <b>Total</b>  | 861               | 76                | 937  | 100      |
| <b>%</b>  | 91,89             | 8,11              | 100  |          |
| Les pourcentages de moteurs refusés sont-ils dépendants du fournisseur ?  |                   |                   |  |          |
| 2. Établir le tableau des répartitions des fréquences théoriques.   |                   |                   | Répartition des fréquences théoriques :  |          |
|   | <b>X1</b>         | <b>X2</b>         | <b>Tot.</b>  | <b>%</b> |
| <b>Y1</b>   | $p_1 \sum f_{1j}$ | $p_1 \sum f_{2j}$ | $\sum f_{i1}$  | $p_1$    |
| <b>Y2</b>   | $p_2 \sum f_{1j}$ | $p_2 \sum f_{2j}$ | $\sum f_{i2}$  | $p_2$    |
| <b>Y3</b>   | $p_3 \sum f_{1j}$ | $p_3 \sum f_{2j}$ | $\sum f_{i3}$  | $p_3$    |
| <b>Tot.</b>   | $\sum f_{1j}$     | $\sum f_{2j}$     | $\sum f_{ij}$  |          |
| <b>%</b>  | $p_4$             | $p_5$             |  |          |
|   | <b>Accep</b>      | <b>Refus</b>      | <b>total</b>   | <b>%</b> |
| <b>F1</b>   | 247,18            | 21,82             | 269  | 28,71    |
| <b>F2</b>   | 145,18            | 12,82             | 158  | 16,86    |
| <b>F3</b>   | 468,64            | 41,36             | 510  | 5,44     |
| <b>Total</b>  | 861               | 76                | 937  | 100      |
| <b>%</b>  | 91,89             | 8,11              | 100  |          |

| <p>3. On forme le <math>\chi^2 = \frac{(N_i - N_{pi})^2}{N_{pi}}</math></p> <p>pour chacune des cases du tableau avec :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>N_i</math> : Fréquence observée</li> <li>• <math>N_{pi}</math> : Fréquence théorique</li> </ul> <table border="1" style="margin-left: 40px;"> <thead> <tr> <th></th> <th>X1</th> <th>X2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>Y1</th> <td><math>\chi_{11}^2</math></td> <td><math>\chi_{21}^2</math></td> </tr> <tr> <th>Y2</th> <td><math>\chi_{12}^2</math></td> <td><math>\chi_{22}^2</math></td> </tr> <tr> <th>Y3</th> <td><math>\chi_{13}^2</math></td> <td><math>\chi_{23}^2</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>avec <math>\chi_{11}^2 = \frac{(f_{11} - p_1 \sum f_{1j})^2}{p_1 \sum f_{1j}}</math></p> |  | X1            | X2    | Y1 | $\chi_{11}^2$ | $\chi_{21}^2$ | Y2 | $\chi_{12}^2$ | $\chi_{22}^2$ | Y3 | $\chi_{13}^2$ | $\chi_{23}^2$ | <p>Tableau du <math>\chi^2</math></p> <table border="1" style="margin-left: 40px;"> <thead> <tr> <th></th> <th>Accep</th> <th>Refus</th> <th>Total</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>F1</th> <td>0,14</td> <td>1,55</td> <td>1,69</td> </tr> <tr> <th>F2</th> <td>0,16</td> <td>1,81</td> <td>1,97</td> </tr> <tr> <th>F3</th> <td>0,24</td> <td>2,74</td> <td>2,97</td> </tr> <tr> <th>tot.</th> <td>0,54</td> <td>6,1</td> <td>6,63</td> </tr> </tbody> </table> <p>avec <math>0,14 = \frac{(253 - 247,18)^2}{247,18}</math></p> |  | Accep | Refus | Total | F1 | 0,14 | 1,55 | 1,69 | F2 | 0,16 | 1,81 | 1,97 | F3 | 0,24 | 2,74 | 2,97 | tot. | 0,54 | 6,1 | 6,63 |
|---|--|---------------|-------|----|---------------|---------------|----|---------------|---------------|----|---------------|---------------|---|--|-------|-------|-------|----|------|------|------|----|------|------|------|----|------|------|------|------|------|-----|------|
|   | X1   | X2            |       |    |               |               |    |               |               |    |               |               |   |  |       |       |       |    |      |      |      |    |      |      |      |    |      |      |      |      |      |     |      |
| Y1  | $\chi_{11}^2$  | $\chi_{21}^2$ |       |    |               |               |    |               |               |    |               |               |   |  |       |       |       |    |      |      |      |    |      |      |      |    |      |      |      |      |      |     |      |
| Y2  | $\chi_{12}^2$  | $\chi_{22}^2$ |       |    |               |               |    |               |               |    |               |               |   |  |       |       |       |    |      |      |      |    |      |      |      |    |      |      |      |      |      |     |      |
| Y3  | $\chi_{13}^2$  | $\chi_{23}^2$ |       |    |               |               |    |               |               |    |               |               |   |  |       |       |       |    |      |      |      |    |      |      |      |    |      |      |      |      |      |     |      |
|   | Accep  | Refus         | Total |    |               |               |    |               |               |    |               |               |   |  |       |       |       |    |      |      |      |    |      |      |      |    |      |      |      |      |      |     |      |
| F1  | 0,14   | 1,55          | 1,69  |    |               |               |    |               |               |    |               |               |   |  |       |       |       |    |      |      |      |    |      |      |      |    |      |      |      |      |      |     |      |
| F2  | 0,16   | 1,81          | 1,97  |    |               |               |    |               |               |    |               |               |   |  |       |       |       |    |      |      |      |    |      |      |      |    |      |      |      |      |      |     |      |
| F3  | 0,24   | 2,74          | 2,97  |    |               |               |    |               |               |    |               |               |   |  |       |       |       |    |      |      |      |    |      |      |      |    |      |      |      |      |      |     |      |
| tot.  | 0,54   | 6,1           | 6,63  |    |               |               |    |               |               |    |               |               |   |  |       |       |       |    |      |      |      |    |      |      |      |    |      |      |      |      |      |     |      |
| <p>Le <math>\chi_{Total}^2</math> est égal à la somme des <math>\chi^2</math> de chacune des cases que l'on compare avec <math>\chi_{Maximum}^2</math> admissible pour un nombre de degrés de liberté égal à <math>(Nb \text{ de ligne} - 1) \times (Nb \text{ de colonne} - 1)</math>.</p>   | <p><math>\chi_{Total}^2 = 6,63</math></p> <p><math>\chi_{Maximum}^2 = 5,89</math></p> <p>pour <math>(2 - 1) \times (3 - 1) = 2 \text{ ddl}</math></p>      |               |       |    |               |               |    |               |               |    |               |               |   |  |       |       |       |    |      |      |      |    |      |      |      |    |      |      |      |      |      |     |      |
| <p>4. Conclusion</p> <p>Si <math>\chi_{Total}^2 &gt; \chi_{Maximum}^2</math> on refuse l'hypothèse <math>H_0</math>. Il y a un écart significatif.</p>  | <p><math>6,63 &gt; 5,89</math></p> <p>On refuse l'hypothèse <math>H_0</math> ; le fournisseur a bien une influence sur le nombre de défauts constatés.</p> |               |       |    |               |               |    |               |               |    |               |               |   |  |       |       |       |    |      |      |      |    |      |      |      |    |      |      |      |      |      |     |      |

Figure 5.38 – Traitement par logiciel d'analyse statistique

|     | Accep        | Refus      | All          |
|-----|--------------|------------|--------------|
| F1  | 253<br>247,2 | 16<br>21,8 | 269<br>269,0 |
| F2  | 150<br>145,2 | 8<br>12,8  | 158<br>158,0 |
| F3  | 458<br>468,6 | 52<br>41,4 | 510<br>510,0 |
| All | 861<br>861,0 | 76<br>76,0 | 937<br>937,0 |

Pearson Chi-Square = 6,633 ; DF = 2 ; P-Value = 0,036



## 5. L'analyse de la variance

### 5.1 Introduction

L'analyse de la variance est particulièrement importante. Elle permet de comparer la position de deux (ou plus) populations réparties selon deux (ou plus) critères.

Par exemple, on veut vérifier l'influence de la position d'une pièce et d'un type d'outil sur une caractéristique  $Y$ . On a réalisé deux relevés pour chaque combinaison position/outil. Les données disponibles sont présentées dans le tableau suivant (figure 5.39). Peut-on conclure à l'influence de la position et de l'outil ? L'interaction position\*outil est-elle significative ?

Les tests simples de comparaison de moyennes ne peuvent pas répondre à cette question, et ce pour deux raisons :

- Il y a plus de deux modalités par facteur (il y a 3 positions).
- Plusieurs facteurs ont varié simultanément dans l'expérience (la position et l'outil).

L'analyse de la variance (ANAVAR) permet de réaliser ce type de test. Ce type d'analyse sera très utile également pour conclure sur les résultats d'un plan d'expériences comme nous le verrons au chapitre 6.

**Figure 5.39 – Exemple de données pour l'analyse de la variance**

| Position | Outil | $Y_1$ | $Y_2$ |
|----------|-------|-------|-------|
| P1       | O1    | 120,8 | 120,0 |
| P1       | O2    | 119,2 | 119,8 |
| P2       | O1    | 121,2 | 121,7 |
| P2       | O2    | 122,8 | 121,3 |
| P3       | O1    | 125,8 | 125,2 |
| P3       | O2    | 122,9 | 122,0 |

## 5.2 Analyse de la variance sur un facteur

### 5.2.1 Principe

L'analyse de la variance sur un facteur permet de tester d'éventuelles différences significatives entre plusieurs modalités d'un facteur.

Par exemple, on a réalisé un essai avec trois types de joints pour diminuer une fuite. Le montage de chaque type de joint a été réalisé sur cinq produits ; le résultat est présenté au tableau suivant (figure 5.40).

Figure 5.40 – Influence du joint sur la fuite

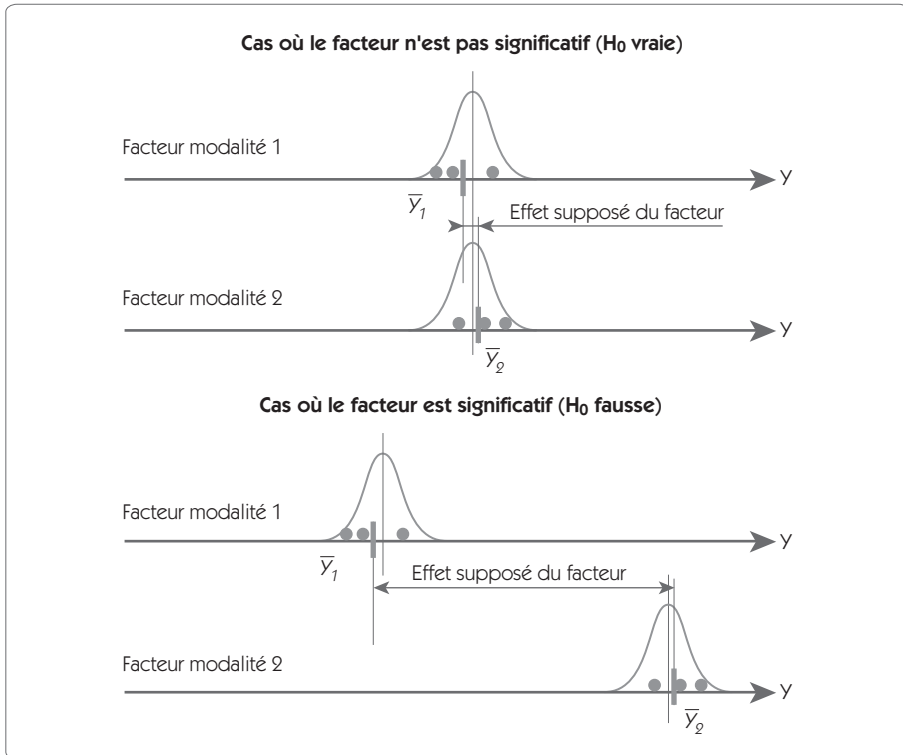
|         | 1  | 2 | 3  | 4  | 5 |      |
|---------|----|---|----|----|---|------|
| Joint 1 | 11 | 9 | 9  | 7  | 8 | 8,8  |
| Joint 2 | 9  | 8 | 10 | 8  | 7 | 8,4  |
| Joint 3 | 13 | 9 | 11 | 10 | 9 | 10,4 |

La question posée est la suivante : peut-on conclure que le joint 2, qui a donné la plus faible moyenne de fuite, est significativement meilleur ?

Le schéma présenté ci-après (figure 5.41) donne une représentation intuitive du principe de l'analyse de la variance. Dans le cas où l'hypothèse  $H_0$  est vraie, l'écart constaté sur les moyennes ne sera en fait que l'expression de la dispersion aléatoire. La variance de l'effet sera donc du même ordre de grandeur que la variance résiduelle. Dans le cas où  $H_0$  est fautive, la variance de l'effet sera très supérieure à la variance résiduelle.

Le principe de l'analyse de la variance consiste donc à comparer deux variances : la variance de l'effet du facteur et la variance résiduelle. Pour y procéder, on utilise le *test F* que nous avons déjà présenté.

Si la variance de l'effet est significativement supérieure à la variance résiduelle, on conclut que l'hypothèse  $H_0$  est fautive ; le facteur est significatif.

Figure 5.41 – Hypothèse  $H_0$ 

## 5.2.2 Décomposition de la variance

### Notations

$\bar{Y}$  Moyenne de l'ensemble des valeurs

$Y_{ij}$  Mesure de la répétition  $j$  de modalité  $i$

$\bar{Y}_i$  Moyenne des mesures de la modalité  $i$

$m$  nombre de modalités

$n$  nombre de répétitions pour chaque modalité

L'exemple présenté à la figure 5.40 comporte 15 valeurs ( $m$  modalités et  $n$  répétitions sur chaque modalité) sur lesquelles on peut calculer la variance totale :

$$V_T = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \bar{\bar{Y}})^2}{nm - 1} = 36,4$$

Cette variance a deux origines.

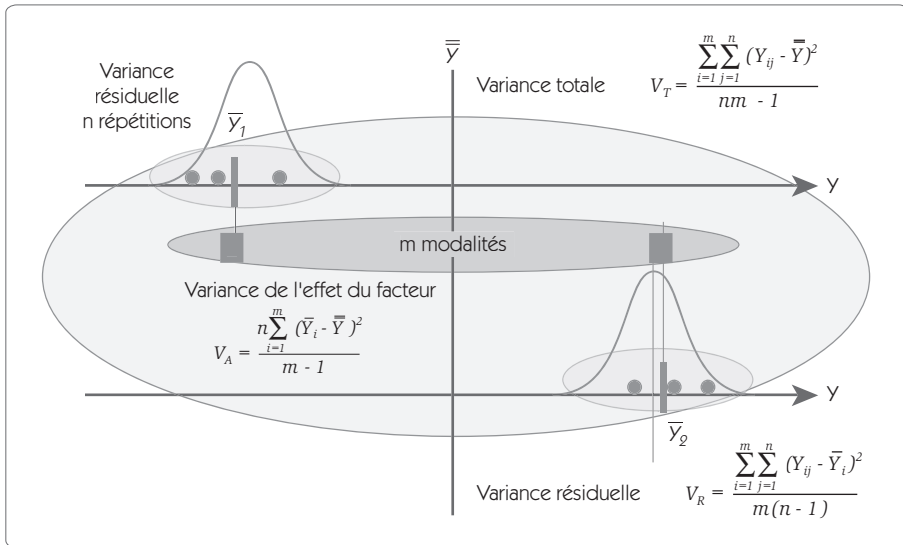
- La variance résiduelle que l'on peut observer lorsque le facteur reste sur la même modalité (le même joint) – Variance intra-échantillon.

$$V_R = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2}{m(n - 1)}$$

- La variance due aux variations de modalités du facteur (variation sur  $\bar{Y}$  en changeant de joint) – Variance inter-échantillon.

$$V_A = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\bar{Y}_i - \bar{\bar{Y}})^2}{m - 1} = \frac{n \sum_{i=1}^m (\bar{Y}_i - \bar{\bar{Y}})^2}{m - 1}$$

Figure 5.42 – Décomposition de la variance



Dans cette décomposition de la variance, les numérateurs sont appelés « Somme des écarts au carré (SS) » et les numérateurs « degrés de liberté ( $\nu$ ) ».

$$\text{On a ainsi } V_T = \frac{SS_T}{\nu_T}, V_R = \frac{SS_R}{\nu_R}, V_A = \frac{SS_A}{\nu_A}$$

On montre facilement que l'on a :  $SS_T = SS_A + SS_R$  et  $\nu_T = \nu_A + \nu_R$

$$SS_T = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ij} + \bar{Y}_i - \bar{Y}_i - \bar{Y})^2$$

$$SS_T = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 + (\bar{Y}_i - \bar{Y})^2 - 2(Y_{ij} - \bar{Y}_i)(\bar{Y}_i - \bar{Y})$$

$$SS_T = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\bar{Y}_i - \bar{Y})^2 - 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \bar{Y}_i)(\bar{Y}_i - \bar{Y})$$

$$SS_T = SS_R + SS_A \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{=0}$$

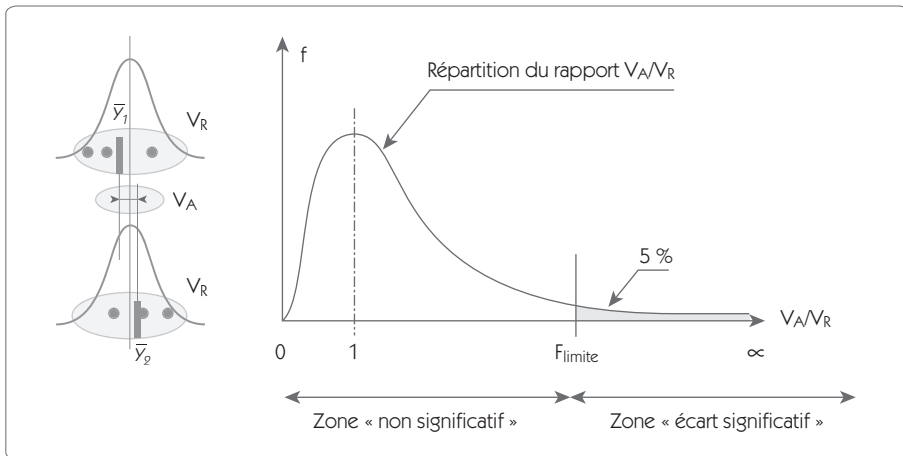
de même,

$$\nu_T = nm - 1 = nm - m + m - 1 = m(n - 1) + m - 1 = \nu_R + \nu_A$$

En cas d'hypothèse nulle, la variance  $V_A$  n'est que la manifestation de la variance résiduelle  $V_R$ .  $V_A$  et  $V_R$  sont donc égales sous l'hypothèse  $H_0$ . Le test de l'analyse de la variance consiste à comparer  $V_A$  et  $V_R$  par un test  $F$  en calculant le ratio :

$$F = \frac{V_A}{V_R}$$

**Figure 5.43 – Test de Snedecor**



Le facteur sera significatif si la valeur  $F$  est supérieure à la limite maximale admissible en fonction du risque alpha choisi dans la table de Snedecor pour  $\nu_A$  et  $\nu_R$  degrés de libertés.

### 5.2.3 Tableau d'analyse de la variance

Cette analyse se pose traditionnellement sous forme de tableau :

Figure 5.44 – Tableau d'analyse de la variance

| Origine | Somme des carrés SS   | ddl            | V                        | F                     | F <sub>limite</sub> | p | Contrib.               |
|---------|---|----------------|--------------------------|-----------------------|---------------------|---|------------------------|
| A       | $SS_A = n \sum_{i=1}^m (\bar{Y}_i - \bar{\bar{Y}})^2$         | $v_A = m-1$    | $V_A = \frac{SS_A}{v_A}$ | $F = \frac{V_A}{V_R}$ | Table               |   | $\frac{SS_A}{SS_T} \%$ |
| Résidus | $SS_R = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2$     | $v_R = m(n-1)$ | $V_R = \frac{SS_R}{v_R}$ |                       |                     |   | $\frac{SS_R}{SS_T} \%$ |
| Total   | $SS_T = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \bar{\bar{Y}})^2$ | $v_T = nm-1$   | $V_T = \frac{SS_T}{v_T}$ |                       |                     |   |                        |

Ce qui donne dans le cas de notre exemple (figure 5.45) :

Figure 5.45 – Application sur les fuites

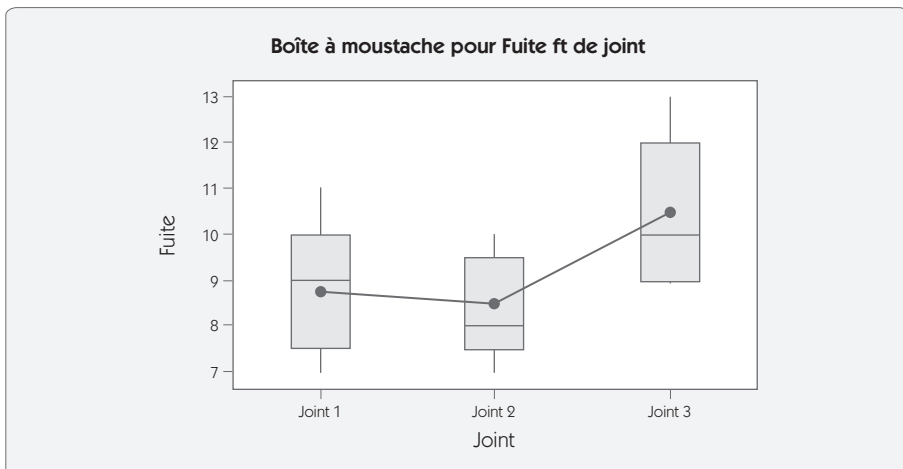
| Origine | Somme des carrés SS                      | ddl        | V                             | F                            | F <sub>limite</sub>                   | p    | Contrib.        |
|---------|--|------------|-------------------------------|------------------------------|---------------------------------------|------|-----------------|
| A       | $SS_A = 5(0,4^2 + 0,8^2 + 1,2^2) = 11,2$ | $v_A = 2$  | $V_A = \frac{11,2}{2} = 5,6$  | $F = \frac{5,6}{2,1} = 2,67$ | $v_1 = 2$<br>$v_2 = 12$<br>$F = 3,88$ | 0,11 | $R^2$<br>30,8 % |
| Résidus | $SS_R = 8,8 + 5,2 + 11,2 = 25,2$         | $v_R = 12$ | $V_R = \frac{25,2}{12} = 2,1$ |                              |                                       |      | 69,2 %          |
| Total   | $SS_T = 36,4$                            | $v_T = 14$ | $V_T = \frac{36,4}{14} = 2,6$ |                              |                                       |      |                 |

## Interprétation

Le ratio  $F$  calculé 2,67 étant plus petit que le ratio limite trouvé dans la table de Snedecor, 3,88, on peut accepter l'hypothèse  $H_0$  et conclure que le facteur n'est pas significatif. De même, lorsqu'un logiciel calcule la probabilité  $p$  (ici, 0,11), lorsque cette probabilité est supérieure à 0,05, on accepte l'hypothèse  $H_0$ . La part de la variance résiduelle est de 69,2 %. La part du facteur est de 30,8 %. Nous reviendrons sur ce coefficient appelé  $R^2$ , quand nous étudierons les corrélations en section 6.

Pour compléter l'interprétation, il est utile d'afficher la boîte à moustache telle que nous l'avons définie au paragraphe 2.1.

**Figure 5.46 – Boîte à moustache du problème de fuite**



## 5.3 Généralisation de l'ANAVAR

### 5.3.1 Tableau d'analyse de la variance

À partir des résultats précédents, il est aisé de généraliser l'analyse de la variance pour des cas comportants :

- plusieurs facteurs  $X$  ;



- plusieurs modalités pour chacun des facteurs ;
- des interactions entre deux facteurs.

La même décomposition de la variance totale nous conduit au tableau d'analyse de la variance dans le cas :

- à 2 facteurs : A comportant  $a$  modalités et B comportant  $b$  modalités ;
- chaque configuration est repérée  $r$  fois.

**Figure 5.47 – Généralisation du tableau ANAVAR**

| Origine        | SS        | ddl                   | V                                 | F                        | F <sub>lim</sub> | p | Contrib.                  |
|----------------|-----------|-----------------------|-----------------------------------|--------------------------|------------------|---|---------------------------|
| Facteur A      | $SS_A$    | $v_A = a-1$           | $V_A = \frac{SS_A}{v_A}$          | $F = \frac{V_A}{V_R}$    |                  |   | $\frac{SS_A}{SS_T} \%$    |
| Facteur B      | $SS_B$    | $v_B = b-1$           | $V_B = \frac{SS_B}{v_B}$          | $F = \frac{V_B}{V_R}$    |                  |   | $\frac{SS_B}{SS_T} \%$    |
| Interaction AB | $SS_{AB}$ | $v_{AB} = (a-1)(b-1)$ | $V_{AB} = \frac{SS_{AB}}{v_{AB}}$ | $F = \frac{V_{AB}}{V_R}$ |                  |   | $\frac{SS_{AB}}{SS_T} \%$ |
| Résidus        | $SS_R$    | $v_R = m(n-1)$        | $V_R = \frac{SS_R}{v_R}$          |                          |                  |   | $\frac{SS_R}{SS_T} \%$    |
| Total          | $SS_T$    | $v_T = nm-1$          | $V_T = \frac{SS_T}{v_T}$          |                          |                  |   |                           |

On pose comme notation :

- $Y_{ijk}$  représente la réponse lorsque A = i ; B = j ; k<sup>e</sup> répétition

- $Y_{\dots} = \text{moyenne générale} = \frac{1}{abr} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r Y_{ijk}$

- $\bar{Y}_{ij\bullet}$  représente la notation abrégée de  $\frac{1}{r} \sum_{k=1}^r y_{ijk}$

- $\bar{Y}_{\bullet j\bullet}$  représente la notation abrégée de  $\frac{1}{ar} \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^r y_{ijk}$

Les sommes des écarts au carré se calculent à partir des relations suivantes :

- $SS_A = br \sum_{i=1}^a (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})^2$
- $SS_B = ar \sum_{j=1}^b (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...})^2$
- $SS_{AB} = r \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...})^2$
- $SS_R = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})^2$

### 5.3.2 Application sur un exemple

Nous allons reprendre l'exemple (figure 5.39) donné au début de cette section, concernant l'influence de la position d'une pièce et d'un type d'outil sur une caractéristique Y.

**Figure 5.48 – Tableau d'ANAVAR à 2 variables**

| Origine     | Somme des carrés SS | ddl | V      | F     | F <sub>lim.</sub> | p     | Contrib. |
|-------------|---------------------|-----|--------|-------|-------------------|-------|----------|
| Position    | 32 522              | 2   | 16,26  | 41,78 | 5,14              | 0,000 | 71,7 %   |
| Outil       | 3 741               | 1   | 3,74   | 9,61  | 5,99              | 0,021 | 8,3 %    |
| Interaction | 6 732               | 2   | 3,37   | 8,65  | 5,14              | 0,017 | 14,9 %   |
| Erreur      | 2 335               | 6   | 0,3892 |       |                   |       | 5,2 %    |
| Total       | 45 329              | 11  |        |       |                   |       |          |

Au vu de la somme des contributions (71,7 % + 8,3 % + 14,9 % = 94,8 %), on a donc un coefficient  $R^2 = 0,948$

## Interprétation

Les facteurs et l'interaction représentent 94,8 % de la variance constatée. La probabilité  $p$  étant inférieure à 0,05 pour chaque coefficient, on peut refuser l'hypothèse  $H_0$  et conclure que chaque élément a un effet significatif.

L'interprétation doit se terminer par l'examen de trois graphiques : la boîte à moustache (figure 5.49), le graphe des effets (figure 5.50) et le graphe des interactions (figure 5.51). L'interaction significative se note par un écart important entre les effets des positions selon l'outil considéré.

**Figure 5.49 – Boîte à moustache**

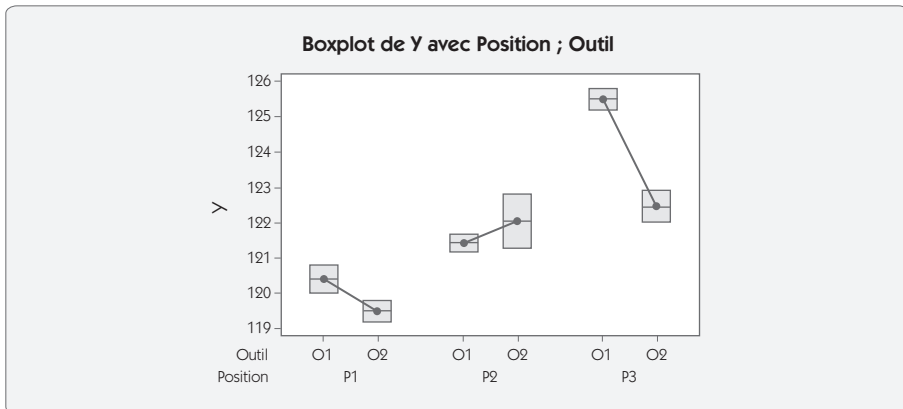


Figure 5.50 – Graphe des effets

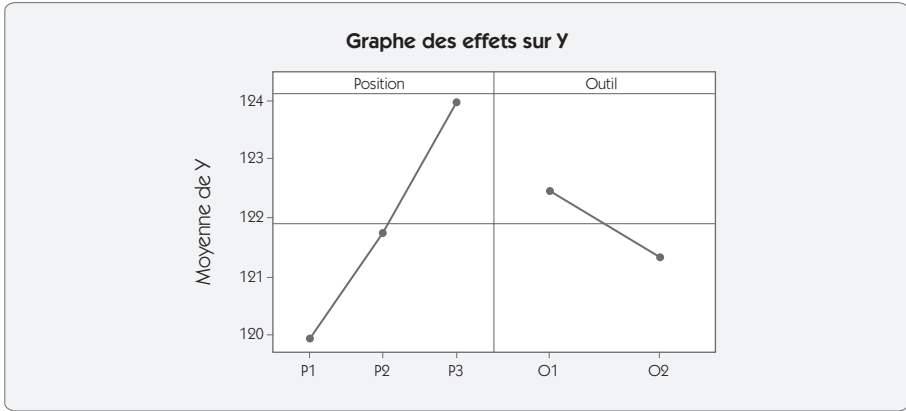
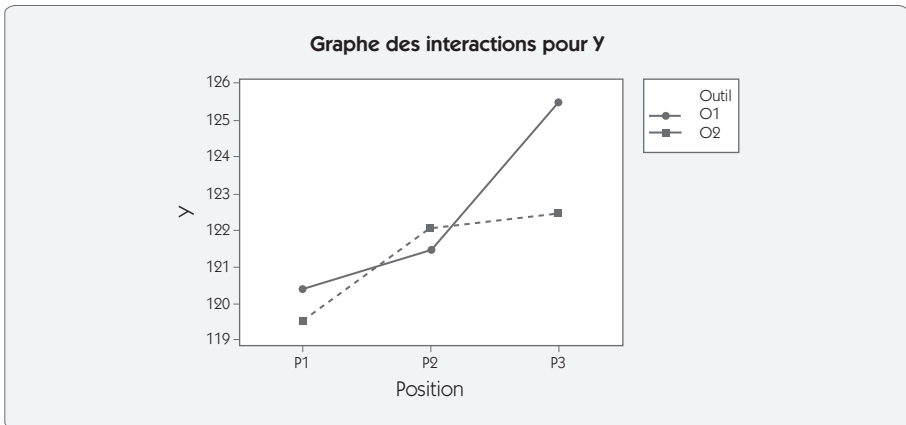


Figure 5.51 – Graphe des interactions



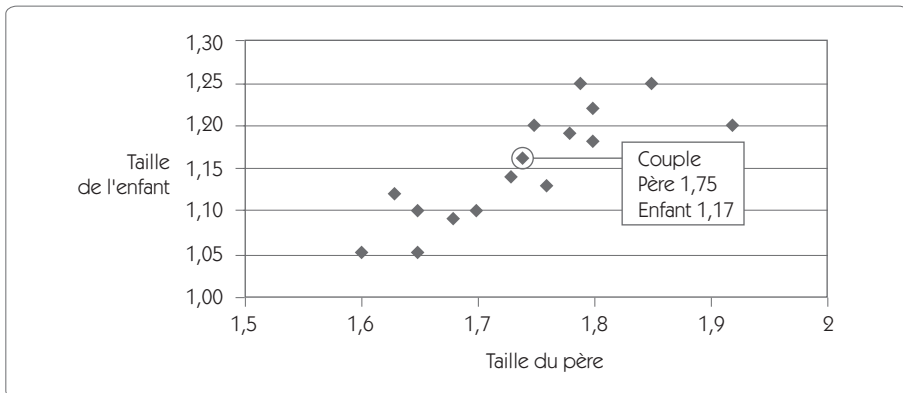
## 6. L'étude des corrélations

### 6.1 Notion de corrélation

Pour étudier la relation qu'entretiennent deux variables, on utilise le diagramme de corrélation. Il y a corrélation si ces deux variables évoluent de façon commune. Le principe du diagramme est le suivant :

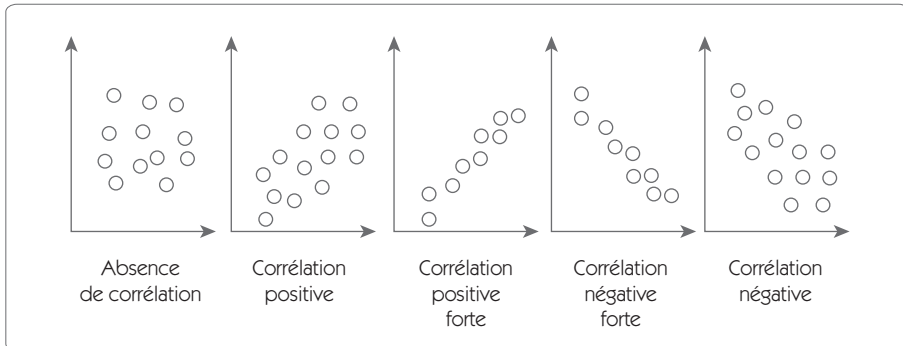
- On représente les mesures sur un diagramme dont les axes représentent les deux variables.
- Chaque mesure représente un point, le relevé de plusieurs mesures forme un nuage de points.
- La corrélation apparaîtra si le nuage est orienté dans le sens d'une droite.

**Figure 5.52 – Corrélation entre la taille du père et du fils**



Dans cet exemple (figure 5.52), une corrélation apparaît entre la taille du père et celle de l'enfant, car le nuage de points est orienté. Cette corrélation est positive, les deux variables évoluent dans le même sens.

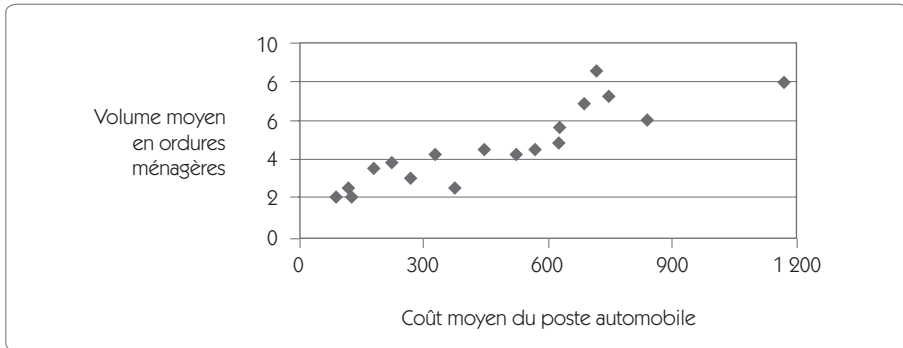
Figure 5.53 – Les cinq types de corrélation



On peut classer les diagrammes de corrélation en cinq types selon le nuage de points comme l'indique le graphique de la figure 5.53. De plus, les résultats graphiques peuvent être utilement enrichis par :

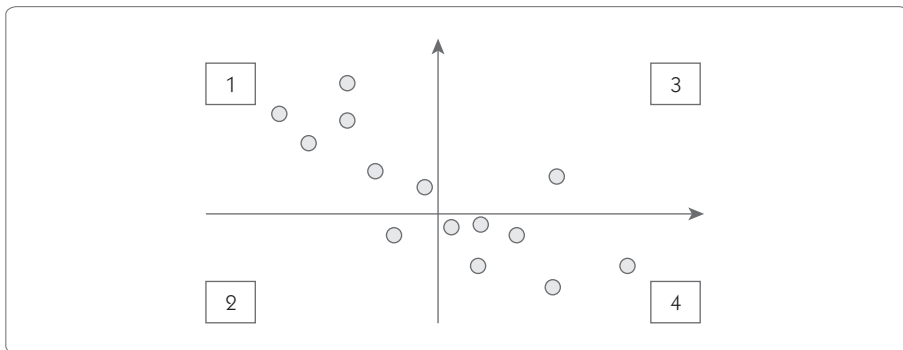
- l'équation de la droite de régression qui permet de connaître la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite qui passe « au mieux » des points ;
- le coefficient  $R^2$  qui indique le pourcentage des variations de  $Y$  que l'on peut imputer aux variations de  $X$ .

Il faut cependant prendre garde à ne pas mélanger corrélation et cause/effet. En effet, si dans l'exemple qui précède la corrélation est due à une relation de cause à effet, il n'en est pas toujours de même. Par exemple, dans le graphe représenté ci-après (figure 5.54), on observe une corrélation entre le poste « automobile » dans le budget familial et le volume moyen de déchets ménagers par foyer. Ce n'est pas pour autant que les voitures génèrent des déchets ménagers, mais ces deux facteurs ont une même cause, non étudiée ici : « le pouvoir d'achat ».

**Figure 5.54 – Différence entre corrélation et cause/effet**

## 6.2 Méthode de la médiane

Afin de savoir s'il y a corrélation, la méthode la plus simple à appliquer est celle de la médiane.

**Figure 5.55 – Méthode de la médiane**

- Tracer la médiane (autant de valeurs d'un côté que de l'autre) sur les deux axes du diagramme de corrélation. On détermine ainsi quatre zones.
- Identifier les quatre zones.
- Compter le nombre de données situées dans les zones 1 et 4, faire la même opération pour les zones 2 et 3 (exemple, zone 1/4 = 12 ; zone 2/3 = 2).

- Choisir le total le plus élevé entre 1/4 et 2/3 et le comparer au tableau ci-après. (Exemple, pour 14 points, on a 12 points, ce qui donne une corrélation entre bonne et moyenne. Pour en avoir confirmation, il faudrait augmenter le nombre de points.)
- Tirer les conclusions sur la corrélation entre les variables.

**Figure 5.56 – Méthode de la médiane, tableau de décision**

| Nombre de points | Total le plus important entre les zones 1/4 et 2/3 |                            |                        |                          |
|------------------|--|----------------------------|------------------------|--------------------------|
|                  |  |                            |                        |                          |
| 10               |  |                            | 10                     | 9                        |
| 12               |  |                            | 11                     | 10                       |
| 13               |  | 13                         | 11                     | 10                       |
| 14               |  | 14                         | 13                     | 11                       |
| 15               |  | 14                         | 13                     | 12                       |
| 16               |  | 15                         | 14                     | 13                       |
| 18               |  | 17                         | 15                     | 14                       |
| 20               |  | 18                         | 17                     | 15                       |
| 26               | 26   | 22                         | 20                     | 19                       |
| 30               | 28   | 25                         | 23                     | 21                       |
| 40               | 35   | 32                         | 29                     | 27                       |
| 50               | 42   | 38                         | 35                     | 32                       |
| 60               | 49   | 44                         | 41                     | 38                       |
| 80               | 62   | 56                         | 53                     | 49                       |
| 100              | 74   | 68                         | 64                     | 60                       |
| Corrélation      | Excellent<br>risque < 1 %                          | Très bonne<br>risque < 5 % | Bonne<br>risque < 10 % | Moyenne<br>risque < 20 % |

### 6.3 Méthode de la régression linéaire

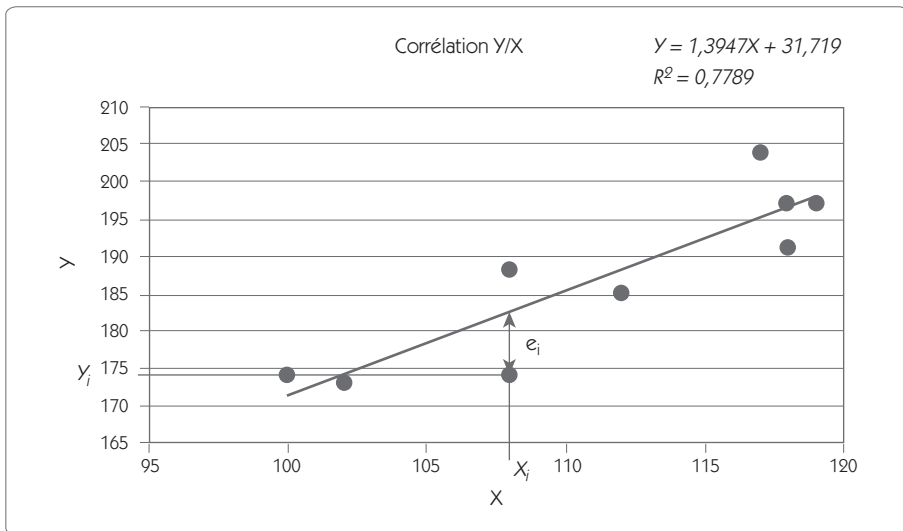
La régression permet de trouver une relation linéaire entre les deux variables. Le problème consiste à déterminer quelle équation de la droite correspond le mieux à la liaison qui existe.



**Rappel** : une droite a pour équation  $Y = \alpha_0 + \alpha_1 X$ .

**Figure 5.57 – Droite de régression**

|   |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 108 | 102 | 112 | 118 | 118 | 119 | 100 | 108 | 117 |
| Y | 174 | 173 | 185 | 197 | 191 | 197 | 174 | 188 | 204 |



### 6.3.1 Identification des coefficients

Pour chaque couple de points, on peut écrire :  $e_i = Y_i - (\alpha_0 + \alpha_1 X_i)$

Ce qui peut s'écrire sous forme matricielle de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ \dots \\ e_i \\ \dots \\ e_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \dots \\ Y_i \\ \dots \\ Y_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & X_1 \\ \dots & \dots \\ 1 & X_i \\ \dots & \dots \\ 1 & X_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} \text{ soit } e = Y - Xa$$

Il s'agit de trouver les coefficients  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  qui minimisent les écarts  $e_i^2$  entre la droite et les points. Lorsque ces écarts sont minimaux, on obtient la droite qui passe « au mieux » des points. On appelle cette méthode la minimisation des moindres carrés de Gauss.

### Solution

La somme des écarts  $e_i^2$  s'écrit  $e \cdot {}^t e$  avec  ${}^t e$  matrice transposée de  $e$ .

Minimiser  $e \cdot {}^t e$  consiste à trouver les valeurs de  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  qui annulent la dérivée de  $e \cdot {}^t e$  par rapport à  $a$

$$e \cdot {}^t e = [Y - Xa]^t [Y - Xa] = Y^t Y - 2a^t X^t Y + a^t X^t X a$$

$$\frac{\partial e \cdot {}^t e}{\partial a} = -2X^t Y + 2X^t X a$$

Pour annuler cette dérivée, on a alors :  $\hat{a} = (X^t X)^{-1} \cdot X^t Y$

### Application

Tous les logiciels statistiques calculent facilement les coefficients  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  ; il est possible également d'utiliser un tableur pour retrouver ces valeurs. Appliquons la relation  $\hat{a} = (X^t X)^{-1} \cdot X^t Y$  sur les données de l'exemple à partir d'un tableur Excel.

$$\text{Matrices } X = \begin{bmatrix} 1 & 108 \\ \dots & \dots \\ 1 & 117 \end{bmatrix} \text{ et } Y = \begin{bmatrix} 174 \\ \dots \\ 204 \end{bmatrix}$$

$$X^t X = \begin{bmatrix} 9 & 1002 \\ 1002 & 111974 \end{bmatrix} ; (X^t X)^{-1} = \begin{bmatrix} 29,76 & -0,266 \\ -0,266 & 0,0024 \end{bmatrix}$$

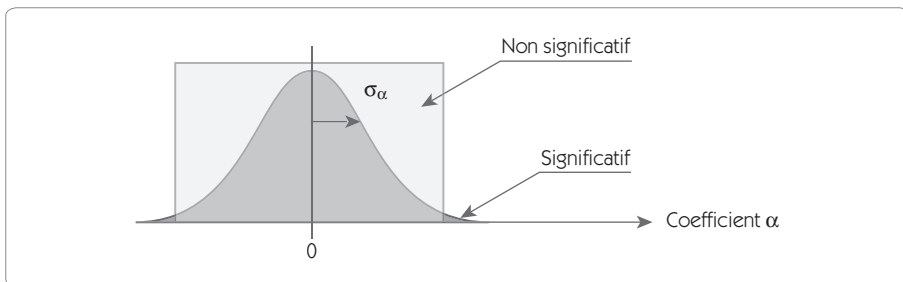
$\hat{a} = (X^t X)^{-1} \cdot X^t Y = \begin{bmatrix} 31,719 \\ 1,3947 \end{bmatrix}$  qui détermine les coefficients de la droite de régression.

### 6.3.2 Test de Student sur les coefficients

La relation  $\hat{a} = (X^tX)^{-1}.X^tY$  permet de trouver les valeurs des coefficients. Mais il faut se poser la question suivante : ces coefficients sont-ils significatifs ? Pour répondre à cette question, on utilise le test de Student pour voir si le coefficient calculé est significativement différent de 0 (hypothèse nulle).

**Hypothèse nulle** : le coefficient a une valeur aléatoire autour de zéro.

Figure 5.58 – Test de Student sur les coefficients



On rejette l'hypothèse nulle si l'écart entre le coefficient calculé par rapport à 0 ne peut être expliqué par des variations aléatoires (avec un risque alpha). On doit calculer la variable réduite  $t = \alpha/\sigma_\alpha$  ; il faut donc connaître  $\sigma_\alpha$ .

La variance sur les coefficients dépend (voir démonstration) :

- de la dispersion résiduelle ;
- de la position des points testés dans le domaine d'étude (matrice  $X$ ).

**Démonstration**

$$\hat{a} = (X^tX)^{-1}.X^tY \text{ donc } V(\hat{a}) = V[(X^tX)^{-1}.X^tY]$$

X est la matrice des essais, c'est une constante on peut donc écrire :

$$V(\hat{a}) = (X^tX)^{-1}.X^t.V(Y).X(X^tX)^{-1}$$

Dans l'hypothèse nulle,  $V(Y) = V(e_i)$  est la variance des résultats des essais, que l'on suppose homogène dans tout le domaine d'étude.

On peut écrire  $V(Y) = \sigma_r^2 I$

(I matrice identité et  $\sigma_r^2$  Variance résiduelle)

$$V(\hat{a}) = \sigma_r^2 (X^tX)^{-1} X^t I X (X^tX)^{-1} = \sigma_r^2 (X^tX)^{-1}$$

**Application sur notre exemple****Figure 5.59 – Calcul des  $e_i$** 

|                                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| X                                   | 108   | 102   | 112   | 118   | 118   | 119   | 100   | 108   | 117   |
| Y                                   | 174   | 173   | 185   | 197   | 191   | 197   | 174   | 188   | 204   |
| $\alpha_0 + \alpha_1 X$             | 182,4 | 174,0 | 187,9 | 196,3 | 196,3 | 197,7 | 171,2 | 182,4 | 194,9 |
| $e_i = Y - (\alpha_0 + \alpha_1 X)$ | -8,4  | -1,0  | -2,9  | 0,7   | -5,3  | -0,7  | 2,8   | 5,6   | 9,1   |

$$\text{On calcule } V(e_i) = \sigma_r^2 = \frac{\sum e_i^2}{ddl} = 32,98$$

avec ici le nombre de degrés de liberté = 9 (données) – 2 (coefficients)  
= 7 soit  $\sigma_r = 5,74$

Connaissant  $\sigma_r$  on détermine facilement  $V(\hat{a}) = \sigma_r^2 (X^tX)^{-1}$

$$\sigma_r^2 (X^tX)^{-1} = 32,98 \begin{bmatrix} 29,76 & -0,266 \\ -0,266 & 0,0024 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 981,66 & -8,78 \\ -8,78 & 0,079 \end{bmatrix}$$

Ce qui permet de faire le tableau de test de Student :

**Figure 5.60 – Test de Student**

| Prédicteur       | Coef.  | sigma                   | t                    | p     |
|------------------|--------|-------------------------|----------------------|-------|
| Const $\alpha_0$ | 31,719 | $\sqrt{981,66} = 31,33$ | $31,72/31,33 = 1,01$ | 0,345 |
| Pente $\alpha_1$ | 1,3947 | $\sqrt{0,079} = 0,28$   | $1,39/0,28 = 4,97$   | 0,002 |

Les valeurs de  $p$  sont trouvées avec la table de Student pour 7 degrés de liberté. On considère que la corrélation est significative lorsque  $p$  est inférieur à 0,05. Dans notre exemple, on conclut que la constante  $\alpha_0$  n'est pas significativement différente de 0, mais la pente de  $\alpha_1$  est significative.

### 6.3.3 Détermination du coefficient $R^2$

Le test de Student permet de savoir si les coefficients calculés sont oui ou non significatifs. Mais ce n'est pas parce qu'un facteur  $X$  est significatif que l'on a expliqué avec ce facteur une part importante des variations de  $Y$ .

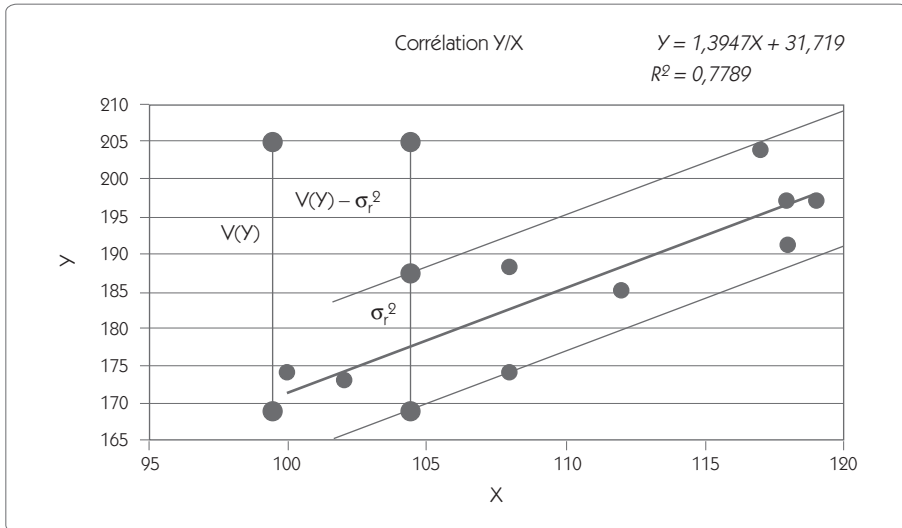
Nous allons compléter l'analyse en calculant un coefficient  $R^2$  qui mesure la proportion de la variance sur  $Y$  expliquée par la corrélation entre  $X$  et  $Y$ . Comme la totalité des variations ne peuvent pas être expliquées par la relation,  $R^2$  est donc toujours inférieur à 1. On peut le ramener en pourcentage en multipliant par 100.

Le coefficient  $R^2$  se calcule très simplement par la relation suivante :

$$R^2 = \frac{V(Y) - V(e_1)}{V(Y)} = \frac{130,5 - 28,858}{130,5} = 0,779$$

Mais si l'on veut tenir compte des degrés de liberté sur les résidus, il est préférable de calculer le ratio :

$$R_{Ajust}^2 = \frac{V(Y) - \sigma_r^2}{V(Y)} = \frac{130,5 - 32,98}{130,5} = 0,747$$

Figure 5.61 – Signification de  $R^2$ 

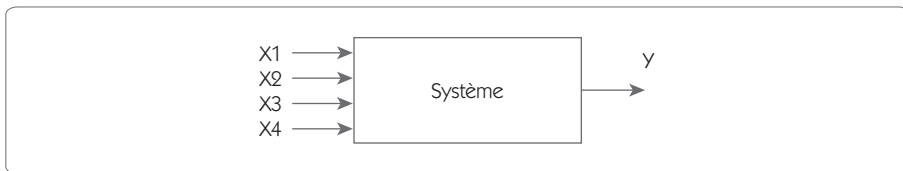
Pour bien comprendre la signification du ratio  $R^2$ , observons le schéma (figure 5.61). La variance  $V(Y)$  correspond à la variance totale observée sur  $Y$ . Cette variance peut se décomposer en deux parties :

- une partie imputable à la corrélation donnée par la pente de la droite  $(V(Y) - \sigma_r^2)$  ;
- une partie imputable aux dispersions aléatoires autour de la droite  $(\sigma_r^2)$ .

Le ratio  $R^2$  calcule la proportion de la variance totale que l'on peut imputer à la corrélation. Ainsi un coefficient  $R^2$  de 0,3 pourra-t-il être interprété de la façon suivante : 30 % de la variance sur  $Y$  sont dus aux variations de  $X$ . Cela signifie également que, si on fige la variable  $X$ , on obtiendra une réduction de 30 % de la variance sur  $Y$ .

## 6.4 Méthode de la régression linéaire multiple

Figure 5.62 – Boîte noire



La régression simple permet de relier une sortie  $Y$  à une entrée  $X$ . Cependant, dans les projets Six Sigma, il n'est pas rare que la sortie  $Y$  soit reliée à plusieurs entrées  $X$ . Dans ce cas, une première solution consisterait à étudier successivement les relations de  $Y$  avec chacun des  $X$ . Nous montrerons dans cette section que cette solution n'est pas la bonne. Il est préférable d'étudier en bloc les relations de  $Y$  avec l'ensemble des  $X$ .

La régression linéaire multiple permet de répondre à ce problème. C'est une simple généralisation de ce que nous venons de voir avec la régression linéaire simple.

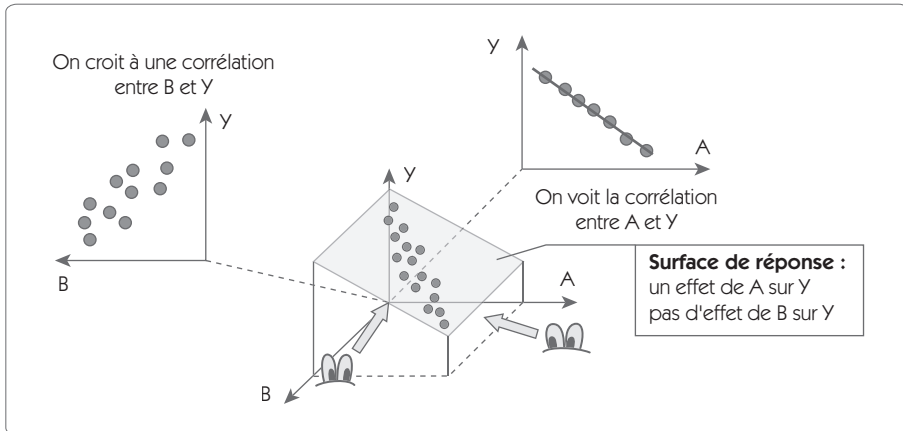
### 6.4.1 Les limites de la régression simple

L'approche consistant à faire plusieurs corrélations simples entre  $Y$  et chacun des  $X$  peut mener à de graves erreurs. Pour illustrer ce point, nous allons étudier deux cas :

1. lorsque deux  $X$  sont corrélés entre eux et qu'il existe une relation entre un des  $X$  et  $Y$  ;
2. lorsque deux  $X$  ont une relation avec  $Y$  mais qu'une des relations est très supérieure à la seconde.

## Cas 1. Risque de voir une fausse corrélation

Figure 5.63 – Risque de voir une fausse corrélation



Dans l'exemple de la figure 5.63, la surface de réponse que nous avons représentée montre :

- une absence de corrélation entre  $B$  et  $Y$  ;
- une corrélation forte entre  $A$  et  $Y$  ;
- une corrélation forte entre  $A$  et  $B$  ;
- l'absence de dispersion résiduelle ( $\sigma_r = 0$ ).

Dans ces conditions, si on établit la corrélation entre  $A$  et  $Y$ , on trouvera une corrélation parfaite avec un coefficient  $R^2 = 1$  (100 % expliqué).

Mais si on établit la corrélation entre  $B$  et  $Y$ , on trouvera une corrélation avec un coefficient  $R^2$  non nulle. Cela tient à ce que dans les données de départ il y avait corrélation entre  $A$  et  $B$ . On peut donc croire à une corrélation entre  $B$  et  $Y$  qui en fait n'existe pas. Le traitement en régression multiple évite ce grave inconvénient pour l'analyse.

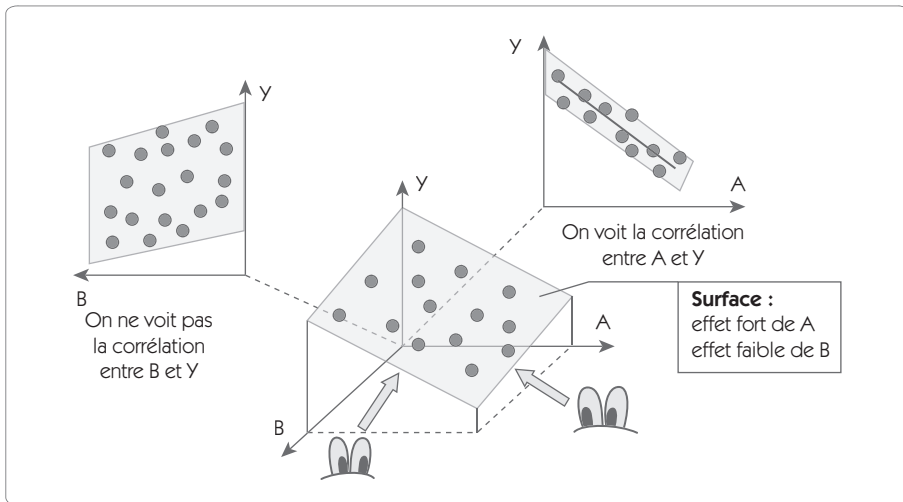
Ce genre d'erreur peut arriver souvent. Supposons que l'on étudie la relation entre un  $Y$  et la température et la pression atmosphérique. Température et pression sont en fait corrélées car lorsque les pressions



sont élevées il fait beau et la température est également élevée. Si  $Y$  n'est relié qu'à la pression par exemple, on risque de ne pas s'en rendre compte si on se contente de faire plusieurs régressions simples.

## Cas 2. Risque de ne pas voir une corrélation

Figure 5.64 – Risque de ne pas voir une corrélation



Dans l'exemple de la figure 5.64, la surface de réponse que nous avons représentée montre :

- une corrélation forte entre  $A$  et  $Y$  ;
- une corrélation faible entre  $B$  et  $Y$  ;
- l'absence de dispersion résiduelle ( $\sigma_r = 0$ ) ;
- l'absence de corrélation entre  $A$  et  $B$ .

Dans ces conditions, si on établit la corrélation entre  $A$  et  $Y$ , on trouve une corrélation presque parfaite avec un coefficient  $R^2$  proche de 1. Ce qui apparaît comme de la dispersion résiduelle est en fait l'effet projeté de  $B$ .

Mais si on établit la corrélation entre  $B$  et  $Y$ , on trouve une corrélation avec un coefficient  $R^2$  proche de zéro. Cela tient à ce que ce qui apparaît comme de la dispersion résiduelle est en fait l'effet projeté de  $A$ ,

qui est très important. Le traitement en régression multiple évite ce grave inconvénient car on va traiter en même temps l'effet de *A* et de *B*. On pourra alors montrer dans ce cas l'existence des deux corrélations avec leur part respective.

### 6.4.2 Corrélation sur plusieurs facteurs

Pour illustrer le traitement en corrélation multiple, nous allons nous appuyer sur un exemple. Une société de décolletage avait un taux de rebuts important sur un usinage de pièces en fonte en raison de la présence de soufflures. On soupçonnait la composition de la fonte d'être à l'origine de ce défaut car les pourcentages de rebuts variaient d'un lot à l'autre. Dans l'étape « Mesurer », on a créé un historique des défauts avec la composition de la matière (figure 5.65).

Figure 5.65 – Historique du défaut soufflure

| Coulée | %C   | %MN  | %SI  | %P   | %NI  | %CR  | Y = % Soufflure |
|--------|------|------|------|------|------|------|-----------------|
| H064   | 3,35 | 0,72 | 2,44 | 0,04 | 0,16 | 1,04 | 15,08           |
| H096   | 3,43 | 0,74 | 2,39 | 0,04 | 0,17 | 1,03 | 14,8            |
| H120   | 3,46 | 0,75 | 2,35 | 0,05 | 0,16 | 1,04 | 11,9            |
| H131   | 3,44 | 0,68 | 2,41 | 0,06 | 0,12 | 1,02 | 14,21           |
| H135   | 3,44 | 0,64 | 2,36 | 0,07 | 0,12 | 1,04 | 17,87           |
| H160   | 3,44 | 0,71 | 2,37 | 0,06 | 0,1  | 1,05 | 10,75           |
| H166   | 3,51 | 0,73 | 2,4  | 0,06 | 0,13 | 1,04 | 11,48           |
| H201   | 3,44 | 0,75 | 2,32 | 0,04 | 0,1  | 1,04 | 7,02            |
| H203   | 3,44 | 0,69 | 2,35 | 0,04 | 0,17 | 1,02 | 18,12           |
| H225   | 3,52 | 0,65 | 2,42 | 0,05 | 0,15 | 1,04 | 18,52           |
| H236   | 3,61 | 0,7  | 2,43 | 0,06 | 0,11 | 1,05 | 10,6            |
| H245   | 3,41 | 0,62 | 2,32 | 0,07 | 0,14 | 1,05 | 19,2            |
| H256   | 3,46 | 0,63 | 2,35 | 0,06 | 0,16 | 1,04 | 22,3            |
| H259   | 3,5  | 0,75 | 2,36 | 0,06 | 0,12 | 1,04 | 9,46            |

On va chercher à expliquer  $Y$  (pourcentage de soufflures) par les variations des  $X$  (composition de la matière) sous la forme :

$$\hat{Y} = \alpha_0 + \alpha_1 C + \alpha_2 MN + \alpha_3 SI + \alpha_4 P + \alpha_5 NI + \alpha_6 CR$$

La régression multiple a pour objet de trouver ces coefficients  $\alpha$ , de savoir s'ils sont significatifs et de connaître le pourcentage de la variance de  $Y$  que l'on a expliqué avec cette relation (coefficient  $R^2$ ).

Le tableau de la figure 5.65 peut s'écrire sous une forme matricielle :  $Y_i = \hat{Y}_i + e_i$ , l'objectif étant de minimiser les  $e_i$ .

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ \dots \\ e_i \\ \dots \\ e_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \dots \\ Y_i \\ \dots \\ Y_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & C_1 & \dots & NI_1 & CR_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & C_i & \dots & NI_i & CR_i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & C_n & \dots & NI_n & CR_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \dots \\ \alpha_j \\ \dots \\ \alpha_6 \end{bmatrix} \text{ soit } e = Y - Xa$$

La solution comme dans le cas de la corrélation simple (paragraphe 6.3) est :

$$\hat{a} = (X^t X)^{-1} \cdot X^t Y$$

avec comme variance sur  $a$  :

$$V(\hat{a}) = \sigma_r^2 (X^t X)^{-1}$$

et comme coefficient  $R^2_{\text{ajusté}}$

$$R^2_{\text{Ajust}} = \frac{V(Y) - \sigma_r^2}{V(Y)}$$



|      |      |      |      |      |      |      |       |      |       |
|------|------|------|------|------|------|------|-------|------|-------|
| H225 | 3,52 | 0,65 | 2,42 | 0,05 | 0,15 | 1,04 | 18,52 | 18,6 | -0,07 |
| H236 | 3,61 | 0,7  | 2,43 | 0,06 | 0,11 | 1,05 | 10,6  | 11,0 | -0,42 |
| H245 | 3,41 | 0,62 | 2,32 | 0,07 | 0,14 | 1,05 | 19,2  | 20,3 | -1,12 |
| H256 | 3,46 | 0,63 | 2,35 | 0,06 | 0,16 | 1,04 | 22,3  | 21,3 | 1,04  |
| H259 | 3,5  | 0,75 | 2,36 | 0,06 | 0,12 | 1,04 | 9,46  | 9,0  | 0,42  |

On peut ainsi calculer  $\sigma_r^2 = \frac{\sum e_i^2}{ddl} = \frac{4,33}{14-7} = 0,632$  et  $V(Y) = 19,26$

$$\text{Soit } R_{Ajust}^2 = \frac{V(Y) - \sigma_r^2}{V(Y)} = \frac{19,26 - 0,632}{19,26} = 0,967$$

Autrement dit, 96,7 % de la variance des Y est expliquée par les variations des X, c'est une excellente corrélation. Pour savoir si ces coefficients sont significatifs, il faut faire le test de Student :

**Figure 5.67 – Test de Student**

| Prédicteur       | Coef.  | sigma                | t                   | p            |
|------------------|--------|----------------------|---------------------|--------------|
| Const $\alpha_0$ | 89,94  | $\sqrt{0,63*1625,7}$ | 89,9/32,06 = 2,81   | <b>0,026</b> |
| %C $\alpha_1$    | -4,56  | 4,197                | -4,56/4,197 = -1,09 | 0,313        |
| %MN $\alpha_2$   | -70,92 | 6,561                | -10,81              | <b>0,000</b> |
| %SI $\alpha_3$   | 1,004  | 6,066                | 0,17                | 0,869        |
| %P $\alpha_4$    | 16,58  | 32,79                | 0,51                | 0,629        |
| %NI $\alpha_5$   | 88,51  | 11,45                | 7,73                | <b>0,000</b> |
| %CR $\alpha_6$   | -24,82 | 22,99                | -0,92               | 0,388        |

Les trois coefficients qui apparaissent significatifs sont la constante, le manganèse (MN) et le nickel (NI). Les autres n'étant pas significatifs, il convient de refaire la régression en éliminant les coefficients non significatifs. Pour aboutir à :

$$\hat{Y} = 52,3 - 72,5MN + 92,5NI$$

Figure 5.68 – Test de Student

| Prédicteur | Coef.   | sigma | t      | p     |
|------------|---------|-------|--------|-------|
| Const.     | 52,3    | 3,372 | 15,51  | 0,000 |
| %MN        | -72,494 | 4,377 | -16,56 | 0,000 |
| %NI        | 92,456  | 8,069 | 11,46  | 0,000 |

$$R_{Ajust}^2 = 0,972$$

### Interprétation

Désormais, tous les coefficients sont significatifs, le pourcentage de manganèse a un coefficient négatif ; donc, plus il y a de manganèse, moins il y a de soufflures, et en revanche plus il y a de nickel, plus il y a de soufflures.

### 6.4.3 Prise en compte des interactions et effets quadratiques

À ce stade, on pourrait être tenté d'améliorer encore la prévision en intégrant des termes quadratiques ( $MN^2$  et  $NI^2$ ) ou le terme d'interaction  $MN*NI$ .

Avec la régression multiple, c'est très facile ; il suffit d'introduire dans le tableau ces termes (figure 5.69) et de faire les mêmes calculs que précédemment.

Figure 5.69 – Intégration de termes de second ordre

| Coulée | MN   | $MN^2$ | NI   | $NI^2$ | $MN*NI$ | Y = % Soufflure |
|--------|------|--------|------|--------|---------|-----------------|
| H064   | 0,72 | 0,5184 | 0,16 | 0,0256 | 0,1152  | 15,08           |
| H096   | 0,74 | 0,5476 | 0,17 | 0,0289 | 0,1258  | 14,8            |
| ...    |      |        |      |        |         |                 |
| H256   | 0,63 | 0,3969 | 0,16 | 0,0256 | 0,1008  | 22,3            |
| H259   | 0,75 | 0,5625 | 0,12 | 0,0144 | 0,09    | 9,46            |

Ce qui conduit à l'analyse :

$$\hat{Y} = 44,83 - 34,7MN - 25,9*MN^2 - 2,9NI + 476,7NI^2 - 177,3*MN*NI$$

Figure 5.70 – Test de Student

| Prédicteur      | Coef.  | sigma | t     | p     |
|-----------------|--------|-------|-------|-------|
| Const.          | 44,83  | 81,42 | 0,55  | 0,597 |
| MN              | -34,7  | 215,7 | -0,16 | 0,876 |
| MN <sup>2</sup> | -25,9  | 151,6 | -0,17 | 0,868 |
| NI              | -2,9   | 160,1 | -0,02 | 0,986 |
| NI <sup>2</sup> | 476,7  | 791,4 | 0,60  | 0,564 |
| MN*NI           | -177,3 | 992,7 | -0,18 | 0,863 |

$$R_{Ajust}^2 = 0,964$$



### Interprétation

Plus aucun coefficient n'est significatif, il s'agit donc d'une mauvaise idée de rajouter les termes de second ordre. On revient au modèle ne comportant que *MN* et *NI*.

#### 6.4.4 Procédure *StepWise* (« pas à pas »)

La procédure pas à pas proposée dans tous les logiciels d'analyse statistique est très intéressante ; elle permet d'introduire ou de supprimer pas à pas des variables afin d'obtenir le sous-ensemble de variables qui soit le plus pertinent possible.

- La procédure *Forward* part d'un modèle sans prédicteur et permet d'ajouter au fur et à mesure des variables.
- La procédure *Backward* part d'un modèle contenant tous les prédicteurs et permet de retirer au fur et à mesure des variables.

Les logiciels disposent tous d'une procédure mixte permettant d'ajouter ou d'enlever les variables du modèle en fonction des résultats du test de Student. Nous ne pouvons que recommander cette procédure, surtout lorsque l'on débute dans l'utilisation de la régression multiple.

À titre d'exemple, cette procédure a donné sur notre exemple :

**Figure 5.71 – Procédure « pas à pas »**

| Alpha pour entrer = 0,15        |       | Alpha pour sortir = 0,15 |  |
|---------------------------------|-------|--------------------------|--|
| Pas                             | 1     | 2                        |  |
| <b>Const.</b>                   | 69,12 | 52,30                    |  |
| <b>MN</b>                       | -78,5 | -72,5                    |  |
| t                               | -5,25 | -16,56                   |  |
| p value                         | 0,000 | 0,000                    |  |
| <b>NI</b>                       |       | 92,5                     |  |
| t                               |       | 11,46                    |  |
| p value                         |       | 0,000                    |  |
| S                               | 2,52  | 0,731                    |  |
| R <sup>2</sup>                  | 69,65 | 97,65                    |  |
| R <sup>2</sup> <sub>Ajust</sub> | 67,12 | 97,23                    |  |

- Au premier pas, seul MN a été sélectionné.
- Au second pas, NI a également été sélectionné et la procédure s'est arrêtée.

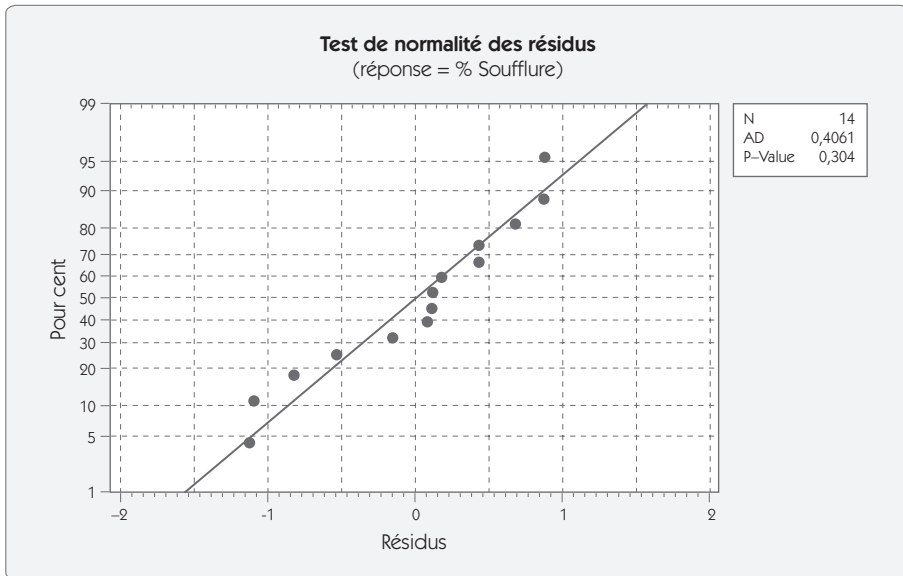
Au bout de deux pas en *Forward*, la régression avait trouvé le modèle le plus adapté.

### 6.4.5 Analyse des résidus

À l'issue de la régression multiple, les résidus  $e_i$  doivent être aléatoires. Il est utile de tester leur normalité (figure 5.72).



Figure 5.72 – Test de la normalité des résidus



Dans cet exemple, la valeur  $p$  est supérieure à 5 %, on peut donc retenir l'hypothèse d'une répartition aléatoire des résidus.

## 7. Les tests de Shainin

Dorian Shainin est un Américain qui a passé sa vie à résoudre des problèmes industriels. Il a mis au point un certain nombre de tests, très simple à utiliser et extrêmement performants. Le test *B to C* que nous avons déjà présenté fait partie de ces tests. Nous présentons dans ce paragraphe deux tests très utiles dans l'étape « Analyser » :

- Le test d'inversion
- Le test de comparaison par paires

## 7.1. Le test d'inversion

**Objectif du test** : déterminer quel est le composant coupable d'un problème qualité dans un assemblage **démontable**. Pour pouvoir réaliser ce test, on fait un certain nombre d'hypothèses :

- On dispose d'un produit bon A et d'un produit mauvais B. Plus ces produits seront extrêmes, mieux marchera le test.
- On sait mesurer la réponse à optimiser par une réponse continue.
- On est capable de démonter et de remonter le système.
- On dispose d'un certain nombre de composants suspects que l'on peut inverser entre le produit bon et le produit mauvais.

Ce test est très proche des démarches empiriques que l'on rencontre en milieu industriel. C'est une des raisons pour laquelle il est particulièrement apprécié. Pour conduire ce test on procède en 5 étapes.

### Étape 1 – Isoler les extrêmes

Mesurer un lot de produits, et isoler deux produits très éloignés Bon (B) et Mauvais (M).



#### Exemple

Une entreprise a un problème de bruit dans les moteurs qu'elle produit. Un moteur est constitué de cinq sous-ensembles que l'on notera I, J, K, L, M.

Sur deux jours de production, on a isolé deux moteurs B et M. Le moteur B est mesuré à 35 dB, le moteur M est mesuré à 47 dB. Il est particulièrement bruyant.

### Étape 2 – Identifier la variabilité

- Démonter et remonter les produits B et M une première fois, et mesurer.
- Démonter et remonter les produits B et M une seconde fois, et mesurer.

- Calculer l'étendue moyenne de démontage remontage  $\bar{R}$ .
- Calculer l'écart type de démontage remontage  $\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2^*}$

$d_2^*$  est égal à 1,806 pour 2 produits et 3 montages

- Faire le test de Fisher (test t) pour valider si les deux populations sont statistiquement différentes.

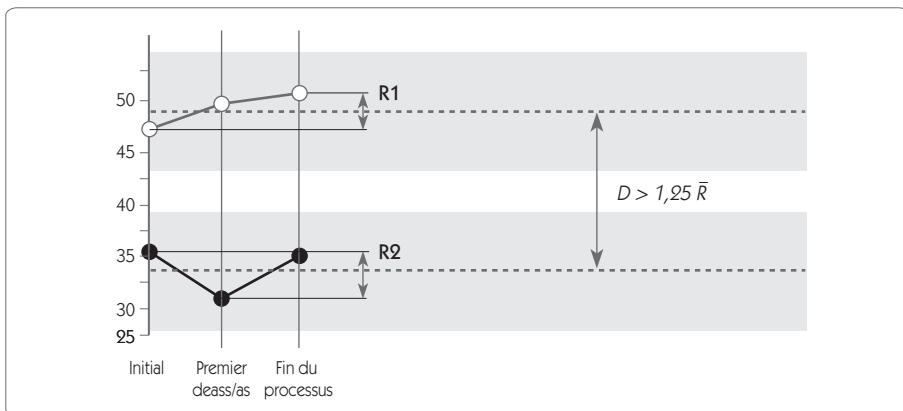
On vérifie si la différence entre les deux moyennes  $D > 1,25 \bar{R}$

Si OUI on suspecte les composants

Si NON on suspecte le montage.

- Calculer les deux plages de contrôle à  $\pm t \sigma$  (95 % de la population). Ces plages définissent les limites des variations aléatoires de démontage remontage. Pour que le test fonctionne bien, il est préférable que les deux plages ainsi définies soient bien séparées.

**Figure 5.73 – Définition des plages de variations aléatoires**





### Exemple

|                   | Moteur B | Moteur M |
|-------------------|----------|----------|
| Premier montage   | 35       | 47       |
| Second montage    | 31       | 49       |
| Troisième montage | 34       | 50       |
| Étendue           | 4        | 3        |
| Moyenne           | 33,33    | 48,67    |

$$d_2 = 1,806 \quad t_{0,95} \text{ pour 4 degrés de liberté } (2+2) = 2,776$$

- Étendue moyenne de démontage remontage  
 $\bar{R} = (4 + 3)/2 = 3,5$

- Écart type de démontage remontage

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2^*} = \frac{3,5}{1,806} = 1,94$$

- Test de Fisher

$$D = 48,67 - 33,33 = 15,34 > 1,25 \bar{R}$$

$$(= 1,25 \times 3,5 = 4,375)$$

On suspecte les composants

- Calcul des deux plages de contrôle à

$$\pm t \sigma = \pm 2,776 \times 1,94 = \pm 5,38$$

### Étape 3 – Échanger les constituants

On échange tour à tour les composants susceptibles de créer le défaut par démontage remontage et on mesure le résultat. Pour une plus grande efficacité, on fait les inversions en commençant par le composant le plus suspect.

- Si le M reste le M et le B reste le B, le composant échangé n'intervient pas.
- Si le M devient le B, et le B le M, le composant échangé et le principal responsable du défaut, on peut arrêter les échanges.

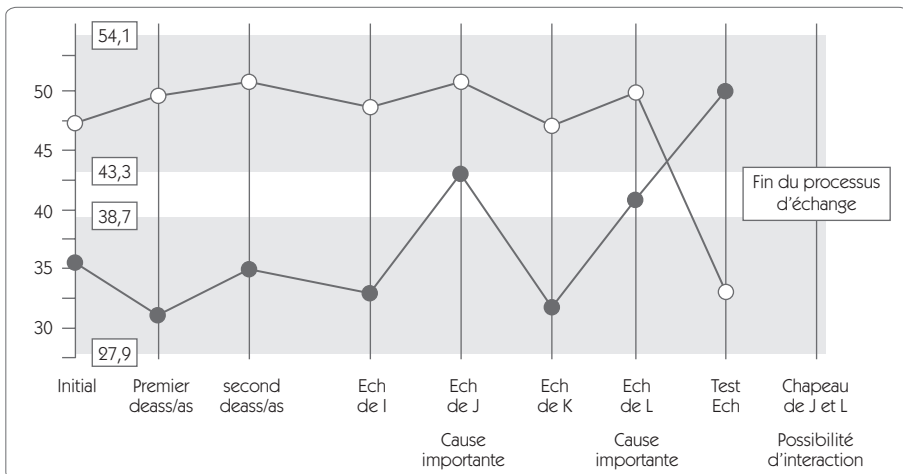
- S'il y a un échange partiel entre le composant M et B, le composant échangé n'est pas le seul responsable du défaut, il y a une interaction avec un autre composant, ou un cumul de deux effets il faut continuer l'échange.
- À chaque démontage remontage, on remet les pièces préalablement échangées dans leurs produits originaux pour s'assurer que les conditions initiales restent les mêmes.



### Exemple

- On a inversé le composant I, il ne s'est rien passé, il n'est donc pas coupable.
- On a inversé le composant J, cela a dégradé le produit bon mais sans améliorer le produit mauvais. Le composant J participe donc au défaut mais n'est pas le seul responsable.
- On a inversé le composant K, il ne s'est rien passé, il n'est donc pas coupable.
- On a inversé le composant L, cela a dégradé le produit bon mais sans améliorer le produit mauvais. Le composant J participe donc au défaut mais n'est pas le seul responsable.
- Tous les composants ont été inversés.

Figure 5.74 - Inversion des composant I à L



## Étape 4 – Faire l'essai chapeau de vérification

On inverse tous les composants qui ont une influence sur la réponse, on doit avoir une inversion totale des résultats



### Exemple

Les deux composants suspects sont les composants J et L. L'essai chapeau consiste à inverser simultanément ces deux composants.

L'inversion de ces deux composants créé l'inversion, le produit B passe dans la zone M, et le produit M passe dans la zone B. Nous avons donc bien piégé les deux coupables.

## Étape 5 – Plan d'expériences complet

À ce stade on connaît les coupables, mais on ne sait pas si on est en présence de l'addition de deux effets ou de la combinaison d'effets et d'interactions. Pour valider et chiffrer l'influence des facteurs déclarés significatifs par l'inversion, on réalise un plan complet pour déterminer les effets et les interactions de chaque facteur. (Le lecteur pourra se reporter au Chapitre 6 pour plus de détails sur les plans d'expériences)

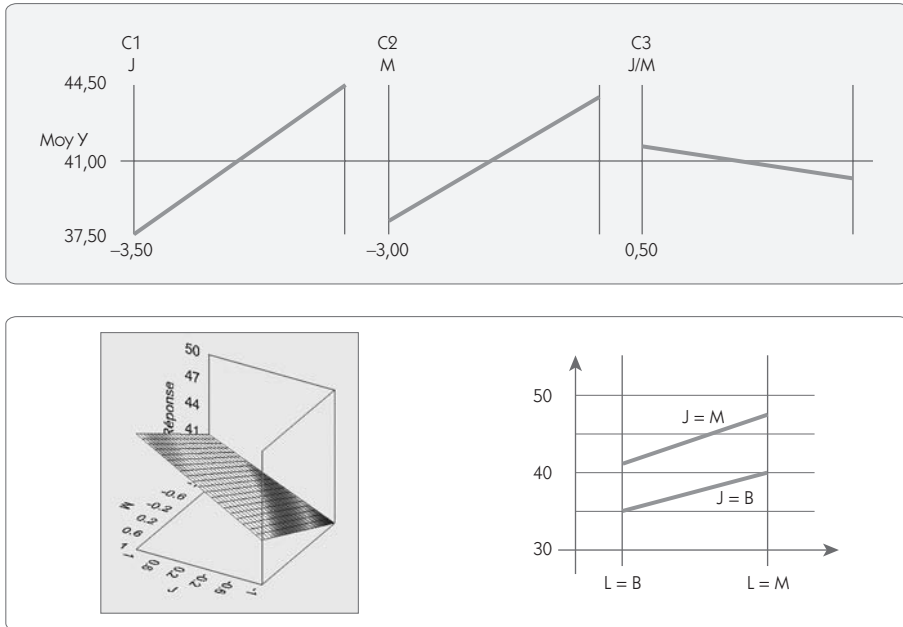


### Exemple

Les facteurs J et L ont été déclarés importants, on fait un plan complet deux facteurs à deux niveaux :

| N° | J | L | Réponse |
|----|---|---|---------|
| 1  | B | B | 35      |
| 2  | B | M | 40      |
| 3  | M | B | 41      |
| 4  | M | M | 48      |

Figure 5.75 – Plan d'expériences de validation



Remarque : Toutes les combinaisons du plan d'expériences ont été testées pendant l'inversion, il suffit de les identifier, en faire la moyenne et les insérer dans le plan d'expériences.

Dans l'exemple présenté, les deux segments de droite sont parallèles, il n'y a pas d'interaction mais simplement addition des deux effets des composants J et L. Avec seulement deux composants extrêmes on a pu, grâce à ce test, piéger les deux principales causes du bruit sur les moteurs

## 7.2 Le test de comparaison par paires

Le test de comparaison par paires est le pendant du test d'inversion lorsque l'on ne peut pas inverser les composants. Il consiste à comparer des paires de produits bons et mauvais en notant toutes les différences. En reproduisant plusieurs fois cette comparaison on peut identifier des différences qui se reproduisent systématiquement. Ce test est constitué de 5 étapes :

- **Étape 1** : Sélectionner un produit bon (B) et un produit mauvais (M) si possible fabriqués dans les mêmes conditions et en même temps et qui sont le plus éloignés possible.
- **Étape 2** : Observer toutes les différences entre ces deux unités B et M. Les différences peuvent être visuelles, dimensionnelles, électriques, mécaniques, chimiques... Surtout ne pas s'arrêter à la première différence constatée, mais faire une investigation complète en utilisant toutes les techniques (visuel, rayons X, microscope, test de destruction...)
- **Étape 3** : Observer une seconde paire B et M. Observer toutes les différences entre ces deux unités comme dans l'étape 2.
- **Étape 4** : Continuer l'observation sur d'autres paires jusqu'à ce que ressorte une typologie de défauts répétitifs.
- **Étape 5** : Négliger les observations qui montrent des directions contraires parmi les paires. Habituellement à la 5 ou 6ème paire, de fortes présomptions apparaissent sur les X coupables du défaut. Valider statistiquement la signification du test par un test de comparaison de fréquence.

D'un point de vue statistique, lorsqu'un caractère est présent sur les M et absent sur les B dans 4 paires, cela donne un niveau de signification de 1,5 %.



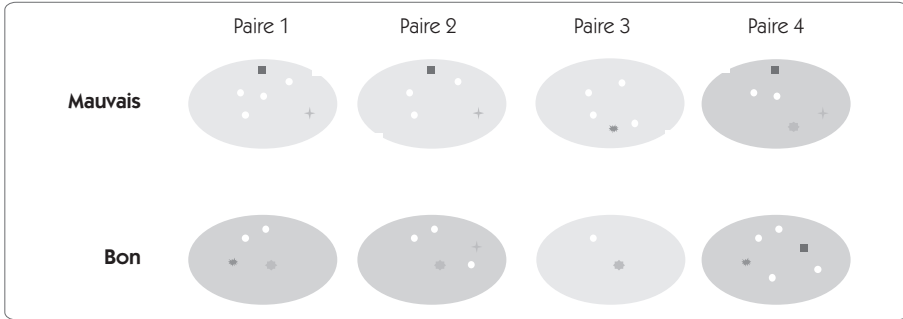
### Exemple

Dans l'exemple ci-dessous, dans la première paire on note un nombre important de différences. Sur l'ensemble des 4 paires, seul l'encoche sur le bord des ellipses est présente sur les 4 M et absente sur les 4 B.

Un test hypergéométrique avec  $n_1 = 4$   $x_1 = 0$   $n_2 = 4$   $x_2 = 4$  donne un écart significatif avec un risque alpha de 1,42 %



**Figure 5.76 – Comparaison par paires**



# Chapitre 6

---

## Étape 4 – Innover/améliorer

---

### 1. Introduction

Les trois premières étapes de l'application de la méthodologie Six Sigma nous ont permis de connaître les facteurs  $X$  responsables de la variabilité de  $Y$ . Durant ces trois premières étapes, on n'a pas modifié le processus en profondeur. Les modifications introduites n'ont porté pour l'instant que sur la réduction de la variabilité en figeant tous les facteurs qui pouvaient l'être (voir étape « Mesurer »).

Le temps est venu d'apporter des modifications en profondeur au processus afin d'atteindre l'objectif fixé au début du projet. Cette étape peut se scinder en trois phases :

- une phase de génération des solutions ;
- une phase d'expérimentation ;
- une phase d'analyse de risques.

Nous présentons dans ce chapitre les principaux outils permettant de traiter cette étape, et notamment les plans d'expériences.

## 2. Générer des solutions

La génération de solutions est le fruit d'un travail de groupe. De très nombreux outils ont été développés pour assister les groupes de travail dans ce domaine. Nous allons présenter deux de ces outils :

- le déballage d'idées (ou Brainstorming) qui permet de développer la créativité du groupe ;
- le vote pondéré qui permet de choisir parmi plusieurs solutions.

### 2.1 Le déballage d'idées

Le travail de groupe coûte cher, il faut donc qu'il soit efficace pour être rentable. Un déballage d'idées bien animé permet de gagner un temps précieux. Le principe de base en est de réunir un groupe pluridisciplinaire afin de provoquer une créativité par émulation. On distingue trois phases dans un déballage d'idées : la définition de l'objectif, le déballage, la classification.

#### Définir un objectif

Le déballage d'idées doit toujours commencer par une formulation claire et écrite de l'objectif de l'étude, ce dernier devant être accepté de façon consensuelle.

#### Déballage

Pendant le déballage d'idées, chaque membre du groupe évoque tous les éléments concernant le sujet qui lui passent par la tête. La critique des idées est interdite pendant le déballage, elle viendra en son temps. Pour être efficace, un animateur doit inscrire sur des bouts de papier les éléments au fur et à mesure qu'ils sortent et les afficher sur un mur à l'aide d'un adhésif repositionnable. Il est très important d'éviter les tableaux en papier, qui ne permettent pas de structurer efficacement le travail après le déballage. Dans un premier temps, les papiers sont collés en désordre sur le mur et énoncés clairement afin de donner des idées aux autres membres du groupe.

En général, il n'est pas très utile de poursuivre très longtemps le déballage. Souvent une demi-heure à une heure bien conduite suffit largement.

## Classification

Le déballage n'est en effet qu'une première étape. Il convient ensuite de classer les données écrites en vrac au tableau. Pour cela, on utilise des outils tels que le diagramme d'Ishikawa autour des cinq M ou un diagramme des affinités qui consiste à regrouper toutes les idées par proximité (par affinité). C'est au cours de ce classement que l'utilisation d'adhésifs repositionnables est appréciée. On élimine les redondances, parfois on démultiplie une idée qui est comprise différemment par deux personnes et, enfin, on regroupe sous la forme de macro-idées les éléments les plus proches.

## 2.2 Le vote pondéré

Le vote pondéré permet d'effectuer un tri parmi les différents éléments qui apparaissent après un déballage d'idées.

Supposons que lors d'une séance réunissant cinq personnes, 15 solutions potentielles aient été évoquées. Comme il n'est pas possible de mettre en place les 15 solutions, il faut choisir celles qui paraissent le plus efficaces. Afin d'éviter de longues et stériles discussions, on donne par exemple cinq droits de vote à chaque membre du groupe. Les cinq personnes réfléchissent individuellement et choisissent les cinq solutions qui leur semblent le plus efficaces. Après réflexion, chacun note au tableau les cinq solutions qu'il a retenues.

En général, à l'issue de ce vote, on trouve trois catégories de solutions :

- Celles qui ont reçu l'unanimité ou presque des votes. Ces solutions seront alors retenues, il n'est pas utile de perdre son temps à les discuter.
- Celles qui n'ont pas eu ou très peu de votes. Ces solutions ne seront pas retenues au moins dans un premier temps. Il n'est pas non plus utile de perdre son temps à discuter sur ces solutions.

- Celles qui obtiennent des avis partagés. Elles sont en général peu nombreuses et font l'objet de discussions au sein du groupe afin de savoir s'il faut les retenir ou non.

Dans sa forme la plus simple telle que nous venons de l'exposer, le vote ne prend que quelques minutes. Il permet en revanche de gagner parfois quelques heures de discussions ! On peut cependant avoir recours à un vote plus sophistiqué en incluant plusieurs critères. La figure 6.1 montre le résultat d'un vote dans lequel on a demandé à chaque membre de noter les idées de 1 à 5 selon trois critères : l'efficacité, le coût et le délai de réalisation. Chaque critère n'ayant pas la même importance, on affecte d'un poids différent l'efficacité (9), le coût (3) et le délai de réalisation (1). Les notes, qui apparaissent dans le tableau, sont les moyennes des notes données par chaque individu.

La note globale est obtenue en additionnant chaque note pondérée selon le poids du critère correspondant.

**Figure 6.1 – Résultat d'un vote pondéré**

| Solutions                     | Efficacité<br>(poids 5) | Coût<br>(poids 3) | Délai<br>(poids 1) | Note<br>globale |
|-------------------------------|-------------------------|-------------------|--------------------|-----------------|
| Changer le type de joint      | 4,2                     | 1,2               | 2,5                | 27,1            |
| Diminuer la rugosité          | 2,1                     | 1,7               | 3,6                | 19,2            |
| Changer le type de fluide     | 1,3                     | 1,3               | 1,2                | 11,6            |
| Rajouter une gorge            | 3,5                     | 2,5               | 2,1                | 27,1            |
| Modifier le diamètre de gorge | 2,8                     | 4,6               | 4,6                | 32,4            |

Ce vote montre que le meilleur compromis entre l'efficacité, le coût et le délai de mise en œuvre de la solution est réalisé par la solution « modifier le diamètre de gorge ». Bien sûr, dans ce type de vote, le choix des poids affectés à chaque critère demeure un point délicat, qui doit être bien évalué.

Une fois que l'on a choisi les solutions ou les paramètres qui doivent être modifiés pour atteindre notre objectif, il faut passer à la démarche expérimentale, lors de laquelle nous allons modifier le processus pour définir la meilleure configuration.

## 3. Les démarches expérimentales

### 3.1 L'importance de la démarche expérimentale

Dans toute démarche de progrès, l'expérimentation doit être privilégiée. Dans une relation  $Y = f(X)$ , nous devons rechercher une configuration optimale des  $X$  pour atteindre l'objectif sur  $Y$ . On peut s'enquérir de cette relation au niveau :

- de la recherche proprement dite pour découvrir de nouvelles relations ou comprendre une nouvelle technologie ;
- de la conception d'un produit dans le choix des composants et la détermination des caractéristiques ;
- de l'industrialisation pour le choix des paramètres, l'établissement des tolérances et la minimisation des coûts ;
- de l'optimisation des processus pour la résolution des problèmes.

Les étapes précédentes de la démarche ont permis d'identifier les facteurs clés et d'orienter la recherche de solutions, il va falloir maintenant être capable de tester ces dernières et d'optimiser les configurations au moyen d'expériences.

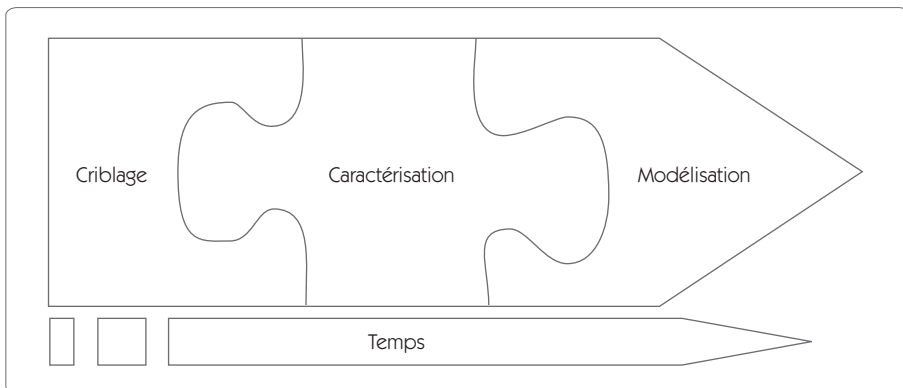
La conduite des expériences est une démarche naturelle d'optimisation. Mais cette phase expérimentale est trop souvent menée de façon informelle à partir d'essais décidés au coup par coup. En général, les démarches d'expérimentations traditionnelles présentent les inconvénients suivants :

- de nombreux essais, dont le coût est important ;
- une faible précision dans le résultat ;
- une absence de modélisation ;
- une solution non optimale.

Pourtant, depuis bien des décennies déjà, les études portant sur l'optimisation des démarches expérimentales ont donné lieu à des méthodes structurées : *les plans d'expériences*. Relativement simples à mettre en œuvre, ces démarches sont extrêmement efficaces pour améliorer la pertinence des essais réalisés en les limitant le plus possible.

La science des plans d'expériences, appelée parfois « expérimentique », est aujourd'hui très complète. Elle propose des solutions variées adaptées à tous les problèmes rencontrés dans le monde industriel. Il n'est pas de notre intention de couvrir l'ensemble des solutions proposées et nous décrivons dans ce chapitre les trois principaux types de plans d'expériences (figure 6.2).

**Figure 6.2 – Les grands types de plan d'expériences**



**Les plans de criblage :** les plans de criblage ont pour objet de découvrir parmi un grand nombre de facteurs  $X$  les quelques variables ayant une influence forte sur la réponse  $Y$ . Dans ce type de plan, on se contente de mettre en évidence les effets principaux (on parle de plans de résolution  $III$ ) en faisant varier les facteurs sur deux niveaux.

**Les plans de caractérisation :** dans ce type de plans, le nombre de facteurs est généralement limité. On cherche à mettre en évidence des relations plus complexes pour dégager certaines interactions entre les  $X$ . Les facteurs sont généralement étudiés sur deux niveaux et on parle de plans de résolution  $IV$  ou  $V$ .

**Les plans de modélisation** : la modélisation devient nécessaire lorsque l'on veut connaître la relation exacte entre deux ou trois facteurs  $X$  et  $Y$ . On cherche alors des relations complexes qui incluent interactions et effets quadratiques. On utilise des plans de résolution  $V$ , des plans complets, ou des plans en surface de réponse. Les facteurs sont étudiés sur plus de deux niveaux.

### 3.2 Étude d'un facteur à la fois

Dans un certain nombre d'expériences, on ne doit faire varier qu'un seul facteur  $X$  afin d'optimiser  $Y$ . Dans ces conditions, on cherchera néanmoins à apporter la preuve statistique de l'amélioration en réalisant un test statistique montrant que la nouvelle configuration du  $X$  apporte un changement significatif sur le  $Y$ . Tous les tests que nous avons présentés au chapitre 5, « Analyser » peuvent être appliqués :

- tests de comparaison de moyennes ;
- tests de comparaison de variances ;
- tests de comparaison de fréquences ;
- analyse de la variance.

### 3.3 Étude de plusieurs facteurs à la fois

Lorsque plusieurs facteurs doivent être modifiés, la démarche traditionnellement mise en œuvre consiste souvent à modifier successivement chacun des facteurs. On emploie alors la méthode « un facteur à la fois » de façon séquentielle. Ce n'est pourtant pas la bonne solution, ce pour deux raisons :

- la précision sur les résultats obtenus n'est pas optimale ;
- l'étude des interactions est difficile.

Lorsque plusieurs facteurs doivent être modifiés, il est préférable de modifier l'ensemble des facteurs en même temps dans un plan d'expériences optimisant le nombre d'essais.

Pour illustrer ce point, prenons l'exemple d'une presse à injecter avec l'étude de deux facteurs (figure 6.3). La réponse étudiée est la variation sur une cote de la pièce.



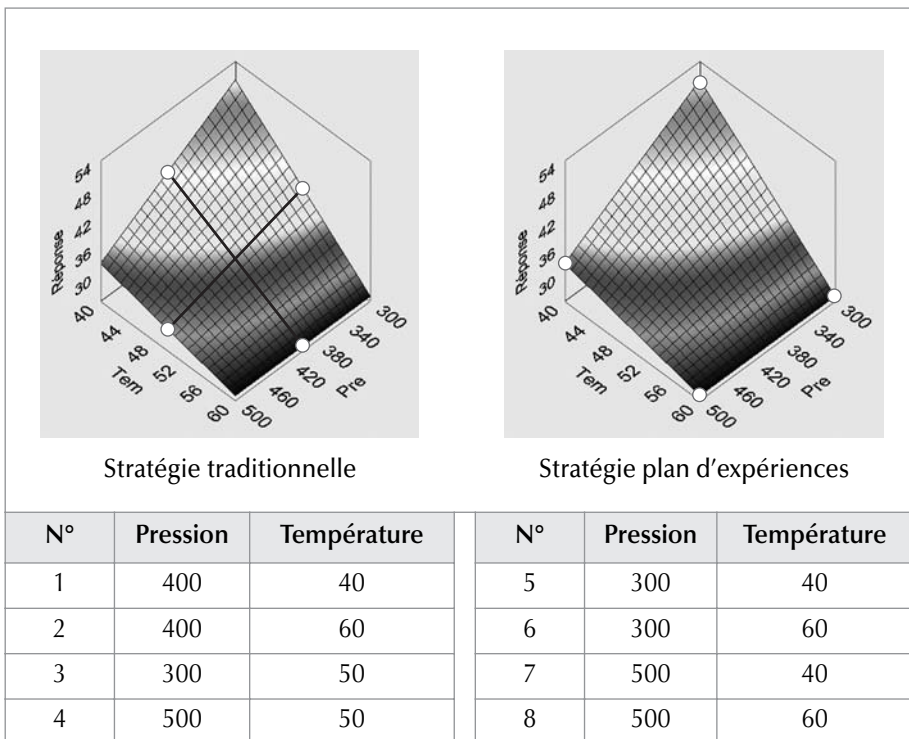
Figure 6.3 – Définition du domaine d'étude

| Facteur     | Mini | Maxi |
|-------------|------|------|
| Pression    | 300  | 500  |
| Température | 40   | 60   |

Comparons deux stratégies d'essais pour couvrir le domaine d'étude :

- la stratégie traditionnelle qui consiste à faire varier un facteur en plaçant l'autre facteur au niveau moyen ;
- la stratégie « plan d'expériences » qui consiste à se placer aux extrêmes du domaine d'étude.

Figure 6.4 – Les deux stratégies



## Définition d'une interaction

Il y a interaction lorsque l'effet d'un facteur dépend de l'état d'un autre facteur.

Sur le schéma de la figure 6.4, on va voir que, lorsque la pression passe de 500 à 300, la réponse  $Y$  monte légèrement. Mais en fait, comme il y a une interaction, lorsque la température est à 60, la pression n'a pas d'effet, alors que lorsque la température est à 40 le passage d'une pression de 500 à 300 modifie de façon importante la réponse.

Avec les quatre essais que propose la solution traditionnelle, il n'est pas possible de voir cette interaction, alors qu'elle apparaît de façon claire avec les quatre essais de la solution « plans d'expériences ».

## Précision sur les résultats

Si l'on veut calculer l'effet de la température dans le cas de la stratégie traditionnelle, il suffit de comparer le résultat de l'essai 2 au résultat de l'essai 1.

On calcule  $E_T = Y_2 - Y_1$

Dans la stratégie plans d'expériences, on doit faire la moyenne des deux écarts constatés entre  $Y_5/Y_6$  et  $Y_7/Y_8$

On calcule  $E_T = \frac{1}{2}[(Y_6 - Y_5) + (Y_8 - Y_7)]$

Comme il y a de la dispersion sur  $Y$  lorsque l'on fait des essais, cette dispersion se retrouvera forcément dans la précision de calcul des effets des facteurs. Si on suppose que la dispersion est uniforme dans le domaine d'étude, on a alors

$$\text{Variance}(Y_1) = [\dots] = \text{Variance}(Y_8) = \text{Variance}(Y).$$

Calculons la variance sur l'effet de la température dans les deux situations (rappelons que la variance a la propriété d'additivité – voir chapitre 5).

## Situation traditionnelle

$$V(E_R) = V(Y_2 - Y_1) = V(Y_2) + V(Y_1) = 2V(Y)$$

**Situation « plan d'expériences »**

$$E_T = V\left\{\frac{1}{2}[(Y_6 - Y_5) + (Y_8 - Y_7)]\right\}$$
$$= \frac{1}{4}[V(Y_6) + V(Y_5) + V(Y_8) + V(Y_7)] = V(Y)$$

On le constate, la variance sur l'effet (et donc la précision de la modélisation) sera deux fois plus faible dans la situation « plans d'expériences » que dans la situation traditionnelle.

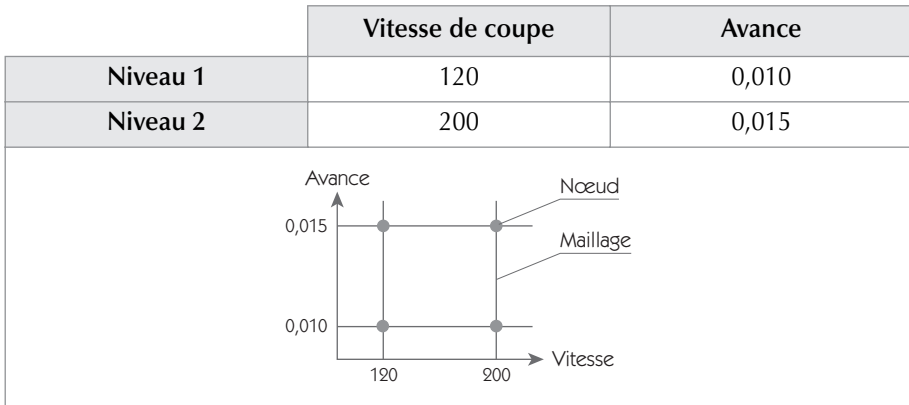
Ces deux avantages en matière d'étude des interactions et de précision des résultats font qu'on privilégie toujours la démarche « plans d'expériences » par rapport à la démarche « un facteur à la fois » lorsqu'une expérimentation concerne plusieurs facteurs.

## 4. Les plans d'expériences à 2 niveaux

Les plans d'expériences à 2 niveaux sont sans aucun doute les plans le plus utilisés compte tenu de leur pertinence en termes de résultats au vu du nombre d'essais réalisés.

### 4.1 Deux facteurs à 2 niveaux – plan complet

Considérons le problème de l'optimisation de la rugosité sur un processus de fabrication. Le *Black Belt* a identifié deux facteurs susceptibles d'améliorer le résultat (la vitesse de coupe et l'avance par tour). L'analyse technique le conduit à mener une expérience avec 2 niveaux par facteurs.

**Figure 6.5 – Définition du domaine d'étude**

Le plan complet consiste à étudier tous les nœuds du maillage du domaine d'étude, ce qui requiert donc quatre essais dans ce cas.

Le plan d'expériences s'écrit de la façon suivante :

**Figure 6.6 – Plan d'expériences 2 facteurs à 2 niveaux**

|         | Vitesse | Avance | Rugosité |
|---------|---------|--------|----------|
| Essai 1 | 120     | 0,010  | 10       |
| Essai 2 | 120     | 0,015  | 16       |
| Essai 3 | 200     | 0,010  | 4        |
| Essai 4 | 200     | 0,015  | 6        |

### Interprétation du plan d'expériences

Tableau des moyennes :

**Figure 6.7 – Tableau des moyennes**

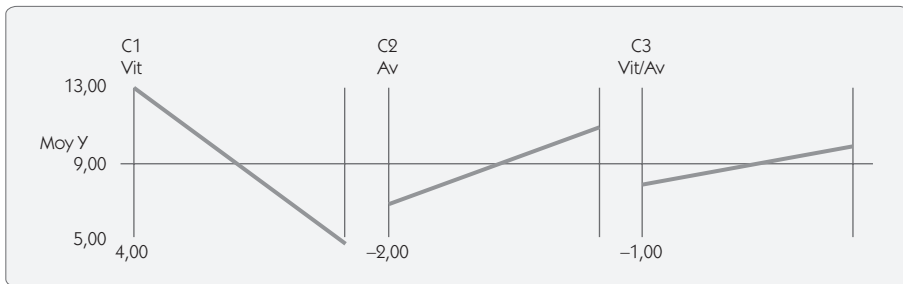
|          | Vitesse            | Avance           |
|----------|--------------------|------------------|
| Niveau 1 | $(10 + 16)/2 = 13$ | $(10 + 4)/2 = 7$ |
| Niveau 2 | 5                  | 11               |

Pour les deux facteurs, on peut calculer l'effet sur la réponse lorsqu'on passe le facteur du niveau 1 au niveau 2.

Lorsque la vitesse est au niveau 1, la pression est une fois à 1 et une fois à 2. De même, lorsque la vitesse est au niveau 2, la pression est une fois à 1 et une fois à 2. On peut donc comparer la moyenne des deux essais réalisés avec la vitesse à 1 et la moyenne des deux essais réalisés avec la vitesse à 2. Le tableau des moyennes peut se présenter graphiquement sous la forme du graphe des effets (figure 6.8). Le troisième graphe donne l'importance de l'interaction, nous y reviendrons.

### Graphe des effets

Figure 6.8 – Graphe des effets



### Tableau des interactions

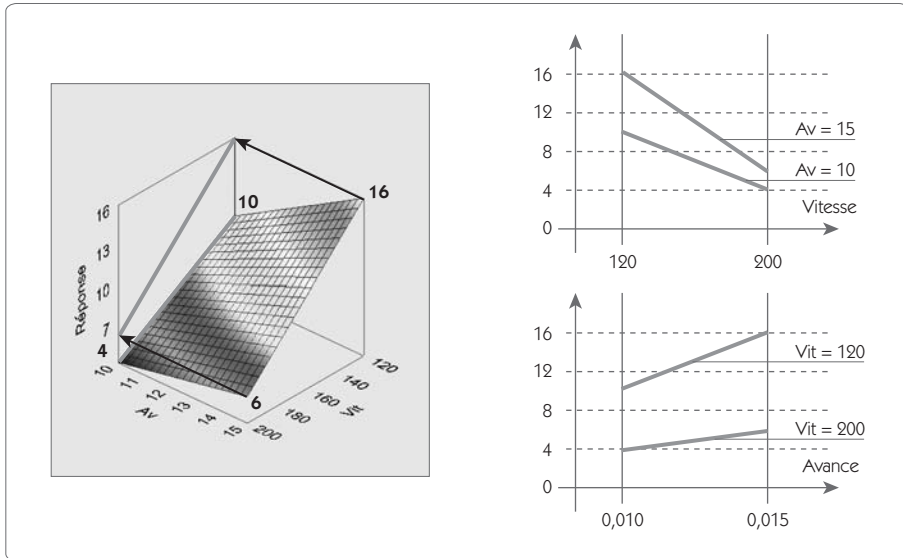
Figure 6.9 – Tableau des interactions

|             | Vitesse =120 | Vitesse = 200 |
|-------------|--------------|---------------|
| Avance = 10 | 10           | 4             |
| Avance = 15 | 16           | 6             |

Pour visualiser les interactions, il faut considérer les quatre combinaisons de configuration des facteurs. Dans ce cas simple, il s'agit de quatre essais réalisés. Dans des cas plus complexes, il faudra faire la moyenne de tous les essais réalisés dans la configuration considérée. Ce tableau des interactions se représente ainsi graphiquement (figure 6.10) :

## Graphe des interactions

Figure 6.10 – Graphe des interactions



Pour visualiser l'interaction entre les deux variables  $X$ , il faut un graphe en trois dimensions pour représenter les deux  $X$  et la variable  $Y$ .

Les logiciels de plans d'expériences permettent en général d'obtenir cette représentation en 3D (figure 6.10) ainsi qu'une projection suivant un des axes  $X$ . Il y a interaction lorsque les deux segments de droites sur la projection ne sont pas parallèles, ce qui est le cas dans la figure 6.10.

### Représentation polynomiale de la surface de réponse

Dans la plupart des situations, une interprétation graphique à partir des graphes des effets et des interactions couplée à une analyse de la variance suffit pour interpréter correctement un plan d'expériences. On peut cependant parfois avoir besoin de l'équation de la surface de réponse pour procéder à une optimisation.

Pour représenter une telle surface (figure 6.10), on doit rechercher un modèle polynomial de type :

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 \times Vit + \alpha_2 \times Av + \alpha_3 \times Vit \times Av$$

## Calcul du modèle – Méthode 1

Une première solution consiste à utiliser la *régression linéaire multiple* que nous avons développée au chapitre 5, *Analyser*.

Nous avons montré que si on écrit le plan d'expériences sous la forme matricielle :

$$Xa = Y \text{ ou encore } \begin{bmatrix} 1 & 120 & 0,010 & 120 \times 0,010 \\ 1 & 120 & 0,015 & 120 \times 0,015 \\ 1 & 200 & 0,010 & 200 \times 0,010 \\ 1 & 200 & 0,015 & 200 \times 0,015 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 16 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Voici la solution de la résolution du système d'équations :

$$\hat{a} = (X^tX)^{-1}.X^tY \text{ soit } \hat{a} = \begin{bmatrix} -5 \\ 0,025 \\ 2\,400 \\ -10 \end{bmatrix}$$

Ce qui donne comme polynôme :

$$Y = -5 + 0,025 \times Vit + 2\,400 \times Av - 10Vit \times Av$$

Ce polynôme permet de prévoir une réponse non testée dans le domaine d'étude. Prenons par exemple une vitesse de 130 et une avance de 0,012, on calcule :

$$Y = -5 + 0,025 \times 130 + 2\,400 \times 0,012 - 10 \times 130 \times 0,012 = 11,45$$

Dans cette représentation polynomiale, les coefficients  $\alpha$  sont difficilement interprétables car ils dépendent de l'unité de la vitesse et de la pression. En général, pour pouvoir comparer ces coefficients, on préfère utiliser une unité standard dans laquelle le domaine d'étude varie de -1 à 1.

Figure 6.11 – Domaine d'étude standardisé

|             | Unités du problème |             | Unités codées |             |
|-------------|--------------------|-------------|---------------|-------------|
|             | Niveau bas         | Niveau haut | Niveau bas    | Niveau haut |
| Vitesse     | (1) 120            | (2) 200     | - 1           | 1           |
| Avance      | (1) 0,010          | (2) 0,015   | - 1           | 1           |
| Interaction | (1)                | (2)         | 1             | - 1         |

La matrice  $X$  devient alors 
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
 et le vecteur  $\hat{a} = \begin{bmatrix} 9 \\ -4 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

Ce qui donne comme polynôme :  $Y = 9 - 4Vit' + 2Av' - Vit'AV'$



## Interprétation

### Interprétation des coefficients

Dans cette nouvelle unité standard, les coefficients sont beaucoup plus facilement interprétables. Ils sont comparables entre eux et correspondent aux pentes du graphe des effets et de la représentation en surface de réponse (figure 6.13).

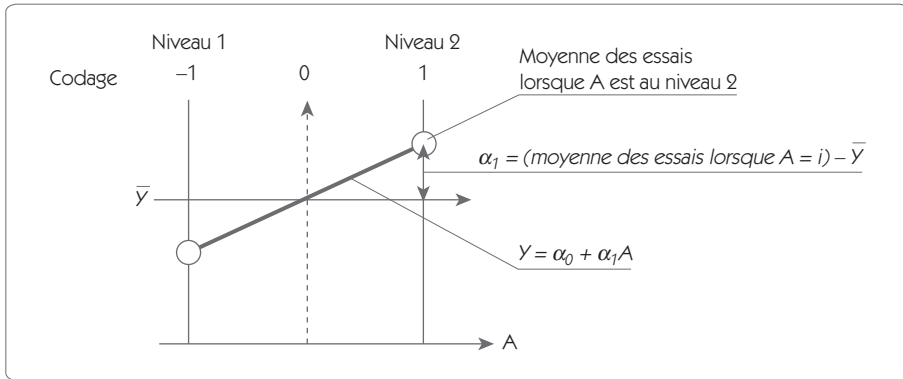
L'interaction apparaît comme étant l'écart entre le plan moyen et la surface de réponse réelle.

## Calcul du modèle – Méthode 2

On peut également calculer les coefficients du polynôme en unités codées en s'appuyant sur les propriétés graphiques de la surface de réponse lorsque le domaine d'étude varie entre  $-1$  et  $1$ .



Figure 6.12 – Calcul des effets



Lorsqu'il n'y a qu'un seul facteur, le polynôme revient à l'équation d'une droite et on peut procéder aux calculs suivants.

#### Effet d'un facteur A au niveau i

$$E_{Ai} = (\text{Moyenne des essais lorsque } A = i) - \bar{Y}$$

Exemple :  $E_{Vit2} = 5 - 9 = -4$        $E_{Av2} = 11 - 9 = 2$

#### Interaction lorsque A = i et B = j

L'interaction est définie comme étant l'écart entre le plan moyen et la surface de réponse (figure 6.13). On peut donc calculer :

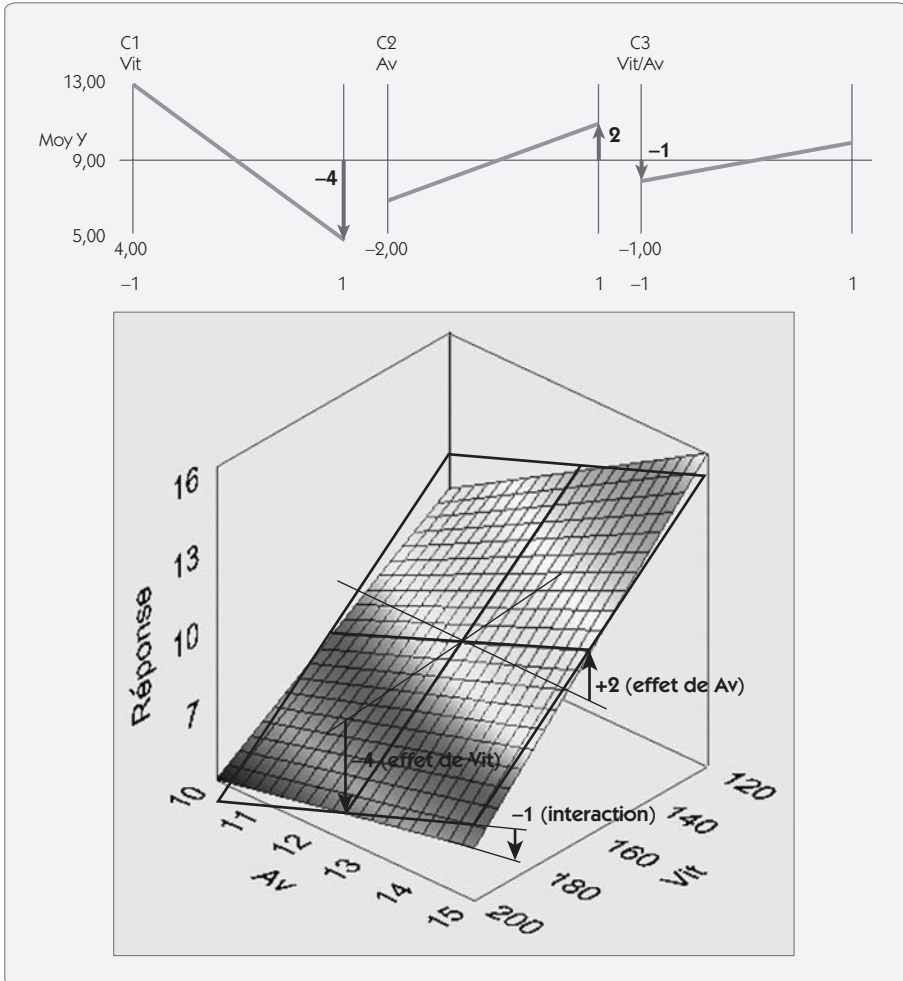
$$I_{AiBj} = (\text{Moyenne des essais lorsque } A = i) - E_{Ai} - E_{Bj} - \bar{Y}$$

avec  $\bar{Y}$  la moyenne générale de tous les essais.

Exemple :  $I_{Vit2Av2} = 6 - (-4) - (2) - 9 = -1$

Ce qui permet de trouver l'équation :  $Y = 9 - 4Vit' + 2Av' - Vit'AV'$

Figure 6.13 – Interprétation graphique des coefficients



## Plan complet deux facteurs à 2 niveaux et table $L_4$ de Taguchi

Le plan complet deux facteurs à 2 niveaux est donné dans les tables de Taguchi qui sont rappelées dans le chapitre 10 de notre ouvrage.

Figure 6.14 – Table  $L_4$  de Taguchi et graphe associé

|   | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 2 |
| 3 | 2 | 1 | 2 |
| 4 | 2 | 2 | 1 |

La table donne la configuration des essais à réaliser. Dans un graphe de Taguchi, les facteurs sont représentés par des ronds et l'interaction entre deux facteurs est signifiée par un trait.

Le graphe de Taguchi indique que si l'on place les facteurs dans les colonnes (1) et (2) (les ronds dans le graphe) l'interaction se trouve dans la colonne (3) (le trait). Dans le graphe des effets (figure 6.8), on a représenté l'effet de cette troisième colonne qui correspond à l'effet de l'interaction.

Pour retrouver la colonne d'interaction avec les notations 1/2, on utilise la règle mnémotechnique suivante :

|             | A | B | AB |
|-------------|---|---|----|
| (1)×(1) ➤ 1 | 1 | 1 | 1  |
| (1)×(2) ➤ 2 | 1 | 2 | 2  |
| (2)×(1) ➤ 2 | 2 | 1 | 2  |
| (2)×(2) ➤ 1 | 2 | 2 | 1  |

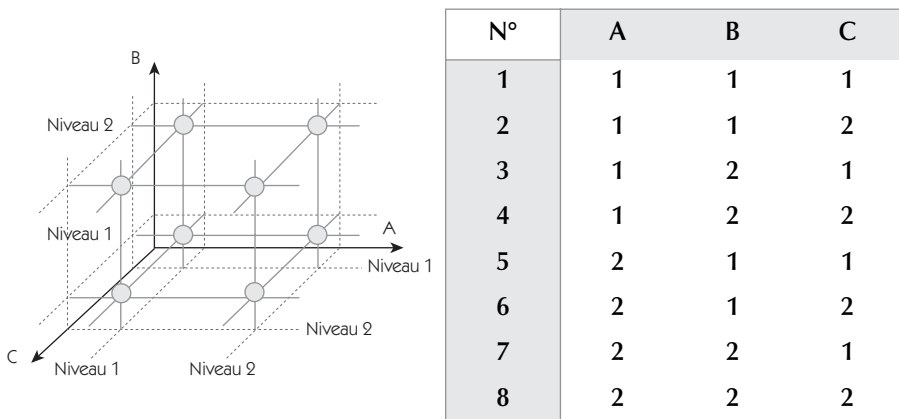
Pour retrouver la colonne d'interaction avec les notations - 1/1 on utilise la règle mnémotechnique suivante :

|  |   |    |    |    |
|--|---|----|----|----|
|  |   | A  | B  | AB |
| $(-1) \times (-1) \blacktriangleright 1$ | 1 | -1 | -1 | 1  |
| $(-1) \times (1) \blacktriangleright -1$ | 2 | -1 | 1  | -1 |
| $(1) \times (-1) \blacktriangleright -1$ | 3 | 1  | -1 | -1 |
| $(1) \times (1) \blacktriangleright 1$   | 4 | 1  | 1  | 1  |

## 4.2 Trois facteurs à 2 niveaux – plan complet

L'étude de trois facteurs à 2 niveaux avec un plan complet consiste à réaliser tous les nœuds du maillage d'un cube (figure 6.15), soit  $2^3 = 8$  essais. On peut généraliser au plan complet de  $k$  facteurs à  $n$  niveaux, qui nécessitera  $n^k$  essais.

Figure 6.15 – Plan d'expériences trois facteurs à 2 niveaux



Pour illustrer l'utilisation d'un plan d'expériences de trois facteurs à 2 niveaux, nous prendrons l'exemple d'un plan d'expériences réalisé sur une presse à injecter qui possède seize empreintes. L'objectif est de *minimiser* la dispersion mesurée sur une cote sur l'ensemble des seize pièces de la moulée. Pour rendre le résultat plus précis, on répète trois fois chaque expérience.

**Figure 6.16 – Domaine d'étude**

| Facteur     | Nom court | Niveau 1 | Niveau 2 |
|-------------|-----------|----------|----------|
| Pression    | P         | 350      | 600      |
| Température | T         | 40       | 60       |
| Lubrifiant  | L         | Avec     | Sans     |

La table présentée ci-après (figure 6.17) montre le plan d'expériences. L'interprétation du plan consiste à déterminer les facteurs et les interactions significatives afin de les placer au niveau qui optimise la dispersion.

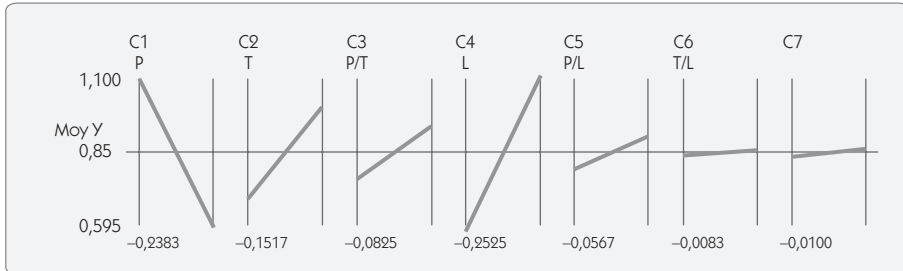
**Figure 6.17 – Plan d'expériences**

| N° | P       | T      | P*T | L        | P*L | T*L | P*T*L | Y1   | Y2   | Y3   |
|----|---------|--------|-----|----------|-----|-----|-------|------|------|------|
| 1  | (1) 350 | (1) 40 | 1   | (1) Avec | 1   | 1   | 1     | 0,4  | 0,71 | 0,46 |
| 2  | (1) 350 | (1) 40 | 1   | (2) Sans | 2   | 2   | 2     | 1,15 | 1,15 | 1,24 |
| 3  | (1) 350 | (2) 60 | 2   | (1) Avec | 1   | 2   | 2     | 1,02 | 0,96 | 1,11 |
| 4  | (1) 350 | (2) 60 | 2   | (2) Sans | 2   | 1   | 1     | 1,43 | 1,48 | 1,92 |
| 5  | (2) 600 | (1) 40 | 2   | (1) Avec | 2   | 1   | 2     | 0,57 | 0,13 | 0,34 |
| 6  | (2) 600 | (1) 40 | 2   | (2) Sans | 1   | 2   | 1     | 0,87 | 0,67 | 0,66 |
| 7  | (2) 600 | (2) 60 | 1   | (1) Avec | 2   | 2   | 1     | 0,59 | 0,58 | 0,27 |
| 8  | (2) 600 | (2) 60 | 1   | (2) Sans | 1   | 1   | 2     | 0,92 | 0,65 | 1,06 |

### Tableau des moyennes et graphe des effets

| N°       | P      | T      | P*T    | L      | P*L    | T*L    | P*T*L  |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Niveau 1 | 1,0860 | 0,6958 | 0,7650 | 0,5950 | 0,7908 | 0,8392 | 0,8367 |
| Niveau 2 | 0,6092 | 0,9992 | 0,9300 | 1,1000 | 0,9042 | 0,8558 | 0,8583 |

Figure 6.18 – Graphe des effets



On obtient le tableau des moyennes en réalisant la moyenne de tous les essais lorsque l'action (facteur ou interaction) est placée au niveau considéré. Ainsi, « 1,086 » est la moyenne des 4 premières lignes d'essais (12 essais).

Le graphe des effets montre que les trois facteurs, ainsi que deux interactions, semblent significatifs. Pour pouvoir conclure, il faut faire l'analyse de la variance (figure 6.19) qui permet de conclure sur le niveau de signification d'un effet. Le lecteur se reportera au chapitre 5, « Analyser », pour une description de l'analyse de la variance.

Dans l'exemple traité, seule l'interaction  $P*T$  est significative (niveau de risque  $\alpha = 0,035 < 0,05$ ). Les autres interactions ne sont pas significatives, on ne les tracera pas.

Figure 6.19 – Analyse de la variance

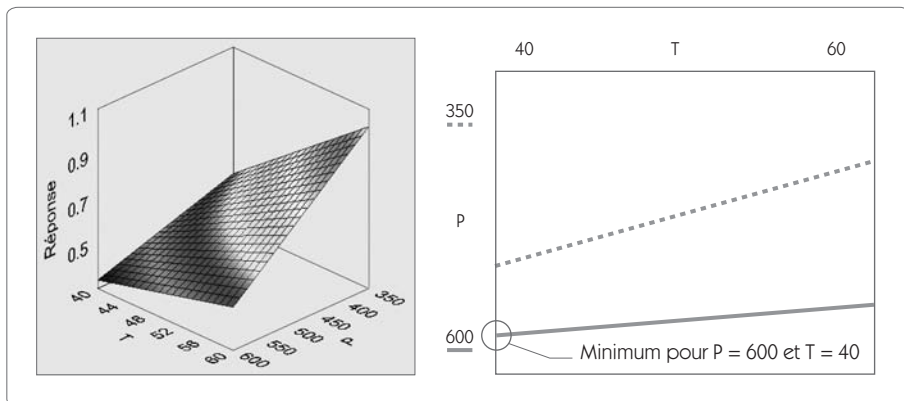
| Col. | Source  | S <sup>2</sup> | ddl | Var   | F     | F <sub>lim</sub> | p     | Contrib. | Conclusion   |
|------|---------|----------------|-----|-------|-------|------------------|-------|----------|--------------|
| 1    | P       | 1,363          | 1   | 1,363 | 44,13 | 4,494            | 0,000 | 32,6 %   | Significatif |
| 2    | T       | 0,552          | 1   | 0,552 | 17,87 | 4,494            | 0,001 | 13,2 %   | Significatif |
| 3    | P*T     | 0,163          | 1   | 0,163 | 5,29  | 4,494            | 0,035 | 3,9 %    | Significatif |
| 4    | L       | 1,530          | 1   | 1,530 | 49,53 | 4,494            | 0,000 | 36,6 %   | Significatif |
| 5    | P*L     | 0,077          | 1   | 0,077 | 2,49  | 4,494            | 0,134 | 1,8 %    | Non signif.  |
| 6    | T*L     | 0,001          | 1   | 0,001 | 0,05  | 4,494            | 0,819 | 0,0 %    | Non signif.  |
| 7    | P*T*L   | 0,002          | 1   | 0,002 | 0,09  | 4,494            | 0,767 | 0,0 %    | Non signif.  |
|      | Résidus | 0,494          | 16  | 0,494 |       |                  |       | 11,8 %   |              |
|      | Total   | 4,185          | 23  |       |       |                  |       |          |              |

### Tableau des interactions et graphe des interactions

On ne s'intéresse qu'à l'interaction  $P*T$  jugée significative.

|                | Tempé = 40 | Vitesse = 60 |
|----------------|------------|--------------|
| Pression = 350 | 0,852      | 1,320        |
| Pression = 600 | 0,540      | 1,100        |

Figure 6.20 – Interaction Pression\*Température



## Modélisation polynomiale

En ne conservant que les facteurs significatifs, on calcule facilement un modèle polynomial du comportement du processus dans les unités standardisées ( $-1/1$ ) :

$$Y = 0,8475 - 0,2383P + 0,1517T + 0,2525L - 0,0825P*T$$

On procède au calcul des effets de P avec la méthode matricielle ou avec la méthode du calcul des effets. Par exemple :

$$E_{P2} = 0,6092 - 0,8475 = -0,2383$$

## Optimisation

L'objectif du plan d'expériences est de minimiser la réponse. La meilleure configuration consiste à :

- augmenter la pression ( $P = 600$ ) ;
- diminuer la température ( $T = 40$ ) ;
- utiliser le lubrifiant ( $L = \text{Avec} - \text{Niveau } 1$  ; figure 6.18).

### 4.3 Trois facteurs à 2 niveaux – plan fractionnaire

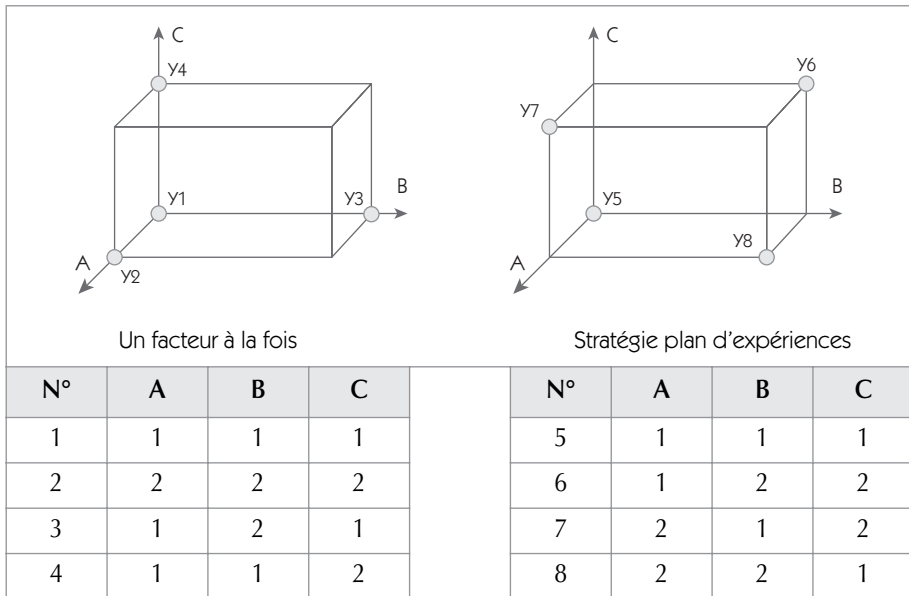
Dans le cas où on suppose que seuls les effets de premier ordre sont significatifs et que toutes les interactions sont nulles (ou faibles devant l'effet des facteurs), on peut modéliser les comportements du système en appliquant :

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1A + \alpha_2B + \alpha_3C$$

Ce modèle comporte 4 inconnus ( $\alpha_0 \dots \dots \alpha_3$ ), il suffit donc de faire quatre essais. Comparons deux stratégies à quatre essais qui permettent d'étudier un modèle sans interaction.



Figure 6.21 – Deux stratégies de plans fractionnaires



Dans la première stratégie, on réalise un essai de référence (1) et on modifie à chaque essai un facteur par rapport à cette référence.

- l'effet du facteur A est calculé par  $E_A = Y_2 - Y_1$
- la variance sur l'effet de A est calculée par  $V(E_A) = V(Y_2) + V(Y_1) = 2V(Y)$

Dans la seconde stratégie lorsqu'un facteur est placé à un niveau, tous les autres facteurs sont placés autant de fois au niveau 1 qu'au niveau 2. On dit qu'on a un plan orthogonal. Cette configuration correspond aux 3 colonnes de la table  $L_4$  de Taguchi.

On peut calculer :

- l'effet de A par  $E_A = 1/2[(Y_7 + Y_8) - (Y_6 + Y_5)]$
- la variance sur l'effet de A  $V(E_A) = 1/4[V(Y_7) + V(Y_8) + V(Y_6) + V(Y_5)] = V(Y)$

Dans ce cas, la variance sur l'effet de A est deux fois plus faible dans la stratégie « plan d'expériences » que dans la stratégie « un facteur à la fois ».

## Plan d'expériences sur la presse à injecter avec un plan fractionnaire

Supposons que l'on souhaite étudier le plan d'expériences de la presse à injecter (figure 6.17) avec un plan d'expériences fractionnaire à quatre essais (figure 6.22). Les quatre essais font partie des huit essais du plan complet.

Figure 6.22 – Plan fractionnaire à 4 essais

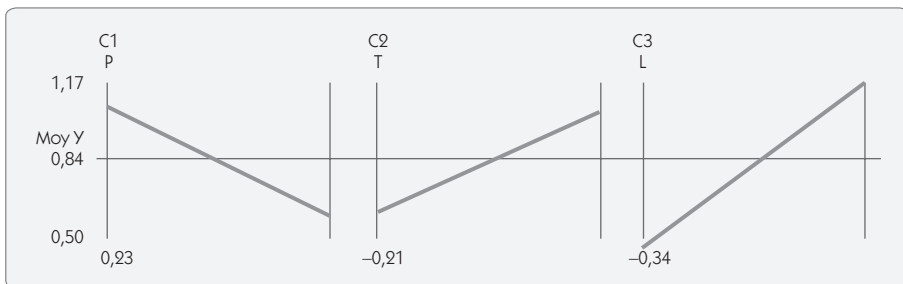
| N° | P       | T      | P*T | L        | P*L | T*L | P*T*L | Y1   | Y2   | Y3   |
|----|---------|--------|-----|----------|-----|-----|-------|------|------|------|
| 1  | (1) 350 | (1) 40 | 1   | (1) Avec | 1   | 1   | 1     | 0,4  | 0,71 | 0,46 |
| 4  | (1) 350 | (2) 60 | 2   | (2) Sans | 2   | 1   | 1     | 1,43 | 1,48 | 1,92 |
| 6  | (2) 600 | (1) 40 | 2   | (2) Sans | 1   | 2   | 1     | 0,87 | 0,67 | 0,66 |
| 7  | (2) 600 | (2) 60 | 1   | (1) Avec | 2   | 2   | 1     | 0,59 | 0,58 | 0,27 |

Le traitement du plan donne ceci.

## Graphe des effets

Figure 6.23 – Graphe des effets

| N°       | P     | T     | L     |
|----------|-------|-------|-------|
| Niveau 1 | 1,067 | 0,628 | 0,502 |
| Niveau 2 | 0,607 | 1,045 | 1,172 |



## Analyse de la variance

Figure 6.24 – ANAVAR

| Col. | Source  | S <sup>2</sup> | ddl | Var   | F     | F <sub>lim</sub> | p     | Contrib. | Conclusion   |
|------|---------|----------------|-----|-------|-------|------------------|-------|----------|--------------|
| 1    | P       | 0,63           | 1   | 0,63  | 17,3  | 5,32             | 0,003 | 22,67 %  | Significatif |
| 2    | T       | 0,52           | 1   | 0,52  | 14,19 | 5,32             | 0,006 | 18,6 %   | Significatif |
| 3    | L       | 1,35           | 1   | 1,35  | 36,69 | 5,32             | 0,000 | 48,2 %   | Significatif |
| 4    | Résidus | 0,294          | 8   | 0,037 |       |                  |       | 10,5 %   |              |
| 5    | Total   | 2,80           | 11  |       |       |                  |       |          |              |

### Modélisation

On trouve comme équation de la surface de réponse :

$$Y = 0,837 - 0,23P' + 0,208T' = 0,335T'$$

On retrouve facilement ces coefficients par la formule

$$E_{Ai} = (\text{Moyenne des essais lorsque } A = i) - \bar{Y}$$

$$E_{P2} = 0,607 - 0,837 = -0,230$$

$$E_{T2} = 1,045 - 0,837 = 0,208$$

$$E_{L2} = 1,172 - 0,837 = 0,335$$

### Notion d'alias

Lorsqu'on regarde le plan fractionnaire à quatre essais (figure 6.22), on constate que la colonne d'interaction  $P^*T$  est identique à la colonne  $L$ . De même,  $P^*L$  est confondu à  $T$  et  $T^*L$  est confondu à  $P$ . Lorsque deux actions sont confondues, on dit que ce sont des *alias*. En fait, lorsqu'on calcule l'effet de  $L$ , on calcule l'effet cumulé de  $L$  et  $P^*T$ . On le constate dans l'effet :  $0,335 = 0,2525 + 0,0825$

C'est la même chose avec  $T$  et  $P^*L$ ,  $L$  et  $P^*T$ , mais comme ces deux interactions ne sont pas significatives, l'erreur est beaucoup plus faible, et n'influe pas sur le résultat de la table  $L_4$ .

On peut donc établir le tableau des alias :

**Figure 6.25 – Tableau des alias**

| Action    | Alias | Signification  |
|-----------|-------|--|
| Constante | P*T*L | Lorsqu'on calcule la constante, on calculera en fait la constante + l'effet de P*T*L |
| P         | T*L   | Lorsqu'on calcule l'effet de P, on calculera en fait P + l'effet de T*L              |
| T         | P*L   | Lorsqu'on calcule l'effet de T, on calculera en fait T + l'effet de P*L              |
| L         | P*T   | Lorsqu'on calcule l'effet de L, on calculera en fait L + l'effet de P*T              |

Dans cet exemple, l'interaction  $P*T$  est relativement faible devant l'effet du facteur  $L$ . L'erreur commise ne remet pas en question les conclusions si l'on souhaite minimiser la réponse. Cependant, en cas d'interaction forte, on peut commettre de graves erreurs d'interprétation si on utilise un plan fractionnaire.

### Comment se rendre compte de l'erreur ?

Pour valider un plan d'expériences fractionnaire, il est indispensable de faire un essai de confirmation *en dehors des essais du plan*. Dans l'exemple traité, l'objectif est de minimiser la réponse (dispersion sur l'ensemble des seize pièces d'une même moulée). Le graphe des effets (figure 6.23) montre clairement que la solution consiste à fixer :

- la pression au maximum (600) ;
- la température au minimum (40) ;
- la lubrification au niveau 1 (Avec).

Or cet essai n'a pas été réalisé ! En faisant l'essai de confirmation – essai n° 5 du plan complet (figure 6.17) –, on trouve une moyenne de 0,347.

La prévision de la réponse avec le modèle obtenu avec la table  $L_4$  donne :

$$Y = 0,837 - 0,23(1) + 0,208(-1) + 0,335(-1) = 0,086$$

L'erreur est donc de  $0,347 - 0,086 = 0,283$ .

La variance résiduelle est de 0,037 (figure 6.24), soit un écart type de  $\sqrt{0,037} = 0,192$

Pour évaluer l'importance de l'erreur, on peut calculer l'écart en nombre d'écart types en tenant en compte que la valeur 0,347 est une moyenne de 3 valeurs :

$$\text{Erreur standardisée} = \frac{0,283}{0,192/\sqrt{3}} = 2,54$$

Dans cet exemple, l'erreur standardisée étant inférieure à 4, il est difficile de conclure que le modèle est inadéquat. Si cela avait été le cas, il faudrait réaliser les trois essais manquants (2, 3, 8) pour compléter le plan complet (figure 6.17).

On peut noter dans l'exemple que nous avons traité que, même si on fait une erreur, il est toujours possible de passer au plan complet. On dit que l'on « désaliasse » le plan. On peut retrouver cette stratégie sur la table de construction des plans à deux niveaux (figure 6.27) pour la ligne trois facteurs. On note que l'on peut commencer par les quatre essais du plan fractionnaire et compléter le calcul, si besoin est, pour retomber sur le plan complet.

## 4.4 Construction d'un plan fractionnaire à 2 niveaux

### 4.4.1 Notion de résolution des plans d'expériences

Figure 6.26 – Résolution et alias

| Situation de confusion d'actions   | Résolution | Qualité              |
|--|------------|----------------------|
| On trouve au moins un facteur confondu avec une interaction d'ordre II.<br><i>A alias BC</i><br><i>I II</i>  | III        | ☹<br>Criblage        |
| Les facteurs sont confondus avec les interactions d'ordre III.<br><i>A alias BCD</i><br><i>I III</i><br>Les interactions d'ordre II sont confondues avec d'autres interactions d'ordre II.<br><i>AB alias CD</i><br><i>II II</i>   | IV         | ☺<br>Caractérisation |
| Les facteurs sont confondus avec les interactions d'ordre IV.<br><i>A alias BCDE</i><br><i>I IV</i><br>Les interactions d'ordre II sont confondues avec d'autres interactions d'ordre III.<br><i>AB alias CDE</i><br><i>II III</i> | V          | ☺<br>Modélisation    |

On vient de voir qu'il peut être risqué de mélanger dans un plan d'expériences fractionnaires des effets de premier ordre  $A$  avec des effets de second ordre  $AB$ . Ces plans sont appelés des plans de résolution  $III$ . En revanche, les interactions de troisième ordre de type  $ABC$  sont en général d'un ordre de grandeur très faible par rapport aux effets de premier ordre. L'erreur est donc très faible si, dans un plan d'expériences, on mélange un effet  $A$  avec une interaction  $BCD$ . Ces plans sont appelés des plans de résolution  $IV$ .

Les plans de résolution  $V$  seront encore moins risqués : on mélange les effets de premier ordre  $A$  avec des interactions de quatrième ordre  $BCDE$ . En fait, un plan de résolution  $V$  est quasiment identique à un plan complet. Ils sont cependant onéreux car ils demandent de nombreux essais pour les réaliser.

Figure 6.27 – Utilisation des plans à 2 niveaux – Résumé

La notation utilisée de quatre étoiles à une étoile est attribuée en fonction :

- du risque encouru de confondre un effet avec une interaction de second ordre ;
- de la possibilité de désaliasser tout en restant dans des plans à moins de vingt essais ;
- de l'efficacité du plan (nombre de ddl/nombre d'essais).

|                    |         | Table L <sub>4</sub>   | Table L <sub>8</sub>   | Table L <sub>16</sub>   | Table L <sub>12</sub>   |
|--------------------|---------|--|--|---|---|
| Nombre de facteurs | 2       | ****<br>• Plan complet<br>• Aucun risque   |  |   |   |
|                    | 3       | ***<br>• Fractionnaire, résolution III<br>• Facile à désaliasser en passant au plan complet L <sub>8</sub> | ****<br>• Plan complet<br>• Utiliser les colonnes 1, 2, 4<br>• Aucun risque  |   |   |
|                    | 4       |  | ***<br>• Fractionnaire, résolution IV<br>• Utiliser les colonnes 1, 3, 5, 7<br>• Facile à désaliasser en passant au plan complet L <sub>16</sub>     | ****<br>• Plan complet<br>• Utiliser les colonnes 1, 2, 4, 8<br>• Aucun risque  |   |
|                    | 5       |  | **<br>• Fractionnaire résolution III<br>• Pas de colonne à privilégier<br>• Facile à désaliasser en continuant les colonnes impaires de la table L16 | ****<br>• Fractionnaire, résolution V<br>• Utiliser les colonnes 1, 2, 4, 8, 15 | ***<br>• Plan fractionnaire<br>• Ne permet pas d'étudier des interactions<br>• Choix des colonnes en fonction de la difficulté des modifications des facteurs |
|                    | 6       |  |  | ***<br>• Fractionnaire, résolution IV   | • Idéal pour débroussailler<br>• Les interactions sont diluées  |
|                    | 7       |  |  | • Utiliser les colonnes impaires  |   |
|                    | 8       |  |  |   |   |
|                    | 9 à 11  |  |  | *<br>• Fractionnaire, résolution III  |   |
|                    | 11 à 15 |  |  | • Pas de colonne à privilégier  |   |



Ce tableau en figure 6.27 donne en fonction du nombre de facteurs à étudier les tables que l'on peut utiliser et la résolution obtenue. Les flèches indiquent les possibilités de désaliasser un plan pour passer à un plan de résolution plus élevée.

## 4.5 Construction de plans fractionnaires à partir de la table $L_8$

### 4.5.1 Présentation de la table

La table  $L_8$  permet l'étude de 3 à 7 facteurs à 2 niveaux :

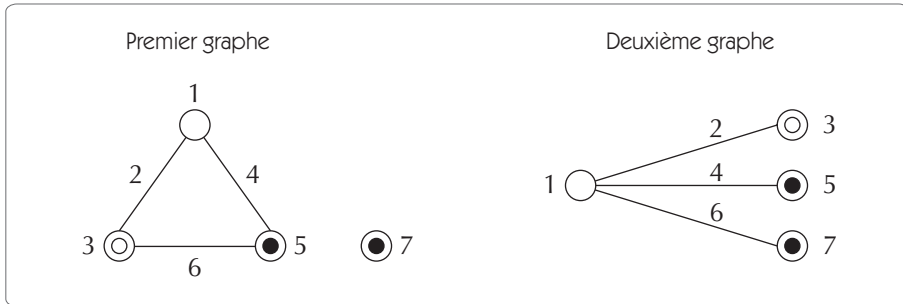
- 3 facteurs donnent un plan complet (utilisation des colonnes 1, 2 et 4) ;
- 4 facteurs donnent un plan de résolution IV (utilisation des colonnes 1, 3, 5, 7) ;
- 5 à 7 facteurs donnent un plan de résolution III (pas de colonne privilégiée).

Figure 6.28 – Table  $L_8$

| N°     | 1 | 2 | 3      | 4 | 5      | 6      | 7           |
|--------|---|---|--------|---|--------|--------|-------------|
| 1      | 1 | 1 | 1      | 1 | 1      | 1      | 1           |
| 2      | 1 | 1 | 1      | 2 | 2      | 2      | 2           |
| 3      | 1 | 2 | 2      | 1 | 1      | 2      | 2           |
| 4      | 1 | 2 | 2      | 2 | 2      | 1      | 1           |
| 5      | 2 | 1 | 2      | 1 | 2      | 1      | 2           |
| 6      | 2 | 1 | 2      | 2 | 1      | 2      | 1           |
| 7      | 2 | 2 | 1      | 1 | 2      | 2      | 1           |
| 8      | 2 | 2 | 1      | 2 | 1      | 1      | 2           |
|        | a | b | a<br>b | c | a<br>c | b<br>c | a<br>b<br>c |
| Groupe | 1 | 2 |        | 3 |        |        |             |

Cette table est accompagnée de deux graphes des effets permettant de donner deux solutions de plan d'expériences en résolution IV (à 4 facteurs).

**Figure 6.29 – Graphe des effets**



### Interprétation des graphes

Dans les graphes des effets, les ronds représentent les facteurs, les traits les interactions. La couleur des ronds est liée à la difficulté de modification des facteurs (figure 6.30).

**Figure 6.30 – Signification des ronds**

| Symbole | Groupe | Difficulté de modification des niveaux |
|---------|--------|--|
| ○       | 1      | Difficile                              |
| ◎       | 2      | Assez difficile                        |
| ●       | 3      | Assez facile                           |
| ●       | 4      | Facile                                 |

Ainsi le premier graphe correspond-il à un plan de 4 facteurs dont les trois premiers (placés dans les colonnes 1, 3, 5) sont tous reliés par des interactions et le quatrième facteur (placé dans la colonne 7) est indépendant. Voici l'équation polynomiale de ce plan :

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1A + \alpha_2B + \alpha_3C + \alpha_4D + \alpha_5AB + \alpha_6AC + \alpha_7BC$$

Le facteur *A* placé en colonne 1 ne change de niveau qu'une fois pendant les essais ; en revanche, le facteur *C* placé en colonne 5 change presque à chaque essai.

Cette table est associée au triangle des interactions (figure 6.31).

**Figure 6.31 – Triangle des interactions de la table L16**

|     |     |     |     |     |     |   |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|
|     | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7 |
| (1) | 3   | 2   | 5   | 4   | 7   | 6 |
|     | (2) | 1   | 6   | 7   | 4   | 5 |
|     |     | (3) | 7   | 6   | 5   | 4 |
|     |     |     | (4) | 1   | 2   | 3 |
|     |     |     |     | (5) | 3   | 2 |
|     |     |     |     |     | (6) | 1 |

Cette table donne les colonnes d'interactions entre toutes les colonnes de la table  $L_8$ . Ainsi l'interaction entre la colonne 3 et la colonne 5 se trouve-t-elle en colonne 6.

On pourrait retrouver ce résultat en appliquant les règles de construction des colonnes d'interactions que nous avons vues au paragraphe 4.1.

On remarque qu'en plaçant les facteurs dans des **colonnes impaires**, les interactions sont dans des **colonnes paires**. Il n'y a pas de mélange entre les facteurs et les interactions, le plan est donc de résolution IV.

### Tableau des alias pour le premier graphe

À partir du triangle des interactions, il est facile d'établir le tableau des alias pour le premier graphe.

**Figure 6.32** Tableau des alias du premier graphe

| N° de colonne | Action du modèle | Alias |
|---------------|------------------|-------|
| 1             | A                |       |
| 2             | AB               | CD    |
| 3             | B                |       |
| 4             | AC               | BD    |
| 5             | C                |       |
| 6             | BC               | AD    |
| 7             | D                |       |

**Remarque sur l'ordre des essais**

L'ordre proposé dans les tables permet d'affecter des colonnes aux facteurs dont la modification de niveau est difficile dans les colonnes 1 et 3. Cependant, dans un certain nombre de cas, on risque d'observer une dérive de la réponse au cours des essais (fatigue d'un opérateur, épuisement d'un bain, évolution d'une température...). Dans ces conditions, il ne faut pas réaliser les essais dans l'ordre, mais plutôt observer un ordre aléatoire afin qu'il n'y ait pas de biais dans les résultats.

**4.5.2 Construction d'un plan de résolution III avec la table  $L_8$** 

Les graphes des effets donnent des solutions pour 4 facteurs. Pour étudier un plan de 5 à 7 facteurs à partir de la table  $L_8$ , il faut modifier les graphes.

Supposons que l'on souhaite étudier un modèle comportant 5 facteurs ( $A, B, C, D, E$ ) et 2 interactions ( $AB, AC$ ). Les experts considèrent que les autres interactions sont nulles ou faibles devant l'effet des facteurs.

Difficulté de modification des facteurs :

- $D$  est très difficile ;
- $A$  est difficile ;
- $B, C, E$  sont faciles.

Voici le modèle polynomial de ce plan :

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1A + \alpha_2B + \alpha_3C + \alpha_4D + \alpha_5E + \alpha_6AB + \alpha_7AC$$

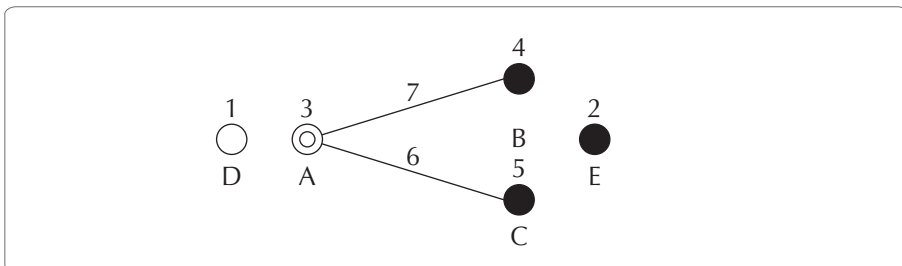
Comme il comprend 8 coefficients, ce plan demande donc au moins 8 essais.

Si l'on veut tenir compte de la difficulté de modification des facteurs, il faut placer  $D$  dans la colonne qui change le moins souvent de niveau (colonne 1), et  $A$  dans la colonne 3 :



Les autres colonnes sont choisies à partir du triangle des interactions. Par exemple, on place  $B$  en colonne 4, l'interaction  $AB$  est alors en 7. On place  $C$  en colonne 5, l'interaction  $AC$  est alors en 6. Il reste la colonne 2 pour placer le facteur  $E$  :

**Figure 6.33 – Graphe de résolution III**



## Plan d'expériences

| N°      | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 |
|---------|---|---|---|---|---|
| Facteur | A | B | C | D | E |
| 1       | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2       | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 |
| 3       | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 4       | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 |
| 5       | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| 6       | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| 7       | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 8       | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 |

## Tableau des alias

Figure 6.34 – Tableau des alias

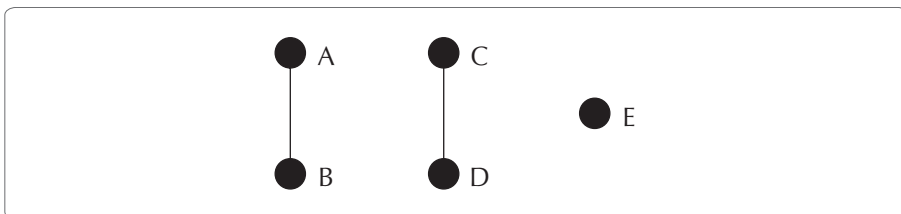
| N° de colonne | Action du modèle | Alias   |
|---------------|------------------|---------|
| 1             | D                | AE + BC |
| 2             | E                | AD      |
| 3             | A                | DE      |
| 4             | B                | CD      |
| 5             | C                | BD      |
| 6             | AC               | BE      |
| 7             | AB               | CE      |

Le tableau des alias (figure 6.34) montre bien qu'on est en résolution *III*. Il y a au moins une confusion entre un facteur et une interaction de second ordre.

Il faut donc veiller à ne pas se tromper sur les interactions actives. Pour savoir si le modèle trouvé convient, il faut nécessairement faire des essais de confirmation. En cas de doute sur les interactions, nous verrons ci-après comment désaliaser ce plan en rajoutant 8 essais complémentaires pour passer à une table  $L_{16}$  en résolution IV.

### 4.5.3 Limite de la table $L_8$

Figure 6.35 – Interactions disjointes



La table  $L_8$  ne permet pas d'étudier des interactions disjointes, c'est-à-dire ne comportant pas de facteurs en commun comme AB et CD pour des propriétés d'orthogonalité. Le graphe (figure 6.35) a un modèle polynomial de la forme :

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1A + \alpha_2B + \alpha_3C + \alpha_4D + \alpha_5E + \alpha_6AB + \alpha_7CD$$

Comme il a 8 coefficients, ce plan demande donc au moins 8 essais. Pourtant, il n'existe pas de solution pour ce plan en huit essais ; il faut passer à un plan en 16 essais.

## 4.6 Construction de plans fractionnaires à partir de la table $L_{16}$

La table  $L_{16}$  se présente de la même manière que la table  $L_8$  avec une table, un triangle des interactions et des graphes d'effets. Les graphes d'effets (présentés au chapitre 10 de notre ouvrage) pour la table  $L_{16}$  sont établis en plaçant les facteurs dans les colonnes impaires ; ce sont donc des plans de résolutions *IV*. Notons que les graphes 1a, 1b, 1c, sont des graphes de résolution *V*.

La table  $L_{16}$  possédant 8 colonnes impaires (1, 3, ..., 13, 15), on peut étudier jusqu'à 8 facteurs en résolution *IV*. De plus, cette table n'a pas de restriction sur les interactions disjointes.

La construction de plans à partir de la table  $L_{16}$  suit la même logique qu'une construction à partir de la table  $L_8$ .

## 4.7 Construire des plans gigognes à partir des graphes de Taguchi

Parmi les préoccupations des industriels, figure en première ligne le souci de minimiser le nombre d'essais, quitte à faire un maximum d'hypothèses restrictives. Il faut cependant pouvoir désaliasser le plan d'expériences lorsque les hypothèses restrictives se révèlent fausses suite à un essai de confirmation.

On a vu que, pour obtenir un plan de résolution *IV*, il suffisait de placer tous les facteurs dans des colonnes impaires. Ainsi, si on souhaite désaliasser le plan de la figure 6.33, il faudrait passer à une table  $L_{16}$  en plaçant les facteurs dans des colonnes impaires et en « récupérant » si possible les huit premiers essais.

Là encore, il est très facile d'utiliser les particularités des tables proposées par Taguchi. Les tables  $2^k$ , en particulier, ont deux propriétés intéressantes.

- Les lignes de la première moitié de la table  $2^k$  sont en fait la table  $2^{k-1}$ . Ainsi, les 8 premières lignes des colonnes 2 et 3 de la table  $L_{16}$  sont en fait la colonne 1 de la table  $L_8$ . De même, les 8 premières lignes des colonnes 4 et 5 de la table  $L_{16}$  sont en fait la colonne 2 de la table  $L_8$ . On retrouve les mêmes propriétés pour les autres couples de colonnes.
- Les colonnes paires des tables sont construites en recopiant la première moitié à l'identique dans la seconde moitié. Les colonnes impaires des tables sont construites de telle sorte que la seconde moitié de la table est l'inverse de la première moitié (on inverse les 1 et les 2).

On peut donc établir le tableau des colonnes mères/filles entre les tables  $2^k$  :

**Figure 6.36 – Colonnes mères et filles**

|          |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| $L_4$    |   |   |   | 1 |   |   |   | 2 |   |    |    | 3  |    |    |    |
| $L_8$    |   | 1 |   | 2 | 3 |   |   | 4 | 5 |    | 6  | 7  |    |    |    |
| $L_{16}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |



Il est donc facile de désaliasser une table  $L_8$  en passant à une table  $L_{16}$  et d'une table  $L_{16}$  à une table  $L_{32}$ . Ainsi, si dans un plan de 8 essais, un facteur se trouve dans la colonne mère 3, pour désaliasser le plan, il suffira de placer ce facteur dans la colonne fille 7 de la table  $L_{16}$ . Les huit premières lignes de la colonne 7 de la  $L_{16}$  sont identiques aux lignes de la colonne 3 de la  $L_8$ . Le principe est bien sûr le même pour passer de la table  $L_{16}$  à la table  $L_{32}$ , et plus généralement de la table  $2^n$  à la table  $2^{n+1}$ .

On note évidemment qu'après avoir réalisé le second demi-plan, on se retrouve systématiquement dans une colonne impaire ; le plan est donc de résolution *IV*.


### Application

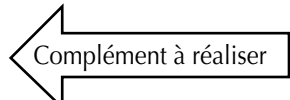
Supposons que dans le cas du plan de la figure 6.33 qui est en résolution *III*, on ait des doutes sur les interactions retenues ; on peut alors passer à un plan en résolution *IV* en ajoutant 8 essais.

| Facteur                       | A | B | C  | D | E |
|-------------------------------|---|---|----|---|---|
| Colonnes mères plan $L_8$     | 3 | 4 | 5  | 1 | 2 |
| Colonnes filles plan $L_{16}$ | 7 | 9 | 11 | 3 | 5 |

Figure 6.37 – Désaliasser un plan d'expérience

| Colonnes $L_8$    |      | 3 | 4 | 5  | 1 | 2 |
|-------------------|------|---|---|----|---|---|
|                   | Bloc | A | B | E  | C | D |
| 1                 | 1    | 1 | 1 | 1  | 1 | 1 |
| 2                 | 1    | 1 | 2 | 2  | 1 | 1 |
| 3                 | 1    | 2 | 1 | 1  | 1 | 2 |
| 4                 | 1    | 2 | 2 | 2  | 1 | 2 |
| 5                 | 1    | 2 | 1 | 2  | 2 | 1 |
| 6                 | 1    | 2 | 2 | 1  | 2 | 1 |
| 7                 | 1    | 1 | 1 | 2  | 2 | 2 |
| 8                 | 1    | 1 | 2 | 1  | 2 | 2 |
| 9                 | 2    | 2 | 2 | 2  | 2 | 2 |
| 10                | 2    | 2 | 1 | 1  | 2 | 2 |
| 11                | 2    | 1 | 2 | 2  | 2 | 1 |
| 12                | 2    | 1 | 1 | 1  | 2 | 1 |
| 13                | 2    | 1 | 2 | 1  | 1 | 2 |
| 14                | 2    | 1 | 1 | 2  | 1 | 2 |
| 15                | 2    | 2 | 2 | 1  | 1 | 1 |
| 16                | 2    | 2 | 1 | 2  | 1 | 1 |
| Colonnes $L_{16}$ | 1    | 7 | 9 | 11 | 3 | 5 |





On note que les 8 premiers essais de la table  $L_{16}$  (figure 6.37) sont déjà réalisés (figure 6.33). À l'issue des 16 essais, on peut établir le nouveau tableau des alias (figure 6.38).

Figure 6.38 – Tableau des alias

| Colonne L <sub>8</sub> | Actions | Alias   | Colonne L <sub>16</sub> | Actions | Alias   |
|------------------------|---------|---------|-------------------------|---------|---------|
| 1                      | D       | AE + BC | 1                       |         |         |
| 2                      | E       | AD      | 2                       |         | AE + BC |
| 3                      | A       | DE      | 3                       | D       | –       |
| 4                      | B       | CD      | 4                       |         | AD      |
| 5                      | C       | BD      | 5                       | E       | –       |
| 6                      | AB      | BE      | 6                       |         | DE      |
| 7                      | AC      | CE      | 7                       | A       | –       |
|                        |         |         | 8                       |         | CD      |
|                        |         |         | 9                       | B       | –       |
|                        |         |         | 10                      |         | BD      |
|                        |         |         | 11                      | C       | –       |
|                        |         |         | 12                      | AC      | BE      |
|                        |         |         | 13                      |         |         |
|                        |         |         | 14                      | AB      | CE      |
|                        |         |         | 15                      |         |         |

On note que dans la table L<sub>16</sub> il n’y a plus d’ambiguïté sur les facteurs. Il reste cependant une confusion d’actions possible entre quelques interactions. Dans le cas d’un plan à 5 facteurs, en faisant directement une table L<sub>16</sub> avec les colonnes 1, 2, 4, 8, 15, on obtiendrait un plan de résolution V.

#### 4.8 Lever les ambiguïtés dans un plan de résolution IV

Comme on vient de le voir, dans un plan de résolution IV, il peut rester des ambiguïtés dues à des confusions d’actions entre interactions. Pour lever le doute, on peut appliquer le principe d’hérédité : « Pour qu’une interaction soit active, il faut qu’au moins un des facteurs qui la composent soit actif. » Une autre façon de comprendre ce principe, c’est

d'énoncer que plus les facteurs qui composent une interaction sont actifs, plus l'interaction a des chances d'être elle-même active. On notera cependant que ce principe n'a qu'une valeur générale et qu'il y a parfois des exceptions.

### Application du principe d'hérédité

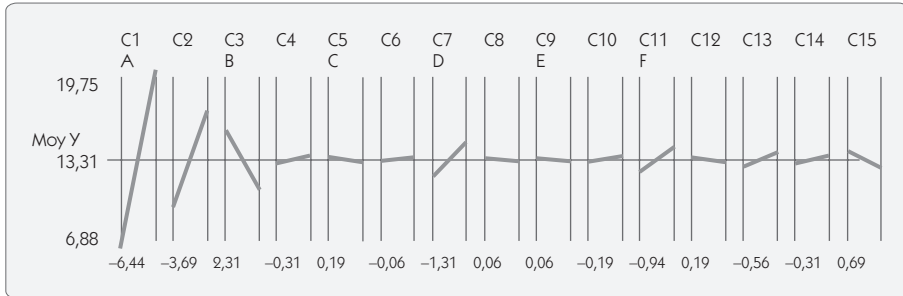
Pour étudier 6 facteurs dont on ignorait a priori les interactions actives, on a choisi de faire un plan de résolution IV en utilisant les colonnes impaires de la table  $L_{16}$ . Le tableau ci-après (figure 6.39) donne les colonnes utilisées et le détail des alias.

Figure 6.39 – Tableau des alias

| Colonne $L_{16}$ | Actions | Alias    |
|------------------|---------|----------|
| 1                | A       |          |
| 2                |         | AB+CD+EF |
| 3                | B       |          |
| 4                |         | AC+BD    |
| 5                | C       |          |
| 6                |         | AD+BC    |
| 7                | D       |          |
| 8                |         | AE+BF    |
| 9                | E       |          |
| 10               |         | AF+BE    |
| 11               | F       |          |
| 12               |         | CE+DF    |
| 13               |         |          |
| 14               |         | CF+DE    |
| 15               |         |          |

Le graphe des effets (figure 6.40) montre que la colonne 2 qui contient des interactions est active. Cependant, dans cette colonne, il y a 3 interactions (AB, CD, EF). Laquelle des 3 retenir ?

Figure 6.40 – Graphe des effets



En appliquant le principe d'hérédité, on conclut rapidement que *A* et *B* étant très actifs, l'interaction est très probablement l'interaction *AB*.

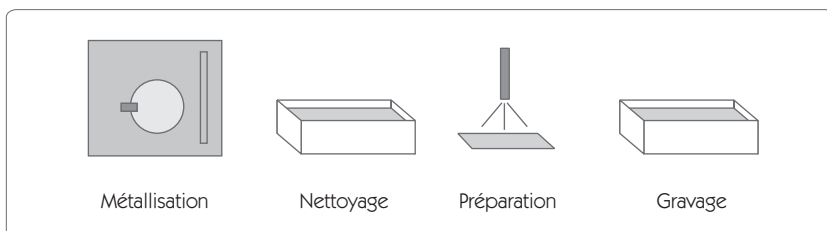
## 4.9 Les plans de criblage à 2 niveaux

Parmi les tables à 2 niveaux, seuls les multiples de 8 permettent d'étudier des interactions. La table  $L_{12}$  ou la table  $L_{20}$  ne permettent pas d'étudier des interactions. Ces tables permettent de faire du criblage (*screening*), c'est-à-dire de détecter parmi un grand nombre de facteurs ceux qui sont actifs. En ce sens, les plans de criblage sont plus à leur place dans l'étape « Analyser » que dans l'étape « Innover/améliorer ».



### Exemple d'application

Figure 6.41 – Processus de gravage



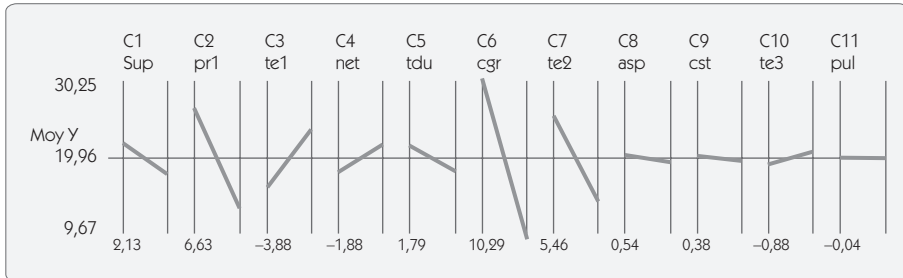
Une entreprise qui fait de la gravure chimique observe de grandes variations dans les temps de gravure. Elle veut isoler parmi 11 facteurs pris sur l'ensemble du processus de gravage ceux qui sont actifs. Dans ce cas, on ne cherche pas à modéliser le comportement de la gravure, mais à faire « sortir le loup du bois ». Il n'est donc pas utile d'utiliser une table de résolution IV ou supérieure, mais il convient plutôt de privilégier le nombre de facteurs à tester. C'est précisément ce que font les plans de criblage.

**Figure 6.42 – Utilisation d'une table L<sub>12</sub>**

|    | Sup | pr1 | tel1 | net | tdu | cgr | te2 | asp | cst | te3 | pul | Rép 1 | Rép 2 |
|----|-----|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-------|
| 1  | 1   | 1   | 1    | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 39    | 42    |
| 2  | 1   | 1   | 1    | 1   | 1   | 2   | 2   | 2   | 2   | 2   | 2   | 9     | 9     |
| 3  | 1   | 1   | 2    | 2   | 2   | 1   | 1   | 1   | 2   | 2   | 2   | 49    | 50    |
| 4  | 1   | 2   | 1    | 2   | 2   | 1   | 2   | 2   | 1   | 1   | 2   | 15    | 16    |
| 5  | 1   | 2   | 2    | 1   | 2   | 2   | 1   | 2   | 1   | 2   | 1   | 11    | 12    |
| 6  | 1   | 2   | 2    | 2   | 1   | 2   | 2   | 1   | 2   | 1   | 1   | 6     | 7     |
| 7  | 2   | 1   | 2    | 2   | 1   | 1   | 2   | 2   | 1   | 2   | 1   | 35    | 40    |
| 8  | 2   | 1   | 2    | 1   | 2   | 2   | 2   | 1   | 1   | 1   | 2   | 9     | 9     |
| 9  | 2   | 1   | 1    | 2   | 2   | 2   | 1   | 2   | 2   | 1   | 1   | 13    | 15    |
| 10 | 2   | 2   | 2    | 1   | 1   | 1   | 1   | 2   | 2   | 1   | 2   | 27    | 31    |
| 11 | 2   | 2   | 1    | 2   | 1   | 2   | 1   | 1   | 1   | 2   | 2   | 8     | 8     |
| 12 | 2   | 2   | 1    | 1   | 2   | 1   | 2   | 1   | 2   | 2   | 1   | 9     | 10    |

On affecte les colonnes en fonction de la difficulté de modification des facteurs. Du plan résulte le graphe des effets (figure 6.43).

Figure 6.43 – Graphe des effets de la table L12



L'interprétation en est immédiate :

- il y a un facteur très actif (cgr en colonne 6) ;
- 3 facteurs moyennement actifs : Pr1 (2), Te1(3), Te2(7) ;
- les autres facteurs ont une influence mineure.

Si l'on veut maîtriser le temps de gravure, il faudra maîtriser les 4 facteurs actifs identifiés avec le plan de criblage. Il peut être intéressant de refaire un plan d'expériences de résolution plus élevée uniquement sur ces quatre facteurs.

### Remarque 1

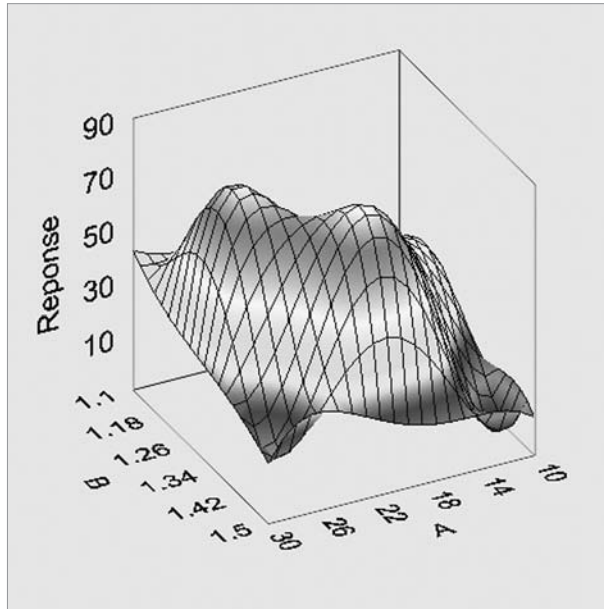
En cas d'interaction AB dans une table  $L_{12}$ , cette interaction va affecter toutes les autres colonnes que A et B pour le tiers de la valeur de l'interaction.

### Remarque 2

La table  $L_{20}$  joue le même rôle que la table  $L_{12}$ .

## 5. Les plans pour surface de réponse

Figure 6.44 – Exemple de surface de réponse



Les plans à 2 niveaux permettent de résoudre un très grand nombre de problèmes. Cependant, ils sont insuffisants lorsque l'on veut réaliser une modélisation fine d'une surface de réponse. En général, on recherche un modèle en surface de réponse lorsque l'on a identifié les deux ou trois facteurs les plus influents. Le nombre de facteurs étudiés est donc en général assez faible.

Nous allons décrire trois méthodes pour aborder les surfaces de réponses :

- les plans complets ;
- les plans composites centrés ;
- les plans de Box Benhken.



## 5.1 Les plans complets

Avec les plans complets on étudie tous les nœuds d'un maillage. Ils permettent d'obtenir une bonne image d'une surface de réponse, à condition de mailler de façon suffisamment fine le domaine d'étude.

Prenons l'exemple d'un soudage laser dans lequel on souhaite maximiser la profondeur de soudure. Les deux facteurs étudiés sont les suivants :

- la vitesse,
- la puissance.

### Domaine d'étude

Figure 6.45 – Domaine d'étude

| Facteurs  | Mini du domaine | Maxi du domaine |
|-----------|-----------------|-----------------|
| Vitesse   | 30 mm/mn        | 60 mm/mn        |
| Puissance | 200 W           | 600 W           |

### Plan d'expériences

En plaçant 4 niveaux par facteur, on réalise un maillage de 16 nœuds ( $4^2$ ) ce qui donne le plan suivant :

Figure 6.46 – Plan complet 2 facteurs à 4 niveaux

| N° | Vitesse | Puissance | P1 | P2 |
|----|---------|-----------|----|----|
| 1  | 30      | 200       | 23 | 26 |
| 2  | 30      | 350       | 57 | 68 |
| 3  | 30      | 500       | 73 | 76 |
| 4  | 30      | 650       | 61 | 60 |
| 5  | 40      | 200       | 29 | 36 |
| 6  | 40      | 350       | 63 | 65 |
| 7  | 40      | 500       | 78 | 80 |

|    |    |     |    |    |
|----|----|-----|----|----|
| 8  | 40 | 650 | 59 | 60 |
| 9  | 50 | 200 | 37 | 39 |
| 10 | 50 | 350 | 61 | 68 |
| 11 | 50 | 500 | 77 | 79 |
| 12 | 50 | 650 | 56 | 53 |
| 13 | 60 | 200 | 42 | 40 |
| 14 | 60 | 350 | 64 | 61 |
| 15 | 60 | 500 | 72 | 69 |
| 16 | 60 | 650 | 48 | 44 |

L'analyse du plan d'expériences donne le graphe des effets et le graphe des interactions (figure 6.47). L'analyse de la variance (figure 6.48) permet de conclure que les deux facteurs et l'interaction sont significatifs.

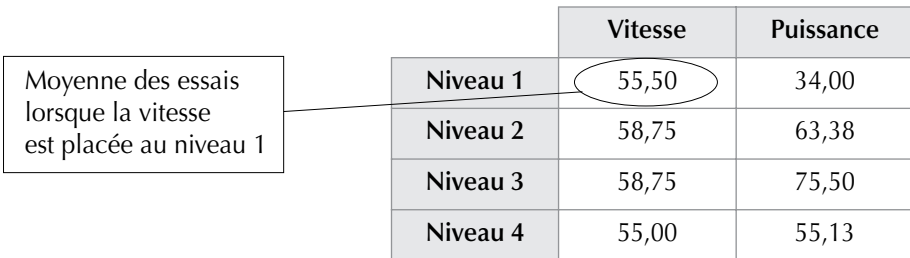


Figure 6.47 – Graphe des effets et des interactions

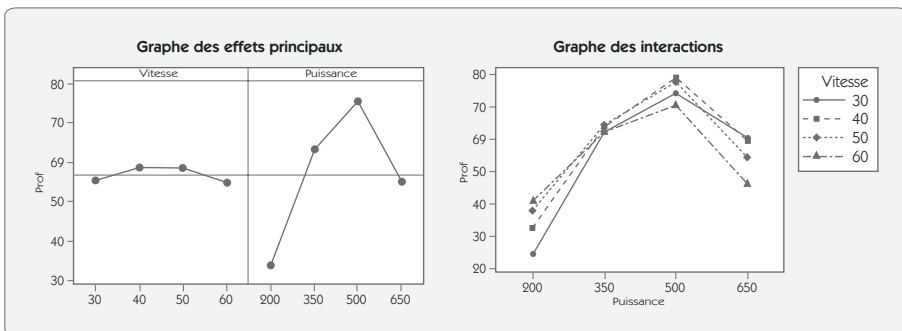
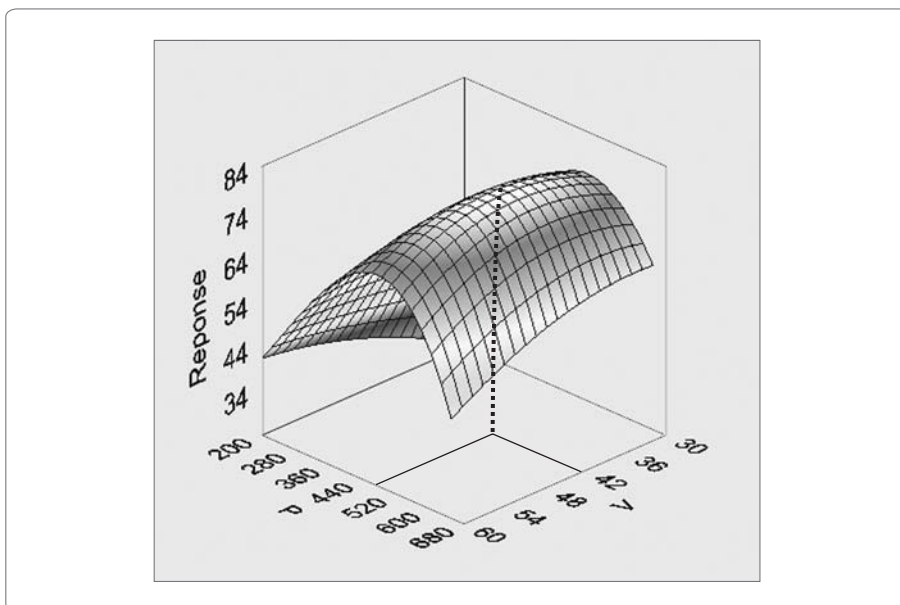


Figure 6.48 – Tableau d'ANAVAR

| Source  | S <sup>2</sup> | Ddl | Var.    | F      | P     | Contrib. | Signif.? |
|---------|----------------|-----|---------|--------|-------|----------|----------|
| Vit.    | 99,00          | 3   | 33,00   | 3,50   | 0,040 | 1,2 %    | Oui      |
| Puis.   | 7323,25        | 3   | 2441,08 | 258,66 | 0,000 | 89,9 %   | Oui      |
| V*P     | 574,75         | 9   | 63,86   | 6,77   | 0,001 | 7,1 %    | Oui      |
| Résidus | 151,00         | 16  | 9,44    |        |       |          |          |
| total   | 8148,00        | 31  |         |        |       |          |          |

En lissant les points obtenus par le plan complet, il est possible d'obtenir une image en 3D de la surface de réponse (figure 6.49). L'optimum de profondeur (à maximiser) se situe pour une puissance de 508 et une vitesse de 43.

Figure 6.49 – Surface de réponse



## 5.2 Les plans composites centrés

Les plans composites centrés sont des plans d'expériences spécialement étudiés pour que l'on puisse identifier des modèles du type :

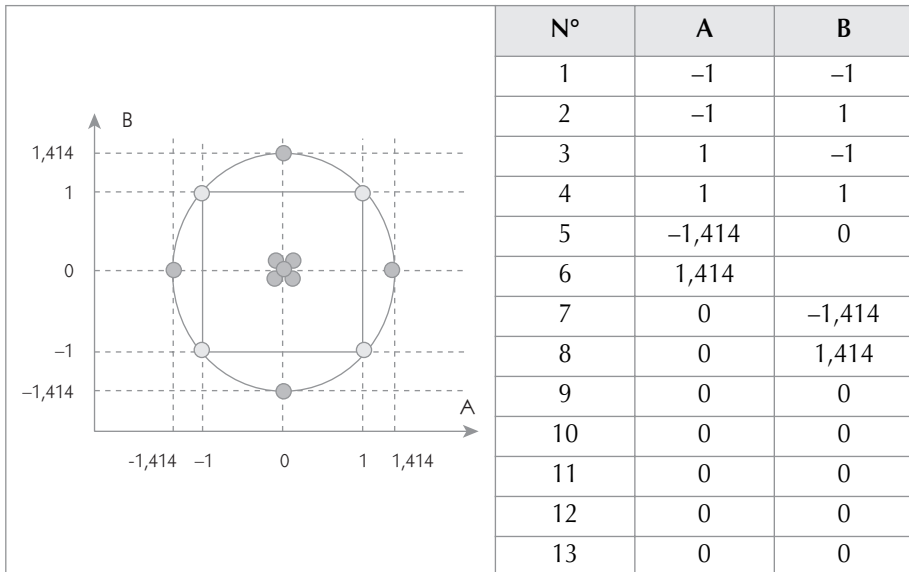
$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 A + \alpha_2 B + \alpha_3 AB + \alpha_4 A^2 + \alpha_5 B^2$$

Les termes de type  $AB$  sont les interactions.

Les termes de type  $A^2$  sont dits quadratiques.

Pour identifier un modèle quadratique, il faut évidemment au moins 3 niveaux par facteur. Le principe des plans composites centrés consiste à partir du plan complet à 2 niveaux en ajoutant des essais au centre du domaine d'étude et en étendant le domaine en suivant les axes de chaque facteur.

### 5.2.1 Plan composite centré à 2 facteurs



Le plan composite centré à 2 facteurs se compose :

- des 4 essais du plan complet 2 facteurs à 2 niveaux (essais 1 à 4) ;
- de 2 essais suivant l'axe de A avec B au centre (essais 5, 6) ;

- de 2 essais suivant l'axe de B avec A au centre (essais 7, 8) ;
- de 5 essais au centre du domaine (essais 9 à 13).

Les essais sur les axes sont placés de telle sorte que ces derniers figurent sur un cercle à  $\pm \alpha$ . Soit, dans le cas à 2 niveaux,  $\alpha = 1,414$ .

## Application

Pour illustrer les plans composites centrés, nous avons repris le plan d'expériences sur la profondeur de soudure (figure 6.45) en utilisant un plan composite centré pour le même domaine d'étude.

**Figure 6.50 – Plan composite à 2 facteurs**

| N° | Vit.  | Puis.  | P1 | P2 |
|----|-------|--------|----|----|
| 1  | 34,39 | 265,88 | 41 | 46 |
| 2  | 34,39 | 584,12 | 74 | 73 |
| 3  | 55,61 | 265,88 | 53 | 43 |
| 4  | 55,61 | 584,12 | 65 | 62 |
| 5  | 30    | 425    | 75 | 78 |
| 6  | 60    | 425    | 70 | 67 |
| 7  | 45    | 200    | 31 | 42 |
| 8  | 45    | 650    | 58 | 57 |
| 9  | 45    | 425    | 71 | 72 |
| 10 | 45    | 425    | 70 | 78 |
| 11 | 45    | 425    | 71 | 63 |
| 12 | 45    | 425    | 74 | 82 |
| 13 | 45    | 425    | 79 | 74 |

## Modèle polynomial

Le modèle recherché est :

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 V' + \alpha_2 P' + \alpha_3 V P' + \alpha_4 V^2 + \alpha_5 P^2$$

Pour trouver le modèle polynomial, on utilise la méthode de la régression multiple (voir chapitre 5) :

$$Xa = Y + e \text{ ou encore } \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 43,5 \\ 73,5 \\ \dots \\ 78 \\ 76,5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_{12} \\ e_{13} \end{bmatrix}$$

La solution qui minimise  $e$  est  $\hat{a} = (X^tX)^{-1}.X^tY$

soit

$$\begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 73,4 \\ -2,10 \\ 9,40 \\ -3,63 \\ -1,11 \\ -13,86 \end{bmatrix}$$

Pour savoir si tous les coefficients sont significatifs, on fait un test de Student (voir chapitre 5, section sur la corrélation).

**Figure 6.51 – Test de Student**

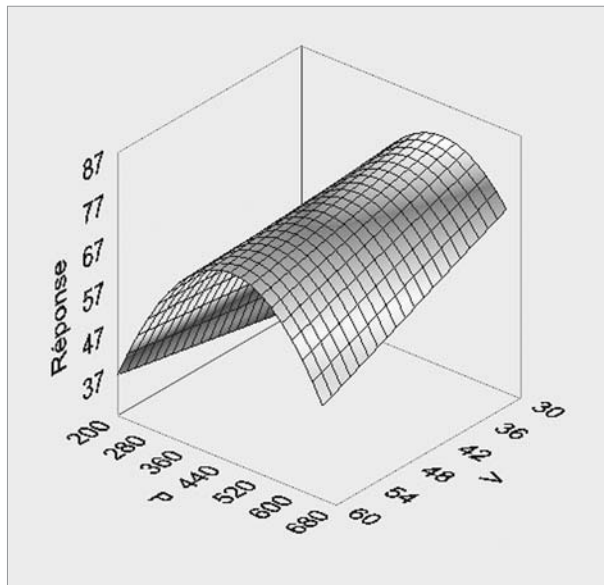
| Source         | Coefficients | Sigma | Statistique t | Probabilité |
|----------------|--------------|-------|---------------|-------------|
| Constante      | 73,40        | 1,575 | 46,60         | 0,0000      |
| V              | - 2,10       | 1,245 | - 1,69        | 0,1070      |
| P              | 9,40         | 1,245 | 7,55          | 0,0000      |
| VP             | - 3,63       | 1,761 | - 2,06        | 0,0528      |
| V <sup>2</sup> | - 1,11       | 1,336 | - 0,83        | 0,4175      |
| P <sup>2</sup> | - 13,86      | 1,336 | - 10,38       | 0,0000      |

$V^2$  n'étant pas significatif, on l'enlève du modèle pour aboutir à une modélisation polynomiale :

$$Y = 72,63 - 2,10V' + 9,40P' - 3,63VP' - 13,72P'^2$$

La représentation 3D est donnée ci-après (figure 6.52). L'optimum trouvé (point le plus haut de la surface) correspond à une vitesse de 30 et à une puissance de 515.

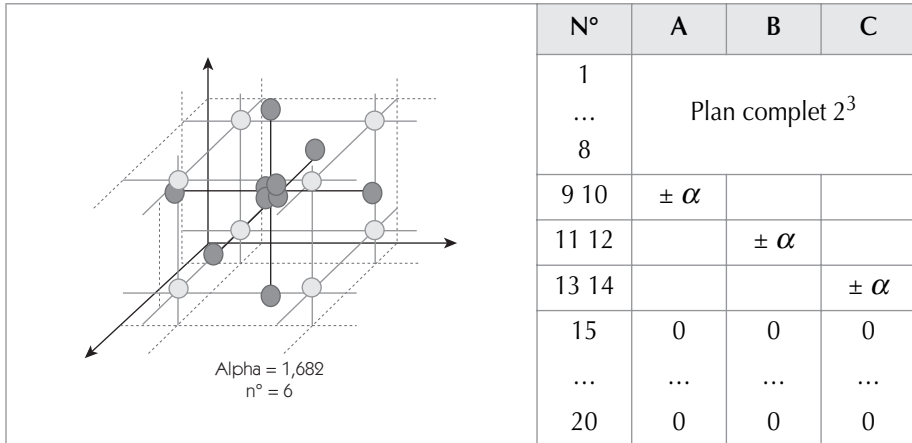
**Figure 6.52 – Représentation 3D de la surface de réponse**



### 5.2.2 Les plans composites centrés à 3 facteurs

Les plans composites centrés à 3 facteurs sont créés de la même façon que les plans composites à 2 facteurs, soit à partir du plan complet 3 facteurs à 2 niveaux (8 essais). On rajoute deux points sur chaque axe  $\pm \alpha$ , et 6 essais au centre.

Figure 6.53 – Plan composite centré à 3 facteurs



Le coefficient alpha est égal à  $\sqrt[4]{N_b}$  avec  $N_b$  le nombre d'essais du plan de base (ici  $N_b = 8$  ;  $\alpha = 1,682$ ).

### 5.2.3 Les plans composites centrés

Le tableau ci-après (figure 6.54) donne l'ensemble des plans composites centrés de base pour 2 à 5 facteurs.

Figure 6.54 – Plans composites centrés de base

| Nombre de facteurs                  | 2                  | 3                  | 4                     | 5                  | 5                     |
|-------------------------------------|--------------------|--------------------|-----------------------|--------------------|-----------------------|
| Plan factoriel de base ( $N_b$ )    | $L_4$<br>(complet) | $L_8$<br>(complet) | $L_{16}$<br>(complet) | $L_{16}$<br>(resV) | $L_{32}$<br>(complet) |
| Valeur de alpha ( $\sqrt[4]{N_b}$ ) | 1,414              | 1,682              | 2                     | 2                  | 2,378                 |
| Points au centre                    | 5                  | 6                  | 7                     | 6                  | 10                    |
| Nb d'essais                         | <b>13</b>          | <b>20</b>          | <b>31</b>             | <b>32</b>          | <b>52</b>             |



## Remarque

- Le choix de alpha donne la propriété d'isovariance par rotation.
- Le choix du nombre d'essais au centre donne la propriété de variance uniforme dans le domaine d'étude.

Il est possible de créer d'autres plans composites centrés en privilégiant plutôt la presque orthogonalité. Dans ce cas, le coefficient alpha dépend du nombre de points au centre (figure 6.55). On calcule alors le coefficient alpha au moyen de la relation :

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{N_b(\sqrt{N} - \sqrt{N_b})^2}{4}}$$

avec N, nombre total d'essais.

**Figure 6.55**  
**Plans composites privilégiant la « presque orthogonalité »**

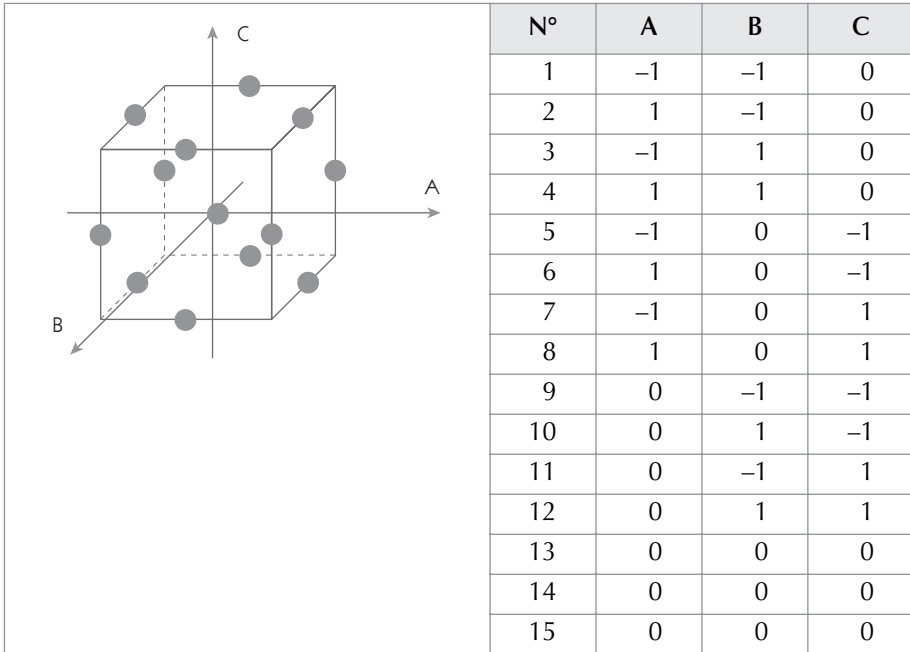
| Nombre de facteurs               | 2                           | 3                           | 4                            | 5                         | 5                            |
|----------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|---------------------------|------------------------------|
| Plan factoriel de base ( $N_b$ ) | L <sub>4</sub><br>(complet) | L <sub>8</sub><br>(complet) | L <sub>16</sub><br>(complet) | L <sub>16</sub><br>(resV) | L <sub>32</sub><br>(complet) |
| $N_0 = 1$                        | 1                           | 1,215                       | 1,414                        | 1,547                     | 1,596                        |
| $N_0 = 2$                        | 1,078                       | 1,287                       | 1,483                        | 1,607                     | 1,662                        |
| $N_0 = 3$                        | 1,147                       | 1,353                       | 1,547                        | 1,664                     | 1,841                        |
| $N_0 = 4$                        | 1,210                       | 1,414                       | 1,607                        | 1,719                     | 1,896                        |

## 5.3 Les plans de Box Benhken

Avec les plans de Box Benhken il est possible d'étudier des surfaces de réponse avec 3 niveaux par facteur. Ils permettent d'obtenir un modèle quadratique et sont définis pour 3 à  $k$  facteurs. Le principe de construction en est de combiner des plans complets 2 facteurs à 2 niveaux pendant que les autres facteurs restent au centre du domaine.

### 5.3.1 Plan de Box Benhken pour 3 facteurs

Figure 6.56 – Plan de Box Benhken pour trois facteurs



On retrouve dans la construction de ce plan, les trois plans complets  $AB$  (quatre premiers essais),  $AC$  (essais 5 à 8) et  $BC$  (essais 9 à 12), complétés par trois essais au centre du domaine.

Voici une façon plus réduite d'écrire ce plan :

Figure 6.57 – Notation abrégée d'un plan de Box Benhken

| N°      | A       | B       | C       |
|---------|---------|---------|---------|
| 1 à 4   | $\pm 1$ | $\pm 1$ | 0       |
| 5 à 8   | $\pm 1$ | 0       | $\pm 1$ |
| 9 à 12  | 0       | $\pm 1$ | $\pm 1$ |
| 13 à 15 | 0       | 0       | 0       |

### 5.3.2 Plan de Box Benhken pour 4 facteurs

La logique de construction est la même que pour 3 facteurs ; le tableau présenté ci-après (figure 6.58) donne le plan en notation abrégée.

Figure 6.58 – Plan de Box à 4 facteurs

| N°      | A       | B       | C       | D       |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1 à 4   | $\pm 1$ | $\pm 1$ | 0       | 0       |
| 5 à 8   | $\pm 1$ | 0       | $\pm 1$ | 0       |
| 9 à 12  | 0       | $\pm 1$ | $\pm 1$ | 0       |
| 13 à 16 | $\pm 1$ | 0       | 0       | $\pm 1$ |
| 17 à 20 | 0       | $\pm 1$ | 0       | $\pm 1$ |
| 21 à 24 | 0       | 0       | $\pm 1$ | $\pm 1$ |
| 25 à 27 | 0       | 0       | 0       | 0       |

On constate que les 12 premiers essais correspondent au plan de Box Benhken à 3 facteurs. Il est donc tout à fait possible d'introduire séquentiellement les facteurs dans ce type de plan.

On peut donc commencer par un plan complet de 2 facteurs *A* et *B* (essais 1 à 4). Puis, si on n'a pas trouvé une configuration souhaitable, on peut introduire le facteur *C* (essais 5 à 12). Ensuite, on peut introduire à nouveau un quatrième facteur *D* (essais 13 à 24).

### 5.3.3 Plan de Box Benhken pour 5 facteurs

Figure 6.59 – Plan de Box à 5 facteurs

| N°      | A   | B   | C   | D   | E   |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 à 4   | ± 1 | ± 1 | 0   | 0   | 0   |
| 5 à 8   | ± 1 | 0   | ± 1 | 0   | 0   |
| 9 à 12  | 0   | ± 1 | ± 1 | 0   | 0   |
| 13 à 16 | ± 1 | 0   | 0   | ± 1 | 0   |
| 17 à 20 | 0   | ± 1 | 0   | ± 1 | 0   |
| 21 à 24 | 0   | 0   | ± 1 | ± 1 | 0   |
| 25 à 28 | ± 1 | 0   | 0   | 0   | ± 1 |
| 39 à 32 | 0   | ± 1 | 0   | 0   | ± 1 |
| 33 à 36 | 0   | 0   | ± 1 | 0   | ± 1 |
| 37 à 40 | 0   | 0   | 0   | ± 1 | ± 1 |
| 41 à 46 | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |

### 5.3.4 Comparaison entre les plans composites et les plans de Box Benhken

Les deux types de plans ont le même objectif de modélisation : obtenir un polynôme de second degré.

Voici les avantages des plans de Box Benhken :

- moins d'essais à réaliser pour 3 et 4 facteurs ;
- pas d'essais aux positions extrêmes du domaine ;
- aspect séquentiel permettant d'introduire successivement les facteurs ;
- plus facile à réaliser (3 niveaux par facteur).

Et les avantages des plans composites :

- ce sont des extensions des plans factoriels à 2 niveaux ;
- ils ont une meilleure précision sur les coefficients ;
- ils comportent moins d'essais pour les plans de plus de 4 facteurs.

## 6. Analyser les risques – L'AMDEC

Chaque fois qu'une nouvelle solution est choisie, qu'une modification est apportée à un processus, que ce soit du point de vue organisationnel ou technologique, cela implique toujours un risque potentiel qui doit être détecté de façon préventive.

Dans cette étape « Innover/améliorer », le groupe de travail innove en modifiant les procédures, les processus et le niveau des facteurs. Il y a donc un risque que ces modifications aient des conséquences qui n'apparaissent pas de premier abord. Si on veut limiter les risques, il faut réaliser une analyse formelle des défaillances potentielles du nouveau système que l'on vient de concevoir. L'AMDEC est un outil qui permet de procéder à ce type d'analyse.

L'AMDEC (« Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets et de leur Criticité ») est quelquefois présentée sous le sigle anglais *FMECA* (*Failure Mode, Effect and Criticality Analysis*).

Le principe de base de l'AMDEC est de réaliser une étude fondée sur *le travail de groupe* qui est destinée à mettre en évidence *le plus tôt possible* les *défaillances potentielles* d'une étude. Pour cela, on cherche à :

- identifier les défaillances potentielles ;
- identifier leurs effets pour les clients ;
- identifier la chaîne des causes qui peuvent conduire à ces défaillances ;
- identifier les détections mises en place ;
- hiérarchiser les défaillances par une notation ;
- apporter des actions correctives en prévention des défaillances « critiques ».

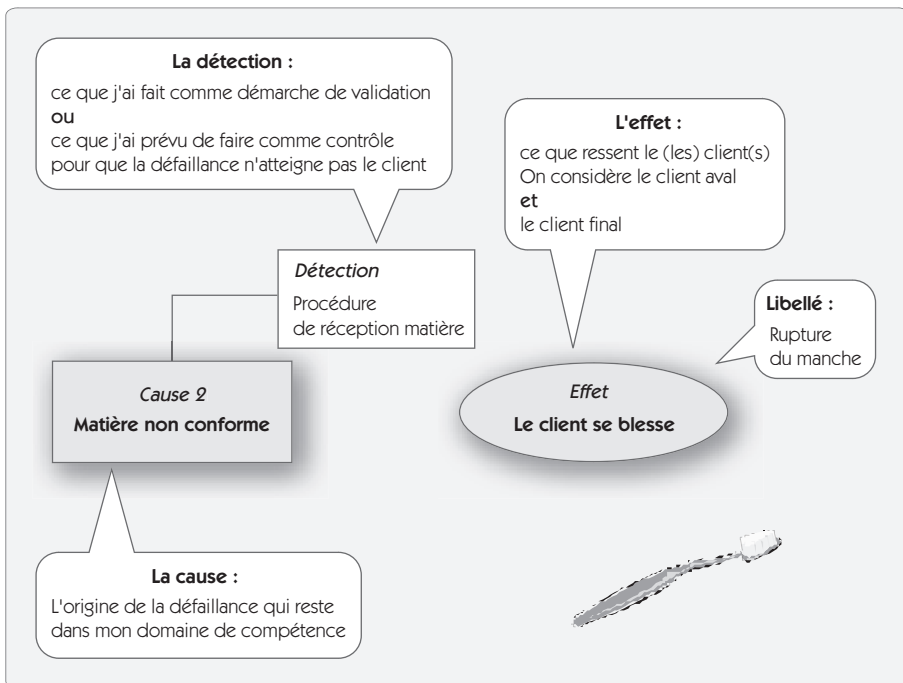
### Mode de défaillance

Dans l'AMDEC, on parle de « mode de défaillance ». Il s'agit de la manière dont un système peut être conduit à mal fonctionner. Pour illustrer cette notion, prenons l'exemple d'une brosse à dents (figure 6.60).

Le libellé de la défaillance est « Rupture du manche ». À partir de ce libellé, le groupe de travail doit :

- identifier l'effet ressenti par l'ensemble des clients du processus ;
- rechercher la/les cause(s) ou la chaîne de causes qui peuvent conduire à cette défaillance ;
- vérifier pour chaque cause si un système de détection ou une démarche de validation garantit que la cause est bloquée ou que la défaillance ne peut pas atteindre le client.

**Figure 6.60 – Mode de défaillance**



### Cotation d'un mode de défaillance

L'originalité de la méthode AMDEC tient en ceci que l'on note chaque mode de défaillance identifié selon trois axes de notation :

- **la fréquence d'apparition**, c'est-à-dire la probabilité que la cause existe multipliée par la probabilité que cette cause crée une défaillance ;

- **la gravité**, c'est-à-dire l'évaluation de l'effet non-qualité ressenti par le client ;
- **la détection**, c'est-à-dire la probabilité de ne pas livrer une défaillance potentielle quand la cause existe.

Pour chacun de ces axes, on fixe une note de 1 à 10 en fonction d'une grille de notation (figure 6.61). Le « Niveau de Priorité de Risque » (*NPR*) est le produit de ces trois notes. On considère généralement que toute défaillance potentielle ayant une note supérieure à 100 est jugée à risque. Il faut apporter une action corrective.

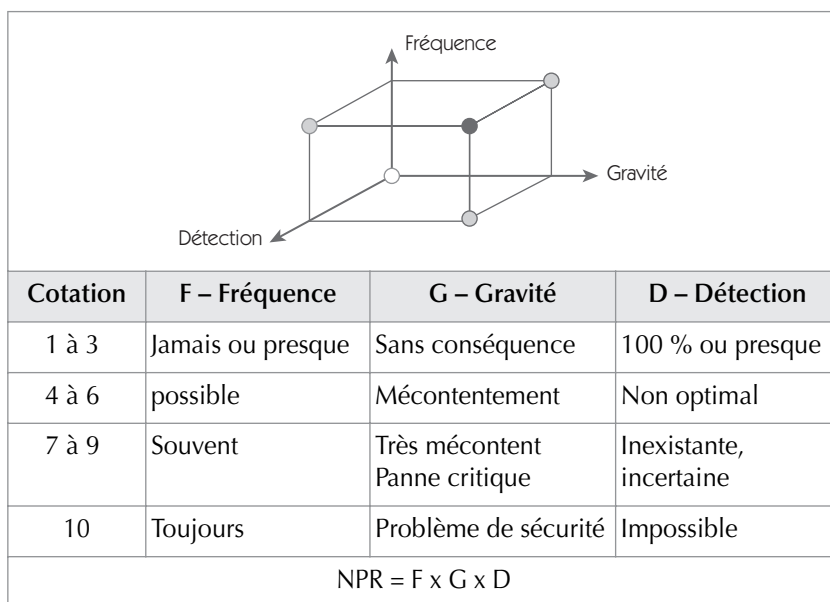


### Casse du manche/Matière non conforme/Erreur du fabricant

$$F = 3 / G = 9 / D = 9 ; NPR = 3 \times 9 \times 2 = 243$$

Le *NPR* étant supérieur à 100, une action corrective est jugée nécessaire.

Figure 6.61 – Calcul du NPR



Chaque fois qu’une action corrective est envisagée, on fait une nouvelle évaluation du NPR en tenant compte des améliorations.

### Synthèse sur la feuille AMDEC

L’ensemble de l’étude est synthétisé sur une feuille d’analyse qui a la forme suivante (figure 6.62) dans le cas d’une AMDEC processus.

**Figure 6.62 – Feuille d’analyse AMDEC**

| OP | Produit                     |              | Processus      | Prévu/existant |                      |      |   | Actions |          |             | Résultat                   |         |      |   |     |
|----|-----------------------------|--------------|----------------|----------------|----------------------|------|---|---------|----------|-------------|----------------------------|---------|------|---|-----|
|    | Défaut potentiel            | Effet défaut |                | Cause défaut   | plan de surveillance | Note |   |         |          | Responsable | Délai                      | Mesures | Note |   |     |
|    |                             |              | D              |                |                      | F    | G | NPR     | D'       |             |                            |         | F'   | G | NPR |
| 30 | Résistance du manche faible | Casse        | Erreur matière | Néant          | 9                    | 3    | 9 | 243     | M. Aubel | S47         | création procédure magasin | 3       | 3    | 9 | 27  |
|    |                             |              |                |                |                      |      |   |         |          |             |                            |         |      |   |     |





# Chapitre 7

---

## Étape 5 – Contrôler

---

### 1. Introduction

L'ensemble des étapes « Définir », « Mesurer », « Analyser », « Innover/améliorer » a permis de fournir une solution afin d'améliorer le  $z$  du processus. Cette cinquième étape a pour objectif de se donner les moyens de mettre sous contrôle le processus afin de s'assurer de la stabilité de la solution trouvée.

Le point essentiel dans cette étape est la mise sous contrôle du procédé. Pour cela, il faut :

- valider les spécifications ;
- formaliser les modes opératoires ;
- surveiller que le processus ne dérive pas en appliquant les méthodes de la maîtrise statistique des processus.

Nous détaillerons dans ce chapitre ces trois opérations qui seront appuyées par la dernière étape « Standardiser », laquelle permettra de garantir que le maintien du niveau de qualité atteint se fera à « énergie minimale », donnant ainsi aux progrès accomplis un caractère pérenne.

## 2. Valider les spécifications

À ce stade du projet Six Sigma, les relations entre les  $X$  et les  $Y$  sont bien établies. Avant de mettre sous contrôle les caractéristiques, il faut valider les spécifications.

Une spécification se compose d'une cible et de limites de tolérance. Il faut donc déterminer la cible de telle sorte que les tolérances permises soient maximales tout en garantissant le respect des spécifications sur les caractéristiques critiques pour le client (les  $Y$ ).

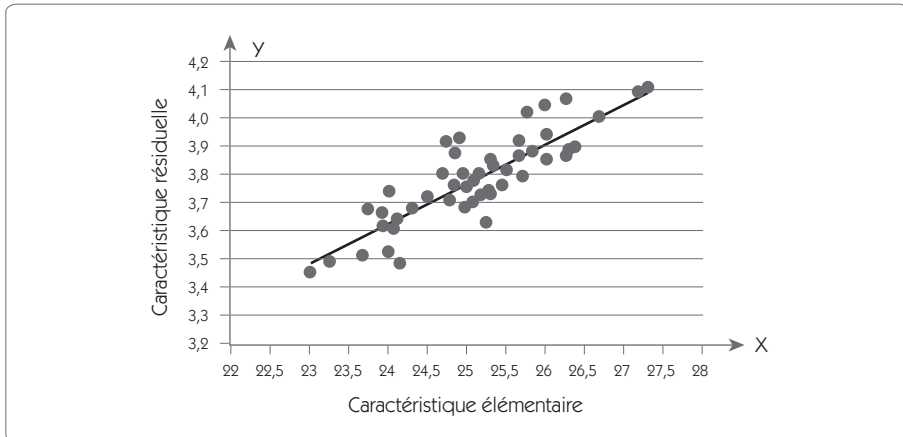
### 2.1 Détermination des tolérances par corrélation

#### 2.1.1 Utilisation du parallélogramme des tolérances

Le tolérancement doit garantir le bon fonctionnement des produits à la fin du processus. Pour y parvenir, lorsque l'on a identifié une relation entre une caractéristique élémentaire et une caractéristique finale, on doit déterminer les tolérances sur la caractéristique élémentaire de telle sorte que l'on s'assure de la satisfaction du client.

Prenons l'exemple de la relation entre une variable élémentaire  $X$  et la variable résultante  $Y$  (figure 7.1).

Figure 7.1 – Relation de corrélation entre X et Y



La variable Y a pour cible 3,8 et pour tolérance  $\pm 0,3$ . Comment déterminer les tolérances sur la variable X compte tenu de la relation qui existe entre ces deux variables ?

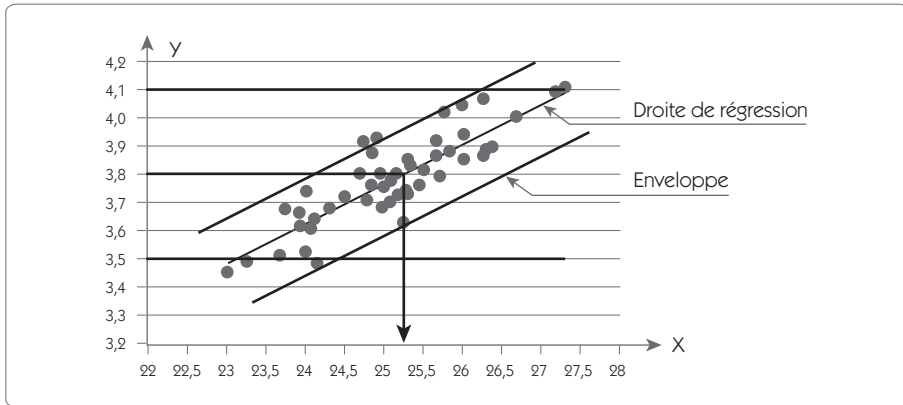
**Première étape** : tracer la droite de régression (voir chapitre 5, *Analyser*).

**Deuxième étape** : déterminer la cible sur X

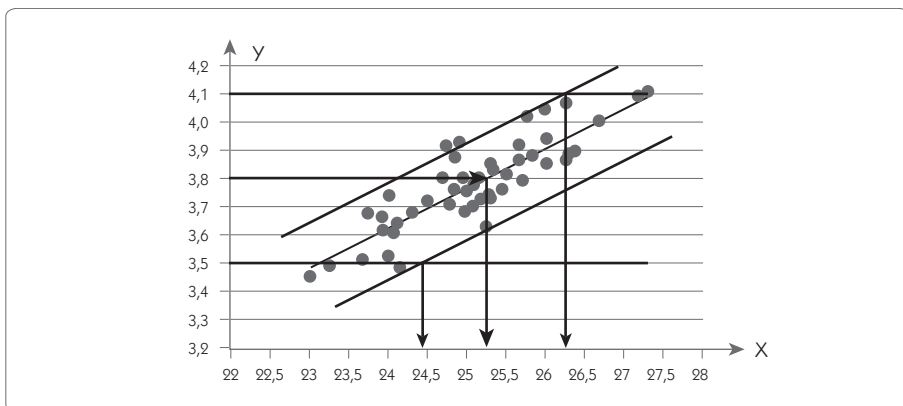
- En partant de la cible visée sur Y et en la projetant sur la droite de régression, on détermine aisément la cible sur X. Dans l'exemple, on trouve comme cible 25,3 (figure 7.2).

**Troisième étape** : déterminer les tolérances sur X

1. On trace les tolérances sur la variable résultante.
2. On trace l'enveloppe de la corrélation, parallèle à la droite de régression.

**Figure 7.2 – Enveloppe de la corrélation**

3. On fixe les tolérances sur  $X$  en complétant le parallélogramme des tolérances (figure 7.3). Dans l'exemple, on fixe les tolérances à  $25,33 \pm 0,9$ .

**Figure 7.3 – Parallélogramme des tolérances**

### 2.1.2 Méthode statistique

La méthode statistique vise à déterminer les tolérances en utilisant les relations de corrélation. La première chose à faire est de calculer l'écart type cible que l'on souhaite sur la variable résultante. On suppose que l'on souhaite un  $Pp$  de 1 sur  $Y$  ( $6\sigma_{\text{Long terme}}$  dans la tolérance).

Dans ce cas,  $\sigma_Y = 0,6/6 = 0,1$ .

Soit une variance cible sur  $Y$  :  $0,1^2 = 0,01$ .

En utilisant la régression linéaire, on établit la relation entre  $X$  et  $Y$  (on se sert de l'utilitaire d'analyse de Excel par exemple).

| Statistiques de la régression |            |            |       |             |
|-------------------------------|------------|------------|-------|-------------|
| $R^2$                         | 0,74       |            |       |             |
| Écart type résiduel           | 0,07834584 |            |       |             |
|                               | Coef.      | Écart type | t     | Probabilité |
| X                             | 0,15       | 0,000440   | 341,8 | 2 E-84      |

#### Détermination de la cible

On en déduit la relation pour établir la cible :  $Y_{cible} = 0,15 X_{cible}$

Soit :  $X_{cible} = Y_{cible}/0,15 = 3,8/0,15 = 25,33$

#### Détermination des tolérances

Pour les limites, on utilise l'additivité des variances :

$$V(Y) = 0,15^2 V(X) + V_{\text{résiduel}}$$

Pour établir la relation, on est obligé de tenir compte de la variance résiduelle, c'est-à-dire des variations sur  $Y$  qui ne sont pas expliquées par les variations de  $X$ . Cette variance est déterminée par l'étude de régression linéaire, c'est le carré de l'écart type résiduel.

$$\text{On a donc : } V(X) = \frac{V(Y) - V_{\text{résiduel}}}{0,15^2} = \frac{0,01 - 0,0783^2}{0,15^2} = 0,17$$

soit  $\sigma_{cible(X)} = \sqrt{0,17} = 0,41$

En fixant un objectif de  $Ppk$  de 1,00 sur  $X$ , on trouve comme intervalle de tolérance :  $6 \times 0,41 = 2,4$

La tolérance sur  $X$  est donc fixée à  $25,33 \pm 1,20$

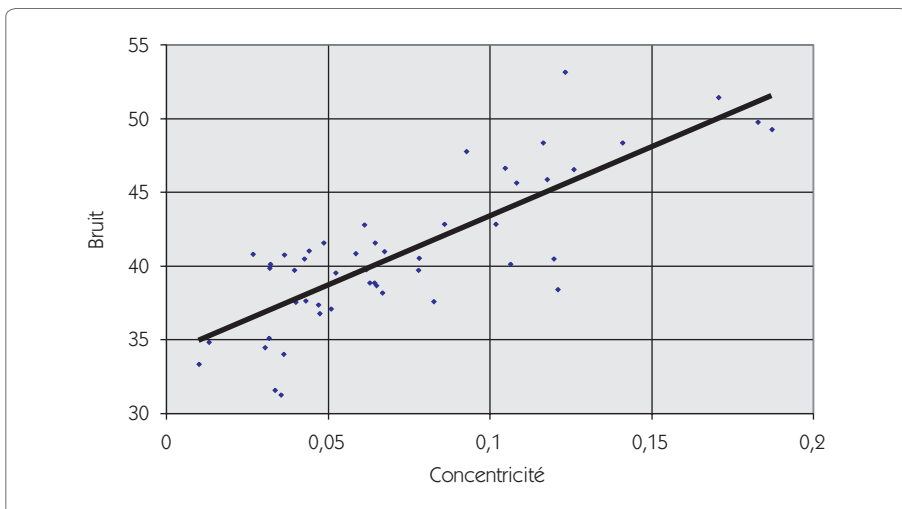
### 2.1.3 Cas d'une tolérance unilatérale

On cherche à montrer l'influence d'un défaut de concentricité d'un axe sur le bruit mesuré sur le produit fini. Il ne semble pas possible aux ingénieurs d'établir une relation entre ce bruit en final et la concentricité par une relation mathématique issue d'un modèle. De plus, il n'est pas facile de recréer le défaut de concentricité sur la pièce. L'utilisation de plans d'expériences pour déterminer la relation n'est donc pas aisée.

Pour résoudre ce problème, on a recours à une analyse en régression. L'analyse consiste à mesurer la concentricité de 50 arbres et à réaliser l'assemblage (si possible dans le même produit) sur lequel on mesurera le bruit. Le bruit maximal toléré est de 43 dB.

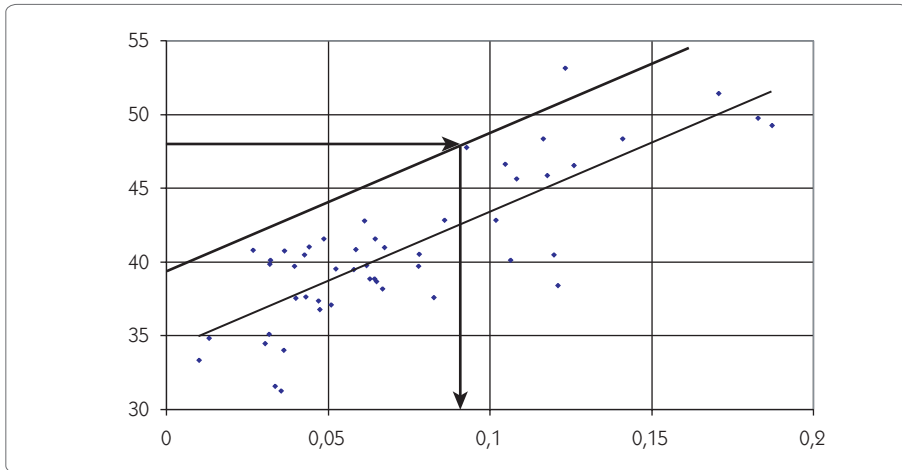
On établit la relation entre le bruit et la concentricité au moyen du graphique de corrélation.

Figure 7.4 – Relation entre le bruit et la concentricité



## Méthode graphique

Figure 7.5 – Détermination graphique des tolérances



Graphiquement, on constate aisément qu'une concentricité élevée correspond toujours à un bruit élevé. À partir du graphique précédent (figure 7.5), on détermine la limite supérieure sur la concentricité à 0,08.

## Méthode statistique

Pour savoir si la relation entre le bruit et la concentricité est significative, on réalise un test de Student.

Voici l'équation de régression :  $Bruit_{moyen} = 33,96 + 93,8 Conc$

|           | Coef. | écart type | t      | p        |
|-----------|-------|------------|--------|----------|
| Constante | 33,96 | 0,836      | 40,599 | 8,06E-39 |
| Conc.     | 93,80 | 9,923      | 9,4525 | 1,54E-12 |

$$S = 2,96 \quad R^2 = 65 \% \quad R^2 (ajus) = 64,3 \%$$

La probabilité  $p$  indique le risque de conclure à tort que le régresseur est significatif. Dans notre exemple, ce risque est inférieur à 5 %, on conclut donc que la concentricité a bien un effet significatif sur le bruit.



Le coefficient  $R^2$  indique la part de la variance sur le bruit, expliquée par la concentricité. Dans notre exemple, 64,3 % de la variance du bruit provient des variations sur la concentricité. Ce n'est pas négligeable.

$$\text{Bruit}_{Max} = 33,96 + 93,8 \text{ Conc}_{Max} + 3\sigma_{\text{résiduel}}$$

L'écart type résiduel  $\sigma_{\text{résiduel}}$  est donné par l'étude de régression  $S = 2,96$ .

Dans notre cas, on cherche à déterminer la concentricité maximale. On a donc :

$$\text{Conc}_{Max} = \frac{\text{Bruit}_{Max} - 33,96 - 3 \times 2,96}{93,8} = 0,076$$

## 2.2 Exemple en corrélation multiple

Dans certains cas de figure, on ne cherchera pas la relation entre un résultat final et une seule variable explicative, mais avec plusieurs variables élémentaires candidates.

On pourrait envisager de faire plusieurs corrélations simples comme dans l'exemple précédent, mais ce n'est pas indiqué car les effets d'une variable élémentaire peuvent être masqués par les effets des autres variables (voir chapitre 5, *Analyser*). Il est donc préférable de tout inclure dans la même corrélation.



### Exemple

On recherche sur un produit la relation entre l'amplitude d'un mouvement et plusieurs variables initiales : Diamètre ( $D$ ), Force d'un ressort ( $F$ ), Rugosité ( $R$ ), Concentricité ( $C$ ), Jeu ( $J$ ).

On applique la même méthode que précédemment : on mesure préalablement les candidats, puis le résultat sur les produits assemblés.

| D     | F    | R    | C    | J    | Amp   |
|-------|------|------|------|------|-------|
| 2,999 | 1,76 | 0,68 | 1,08 | 0,04 | 19,95 |
| 3,002 | 1,83 | 2,96 | 0,26 | 0,04 | 18,04 |
| 3,001 | 1,83 | 1,66 | 1,81 | 0,02 | 18,87 |
| 3,001 | 1,81 | 3,07 | 1,3  | 0,04 | 17,75 |
| 3,001 | 1,84 | 0,78 | 0,52 | 0,03 | 19,83 |
| 3,003 | 1,70 | 1,19 | 1,18 | 0,04 | 19,52 |
| 3,002 | 1,80 | 1,21 | 0,28 | 0,02 | 19,48 |
| 3,001 | 1,78 | 0,15 | 0,1  | 0,03 | 20,22 |
| 3,001 | 1,87 | 0,91 | 1,12 | 0,03 | 19,64 |
| 3,003 | 1,87 | 1,3  | 3,22 | 0,03 | 19,78 |
| 3,000 | 1,86 | 1,86 | 1,04 | 0,04 | 19,10 |
| 3,004 | 1,69 | 1,16 | 0,18 | 0,02 | 19,20 |
| 3,000 | 1,89 | 1,21 | 0,65 | 0,03 | 19,42 |
| 3,000 | 1,75 | 0,69 | 1,33 | 0,04 | 20,08 |
| 3,002 | 1,86 | 0,09 | 0,97 | 0,05 | 20,46 |
| 2,998 | 1,77 | 1,64 | 0,13 | 0,02 | 18,79 |
| 3,003 | 1,79 | 2,32 | 1,05 | 0,02 | 18,49 |
| 3,004 | 1,92 | 2,34 | 0,19 | 0,03 | 18,73 |
| 3,004 | 1,85 | 2,89 | 0,73 | 0,02 | 18,04 |
| 3,004 | 1,79 | 2,61 | 0,89 | 0,03 | 18,39 |
| 2,997 | 1,69 | 6,67 | 0,2  | 0,04 | 15,12 |
| 2,997 | 1,80 | 0,72 | 0,21 | 0,03 | 19,80 |
| 3,001 | 1,76 | 2,45 | 5,17 | 0,04 | 18,39 |
| 3,002 | 1,78 | 2,05 | 1    | 0,03 | 18,46 |
| 2,999 | 1,83 | 1,69 | 3,89 | 0,02 | 19,07 |
| 3,000 | 1,78 | 0,52 | 0,5  | 0,03 | 19,85 |
| 3,003 | 1,66 | 1,74 | 0,21 | 0,02 | 18,55 |
| 3,000 | 1,79 | 1,84 | 0,2  | 0,02 | 18,84 |
| 3,001 | 1,85 | 0,9  | 0,62 | 0,01 | 19,70 |
| 2,999 | 1,88 | 2,11 | 0,13 | 0,04 | 19,08 |

En ne conservant que les régresseurs significatifs, on trouve la relation :

$$Amp = 17,4 + 1,51 F - 0,798 R + 8,71 J$$

| Régresseur | Coef.   | $\sigma$ | T       | P     |
|------------|---------|----------|---------|-------|
| Constante  | 17,4    | 0,82     | 21,28   | 0,000 |
| F          | 1,51    | 0,45     | 3,36    | 0,002 |
| R          | - 0,798 | 0,02     | - 34,58 | 0,000 |
| J          | 8,71    | 2,98     | 2,92    | 0,007 |

$$S = 0,1508 \quad R^2 = 98,0 \% \quad R^2 (\text{ajus}) = 97,8 \%$$

L'équation précédente explique 97,8% des fluctuations mesurées sur l'amplitude. L'erreur résiduelle a comme écart type  $\sigma_e = 0,1508$

Les valeurs cibles sont fixées par la relation

$$\text{Amp} = 17,4 + 1,51 F - 0,798 R + 8,71 J$$

On en déduit facilement les tolérances avec la relation suivante :

$$V(\text{Amp}) = 1,51^2 V(F) + 0,80^2 V(R) + 8,71^2 V(J) + \sigma_e^2$$

$$\text{Soit } \sigma(\text{amp}) = \sqrt{2,28\sigma_{(F)}^2 + 0,64\sigma_{(R)}^2 + 75,9\sigma_{(J)}^2 + 0,1508^2}$$

En supposant un coefficient de proportionnalité entre les écarts types  $\sigma$  et les intervalles de tolérances  $IT$  (par exemple,  $IT = 8 \sigma$ ), on peut écrire :

$$IT(\text{amp}) = \sqrt{2,28IT_{(F)}^2 + 0,64IT_{(R)}^2 + 75,9IT_{(J)}^2 + 0,1508^2}$$

### 3. Formaliser les modes opératoires

#### 3.1 Espace de la défaillance

Pour maîtriser un processus, il faut tout d'abord formaliser les modes opératoires. Garantir la performance d'un poste de travail, c'est mettre en place un système capable de rendre le poste robuste par rapport aux

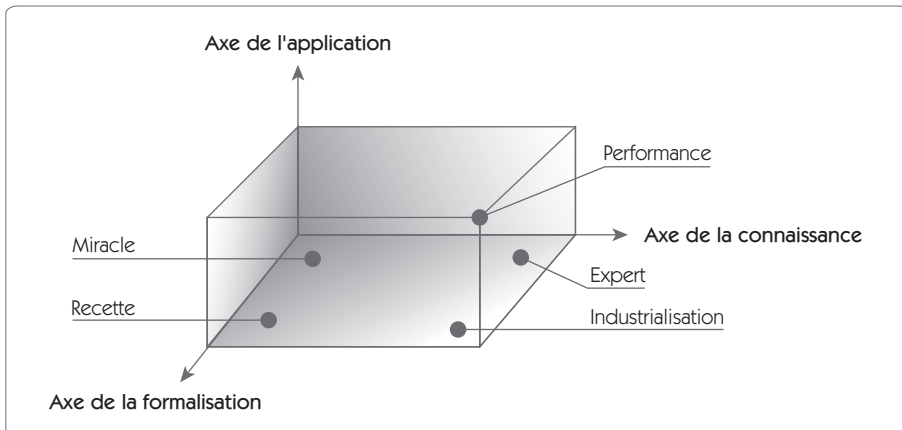
perdes de performance du processus. Par perte de performance, on entend plusieurs éléments : qualité, coûts, délais, sécurité, environnement.

Lorsque l'on étudie les causes de défaillances récurrentes dans un processus de production, on identifie trois axes majeurs :

- l'axe de la connaissance/compétence ;
- l'axe de la formalisation ;
- l'axe de l'application.

L'ensemble des défaillances étudiées peut être positionné dans l'espace des défaillances.

**Figure 7.6 – Espace de la défaillance**



### **Axe de la connaissance/compétence**

Cet axe décrit les connaissances et la maîtrise du sujet par les personnes concernées (opérateurs, encadrement méthodes...). Cela implique des niveaux de connaissance pauvres ou très complets dans le cas d'experts. Une défaillance sur cet axe peut se traduire de plusieurs manières :

- Les moyens à disposition de l'opérateur sont satisfaisants, mais son manque de connaissance ne lui permet pas d'y recourir de façon satisfaisante.

- Le manque de compétences sur le sujet dépasse le cadre de l'entreprise et les moyens qui permettraient d'assurer une performance correcte n'existent pas.
- Les moyens qui permettraient d'atteindre la performance existent, mais ne sont pas utilisés par l'entreprise.

Les quatre premières étapes de la démarche Six Sigma nous ont fait progresser selon cet axe.

### **Axe de la formalisation**

Cet axe décrit le degré de formalisation, de règles à respecter qui existent sur le sujet concerné. Cela peut aller de l'inexistence totale de règles formalisées jusqu'à la description très complète de l'ensemble des actions nécessaires pour accomplir la tâche sans défaillance et des réactions préconisées en cas de dérive du processus. Les quatre premières étapes de la démarche Six Sigma nous ont permis de prendre connaissance de ses règles mais, à ce stade, elles ne sont pas formalisées.

### **Axe de l'application**

Cet axe décrit le degré de correspondance entre les connaissances acquises et/ou formalisées et la véritable application sur le terrain. Il ne suffit pas que les connaissances soient dans l'entreprise et que celles-ci soient formalisées, encore faut-il qu'elles soient appliquées. Cet axe sera tout particulièrement étudié dans la dernière étape de Six Sigma : « Standardiser ».

### **Aspect statique et dynamique de la défaillance**

On conçoit aisément qu'un processus parfaitement maîtrisé du point de vue de la connaissance, dont les règles ont été formalisées et sont appliquées avec rigueur, n'est pas candidat aux problèmes récurrents. Hélas, la situation dans cet espace de la défaillance n'est pas statique mais dynamique, et on peut à tout moment glisser selon un des trois axes.

**Glissement de l'axe de la connaissance : la perte de savoir-faire**

On sait faire mais, pour une raison quelconque, on perd cette connaissance. Parmi les raisons qui peuvent être invoquées ici, on peut citer la périodicité d'une activité (une fonctionnalité d'un logiciel qui n'est utilisé que tous les trois mois par exemple ou une production qui change après une longue période, ce qui fait que la bonne pratique de la campagne précédente a été oubliée) ou un changement de personnel. Dans ces deux situations, il faut pouvoir compter sur une formalisation *ad hoc* permettant de garantir une certaine continuité et de pallier le « manque de mémoire ».

**Glissement de l'axe de la formalisation : elle devient obsolète**

On a fait évoluer le processus mais pas la documentation ou les règles à respecter qui lui sont associées. De ce fait, la formalisation qui était parfaitement adaptée n'est plus utilisable dans le cadre du nouveau processus puisqu'elle conduira inmanquablement à des erreurs.

**Glissement de l'axe de l'application :  
les règles ne sont plus respectées**

On sait faire, mais le temps, les habitudes conduisent à ne plus respecter ce qui avait été établi. On peut citer l'exemple du non-respect des limitations de vitesse sur la route par exemple ! Si ce cas se répète régulièrement, la formalisation existante ne sera probablement plus utilisable puisque déconnectée de la vie du processus. En fait, et quelle que soit la qualité de la formalisation existante, ce cas nous ramène à une situation où la formalisation n'existe pas.

Cette petite analyse de l'espace de défaillance montre bien combien il est important de formaliser les processus opératoires pour maîtriser un processus.

**3.2 Formaliser les modes opératoires**

La formalisation des modes opératoires permet de constituer une mémoire de l'entreprise. C'est également la première étape de la standardisation des opérations. Cette formalisation peut prendre plusieurs formes :

- La mise en place de procédures génériques garantissant la conformité de la tâche. Par exemple, la couleur rouge est systématiquement réservée aux produits non conformes.
- La rédaction de documents synthétiques tels que les fiches de poste, les instructions de travail... qui permettent de mettre sur le papier la façon dont on réalise une tâche ou dont on réagit face à une situation.
- La création de check-lists qui permettent de garantir qu'une suite d'actions sera bien réalisée. C'est particulièrement utile notamment dans les changements de fabrication qui sont très souvent des sources de pertes de performances importantes.
- La mise en place de feuilles de relevés qui permettent de s'assurer de la continuité de la performance du processus.

Le groupe de travail devra réaliser ce travail de formalisation pour que ce qui a été décidé ne soit pas oublié. Il ne s'agit en aucun cas de noircir du papier. Ce serait sans intérêt ici. Bien du papier peut être évité par les procédures génériques. Donnons un exemple. Une machine nécessitait une maintenance préventive complexe pour mettre sous contrôle le processus. Certaines opérations étaient journalières, d'autres hebdomadaires. Une première solution a consisté à décrire sur des documents l'ensemble des points. Il en a résulté un petit document de plusieurs feuilles malgré le recours intensif aux photos et croquis. Une seconde solution a consisté à peindre en jaune tous les points nécessitant un entretien journalier et en bleu ceux qui requéraient un entretien hebdomadaire. Une simple check-list a alors permis de formaliser ce point. La méthode a été étendue à tout le site de production, allégeant ainsi un très grand nombre de documents.

Formaliser n'est pas synonyme d'écriture, même si un minimum d'écriture est souvent nécessaire. Dans ce cas, on doit avoir le souci de l'efficacité et se poser la question de l'utilité du document que l'on rédige. On identifie en général trois cas d'utilisation des documents de formalisation d'une activité :

- lorsqu'une personne nouvelle doit réaliser l'activité ;
- lorsqu'on doit refaire une activité après un certain temps et que l'on en a tout oublié ;

- lorsqu'on veut auditer l'activité et qu'on a besoin d'une référence.

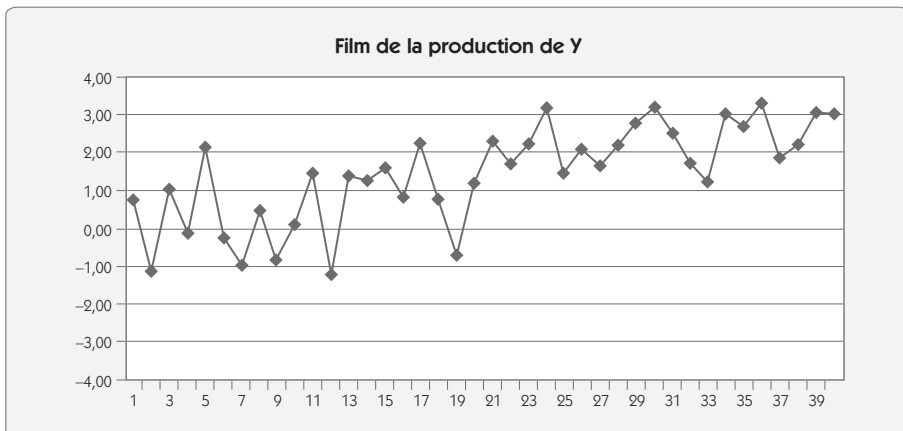
La formalisation de l'activité doit répondre à ces objectifs, ce qui ne nécessite pas en général qu'on la décrive de façon exhaustive.

## 4. Processus « sous contrôle »

### 4.1 Les causes communes et les causes spéciales

Lorsque l'on suit un processus de production, il y a toujours des variations dues à de nombreuses causes ; on se pose la question suivante : à partir de quel écart faut-il intervenir sur le processus ?

Figure 7.7 – Procédé avec dérive



L'exemple de la figure 7.7 donne le film d'une production sur laquelle on a mesuré la totalité des unités produites. Le processus est visiblement en train de dériver et il faudrait sans doute intervenir pour le ramener sur sa cible (0). Mais quel critère va nous donner la preuve statistique que le processus a dérivé et qu'il est nécessaire d'intervenir ?



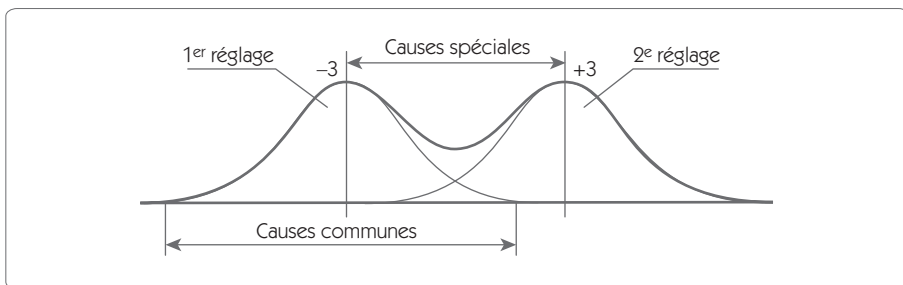
En 1931, W. SHEWHART proposa une approche permettant de répondre à ces questions, en dissociant les causes de dispersion en deux catégories :

- les dispersions dues aux causes communes ;
- les dispersions dues aux causes spéciales.

Cette dichotomie entre les causes de dispersion est une des bases fondamentales de la méthode MSP (« Maîtrise statistique des procédés »). Il convient donc de les expliciter davantage.

**Les causes communes** : ce sont les nombreuses sources de variations difficilement maîtrisables qui sont toujours présentes à des degrés divers dans différents procédés. Ces causes étant toujours présentes et, de plus, en grand nombre, il faudra « vivre avec ». L'ensemble de ces causes communes forme la variabilité intrinsèque du procédé. Cette variabilité suit généralement une loi de Gauss.

**Figure 7.8 – Causes communes et causes spéciales**



**Les causes spéciales** : ce sont les causes de dispersion identifiables, souvent irrégulières et instables, et par conséquent difficiles à prévoir. L'apparition d'une cause spéciale nécessite une intervention sur le procédé. Contrairement aux causes communes, les causes spéciales sont en général peu nombreuses. Un dérèglement dû à une usure d'outil est une cause spéciale.

## 4.2 Le principe d'une carte de contrôle

La démarche vise donc à identifier la dispersion due aux causes communes afin de détecter les limites de variations admissibles.

Figure 7.9 – Calcul de l'étendue glissante

| N° | Y     | R    | N° | Y    | R    | N° | Y    | R    | N° | Y    | R    |
|----|-------|------|----|------|------|----|------|------|----|------|------|
| 1  | 0,77  |      | 11 | 1,47 | 1,36 | 21 | 2,29 | 1,08 | 31 | 2,53 | 0,64 |
| 2  | -1,13 | 1,9  | 12 | -1,2 | 2,67 | 22 | 1,71 | 0,58 | 32 | 1,72 | 0,81 |
| 3  | 1,02  | 2,15 | 13 | 1,38 | 2,58 | 23 | 2,23 | 0,52 | 33 | 1,25 | 0,47 |
| 4  | -0,14 | 1,16 | 14 | 1,27 | 0,11 | 24 | 3,15 | 0,92 | 34 | 3    | 1,75 |
| 5  | 2,13  | 2,27 | 15 | 1,61 | 0,34 | 25 | 1,44 | 1,71 | 35 | 2,66 | 0,34 |
| 6  | -0,25 | 2,38 | 16 | 0,83 | 0,78 | 26 | 2,08 | 0,64 | 36 | 3,31 | 0,65 |
| 7  | -0,99 | 0,74 | 17 | 2,24 | 1,41 | 27 | 1,62 | 0,46 | 37 | 1,85 | 1,46 |
| 8  | 0,47  | 1,46 | 18 | 0,74 | 1,5  | 28 | 2,21 | 0,59 | 38 | 2,19 | 0,34 |
| 9  | -0,82 | 1,29 | 19 | -0,7 | 1,44 | 29 | 2,78 | 0,57 | 39 | 3,03 | 0,84 |
| 10 | 0,11  | 0,93 | 20 | 1,21 | 1,91 | 30 | 3,17 | 0,39 | 40 | 3,02 | 0,01 |

Dans l'exemple de la figure 7.7, on peut faire l'hypothèse que les variations d'une unité à l'autre sont la manifestation des causes communes ; la dérive que l'on constate représente une cause spéciale. Pour identifier l'écart type des causes communes, nous pouvons utiliser la méthode des étendues glissantes entre 2 valeurs consécutives que nous avons présentée dans les chapitres précédents.

$$R = \text{valeur absolue } (X_i - X_{i-1})$$

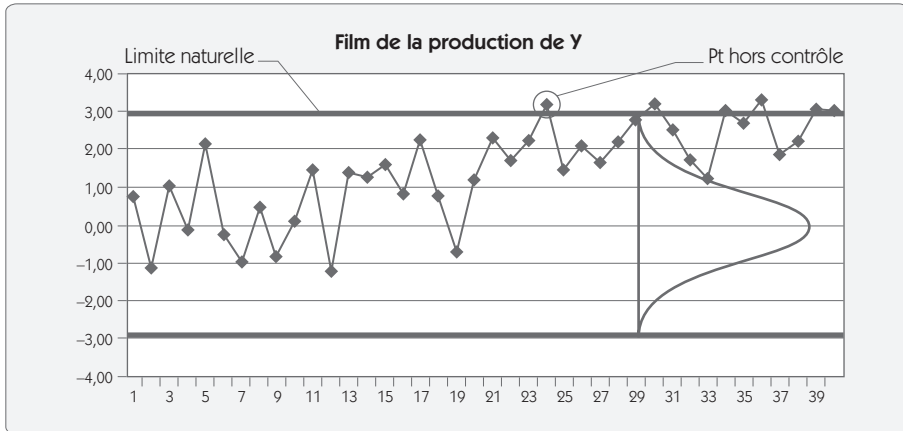
$$\text{Exemple : } R_2 = \text{Abs}(-1,13 - 0,77) = 1,9$$

On calcule la moyenne des étendues et on calcule l'écart type par la relation :

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{1,128} = \frac{1,11}{1,128} = 0,98$$

Il est donc aisé de placer les limites des fluctuations naturelles du processus à  $Cible \pm 3\sigma$ , soit  $0 \pm 3 \times 0,98 = \pm 2,94$ .

**Figure 7.10 – Limites naturelles du processus**



Ayant déterminé les limites naturelles du processus, il est facile de déterminer une règle claire d'intervention. Ainsi, dès le 24<sup>e</sup> point, on est sorti des limites naturelles ; il y a une forte probabilité qu'il y ait la présence d'une cause spéciale. Il faut donc intervenir sur le procédé.

Ce principe relativement simple est à la base des cartes de contrôle que nous allons présenter. Nous avons surveillé dans ce petit exemple la position du procédé mais, pour mettre sous contrôle un procédé, il faudra surveiller également sa dispersion. Ainsi, il faudra en général suivre deux cartes :

- une pour garantir l'absence de cause spéciale sur la position ;
- l'autre pour garantir la stabilité de la dispersion naturelle du procédé.

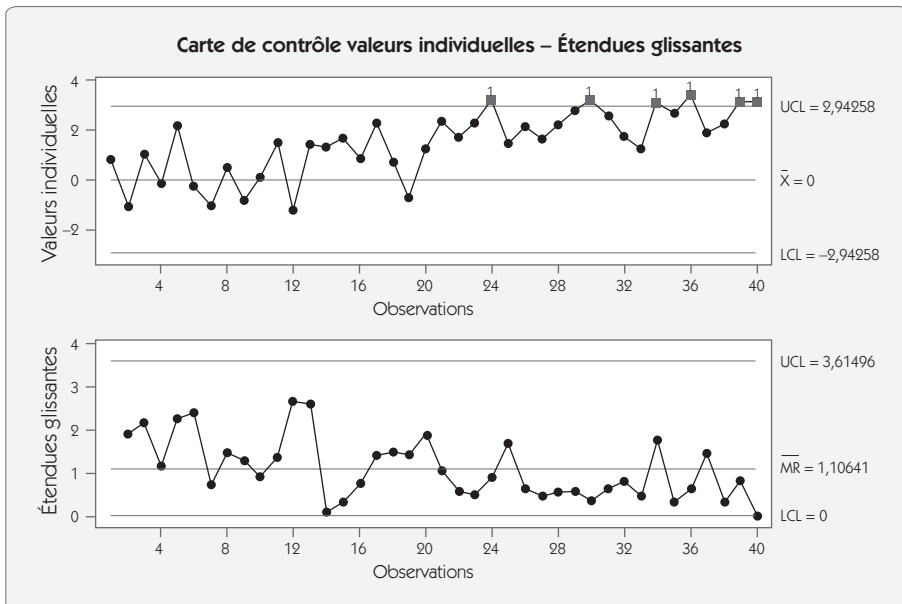
## 5. Cartes de contrôle pour caractéristiques continues

### 5.1 Carte aux valeurs individuelles/étendues glissantes

La carte aux valeurs individuelles/étendues glissantes permet de représenter sur un graphique l'ensemble des mesures réalisées. On utilise cette carte principalement dans deux situations :

- le suivi de processus en petites séries, pour lesquels on a peu de données et où la notion de lot n'a pas de sens ;
- le suivi de caractéristiques process telles que la température, la pression.

Figure 7.11 – Carte aux valeurs individuelles/étendues glissantes



Elle est constituée de deux graphiques : les valeurs mesurées et les étendues glissantes calculées sur deux (ou plus) valeurs consécutives. L'exemple de la figure 7.11 reprend les données du tableau présenté en figure 7.9. Il montre que le processus subit une dérive sur la position avec de nombreux points hors contrôle sur la carte des valeurs individuelles. En revanche, la dispersion est sous contrôle avec une carte des étendues qui ne possède pas de point hors contrôle.

Pour les valeurs individuelles, les limites sont fixées à  $Cible \pm 3\sigma$ . Voici les formules que l'on utilise pour le calcul des limites :

$$LIC_X = Cible - 3\sigma = Cible - 3(\bar{R}/d_2) = Cible - A_4 \times \bar{R}$$

$$LSC_X = Cible + 3\sigma = Cible + 3(\bar{R}/d_2) = Cible + A_4 \times \bar{R}$$

Pour les étendues mobiles, les limites sont fixées à  $\bar{R} \pm 3\sigma_R$ , ce qui, après simplification, donne les équations :

$$LIC_R = D_3 \times \bar{R}$$

$$LSC_R = D_4 \times \bar{R}$$

**Figure 7.12 – Tableau des coefficients**

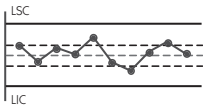
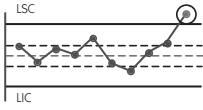
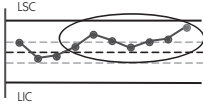
| n              | 2     | 3     | 4     | 5     |
|----------------|-------|-------|-------|-------|
| A <sub>4</sub> | 2,660 | 1,772 | 1,457 | 1,290 |
| D <sub>3</sub> | -     | -     | -     | -     |
| D <sub>4</sub> | 3,267 | 2,574 | 2,282 | 2,114 |

Les coefficients sont choisis en fonction de la taille retenue du sous-groupe pour calculer l'étendue glissante. Dans notre exemple, nous avons choisi  $n = 2$ .

La cible est soit la valeur sur laquelle on veut se centrer dans le cas de processus réglables, soit la moyenne historique du processus sur laquelle on souhaite rester centré.

## 5.2 Interprétation des cartes de contrôle

Figure 7.13 – Les règles de pilotage des cartes de contrôle

| Graphique   | Description   | Décision carte position   | Décision carte dispersion   |
|---|---|---|---|
|    | <p><b>Procédé sous contrôle</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Les courbes <math>\bar{X}</math> et R oscillent de chaque côté de la moyenne.</li> <li>2/3 des points sont dans le tiers central de la carte.</li> </ul> | Production  | Production  |
|    | <p><b>Point hors limites</b><br/>Le dernier point tracé a franchi une limite de contrôle.</p>   | Régler le procédé de la valeur de l'écart qui sépare le point de la valeur cible. | <p><b>Cas limite supérieure</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>La capabilité court terme se détériore. Il faut trouver l'origine de cette détérioration et intervenir.</li> <li>Il y a une erreur de mesure.</li> </ul> <p><b>Cas limite inférieure</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>La capabilité court terme s'améliore.</li> <li>Le système de mesure est bloqué.</li> </ul> |
|  | <p><b>Tendance supérieure ou inférieure</b></p> <p>7 points consécutifs sont supérieurs ou inférieurs à la moyenne.</p>   | Régler le procédé de l'écart moyen qui sépare la tendance à la valeur cible.      | <p><b>Cas tendance supérieure</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>La capabilité court terme se détériore. Il faut trouver l'origine de cette détérioration et intervenir.</li> </ul> <p><b>Cas tendance inférieure</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>La capabilité court terme s'améliore. Il faut trouver l'origine de cette amélioration pour la maintenir.</li> </ul>          |

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  | <p><b>Tendance croissante ou décroissante</b></p> <p>7 points consécutifs sont en augmentation régulière ou en diminution régulière.</p> | <p><b>Régler le procédé</b></p> <p>si le dernier point approche les limites de contrôle de l'écart qui sépare le dernier point à la valeur cible.</p>  | <p><b>Cas série croissante</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La capabilité court terme se détériore. Il faut trouver l'origine de cette détérioration et intervenir.</li> </ul> <p><b>Cas série décroissante</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La capabilité court terme s'améliore. Il faut trouver l'origine de cette amélioration pour la maintenir.</li> </ul> |
|  | <p><b>1 point proche des limites</b></p> <p>Le dernier point tracé se situe dans le cadre 1/6, au bord de la carte de contrôle.</p>      | <p><b>Confirmer</b></p> <p>en prélevant immédiatement un autre échantillon.</p> <p>Si le point revient dans le tiers central – production.</p> <p>Si le point est également proche des limites ou hors limites, régler de la valeur moyenne des deux points.</p> | <p><b>Cas limite supérieure Surveiller la capabilité</b></p> <p>Si plusieurs points de la carte sont également proches de la limite supérieure, la capabilité se détériore. Il faut trouver l'origine de cette détérioration et intervenir.</p>  |
| <p><b>En cas de réglage</b> – Un nouvel échantillon est mesuré et marqué sur la carte. Pour être acceptable, le point doit se situer dans le tiers central de la carte des moyennes.</p> |  |  |  |

Pour interpréter les cartes de contrôle, il faut appliquer les règles de pilotage (figure 7.13). Ces règles sont différentes pour les cartes de position et de dispersion. La première chose à faire est de valider la carte de dispersion. En effet, si la dispersion du procédé augmente, il faut arrêter tout de suite le processus, car la capabilité court terme est en train de chuter. De plus, les limites de contrôle en position étant calculées à partir de l'étendue moyenne, elles ne sont plus valables. En revanche, on résoudra souvent une variation sur la carte en position par un simple réglage.

### 5.3 Carte de contrôle moyennes/étendues

La carte de contrôle moyennes/étendues est celle que l'on rencontre le plus souvent. Plutôt que de représenter les valeurs individuelles, on va représenter sur la carte de position la moyenne d'un échantillon de plusieurs unités réalisées consécutivement, sans intervention, et représentatif de la dispersion court terme. L'étendue est calculée sur les  $n$

valeurs de l'échantillon. La taille  $n$  sera déterminante quant à l'efficacité de la carte à détecter un décentrage. Nous reviendrons sur ce point au paragraphe suivant.

### Calcul des limites de contrôle

Les limites de contrôle sont fixées à  $\pm 3\sigma$  de la répartition des moyennes et des étendues. Elles se calculent en utilisant les formules suivantes :

#### Pour la carte des moyennes

- Limite de contrôle supérieure :  $LSC_{\bar{X}} = Cible + A_2 \times \bar{R}$
- Limite de contrôle inférieure :  $LIC_{\bar{X}} = Cible - A_2 \times \bar{R}$

#### Pour la carte de contrôle des étendues

- Limite de contrôle supérieure :  $LSC_R = D_4 \times \bar{R}$
- Limite de contrôle inférieure :  $LIC_R = D_3 \times \bar{R}$

La cible est la valeur sur laquelle il faut se centrer. Elle est souvent fixée sur le milieu de l'intervalle de tolérance. Pour les procédés qui ne peuvent être centrés sur la cible idéale (cote résultant d'un moule par exemple), on fixe la cible sur la moyenne des moyennes ( $\bar{\bar{X}}$ ) de la carte d'observation.

Les coefficients  $A_2$ ,  $D_3$ ,  $D_4$ , sont fonction de la taille des échantillons. L'origine de ces coefficients est démontrée dans la littérature spécialisée<sup>12</sup>.

**Figure 7.14 – Tableau des coefficients pour le calcul des cartes**

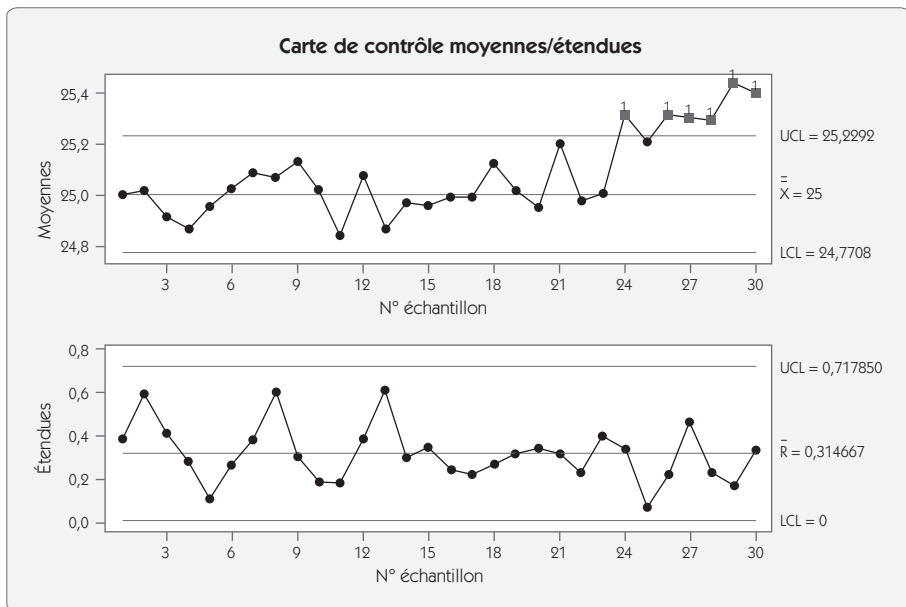
| $n$   | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $A_2$ | 1,88 | 1,02 | 0,73 | 0,58 | 0,48 | 0,42 | 0,37 | 0,34 | 0,31 |
| $D_3$ | –    | –    | –    | –    | –    | 0,07 | 0,14 | 0,18 | 0,22 |
| $D_4$ | 3,27 | 2,57 | 2,28 | 2,11 | 2,00 | 1,92 | 1,86 | 1,82 | 1,78 |

12. Voir *Appliquer la Maîtrise statistique des procédés (MSP/SPC)*, Maurice PILLET, Les Éditions d'Organisation, 2001.



Figure 7.15 – Carte moyennes – Étendues

| N°       | 20    | 21    | 22    | 23    | 24    | 25    | 26    | 27    | 28    | 29    | 30    |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Y1       | 24,82 | 25,33 | 25,00 | 24,73 | 25,33 | 25,17 | 25,22 | 25,50 | 25,31 | 25,42 | 25,35 |
| Y2       | 24,77 | 25,22 | 25,07 | 25,12 | 25,15 | 25,18 | 25,43 | 25,04 | 25,20 | 25,37 | 25,39 |
| Y3       | 25,11 | 25,20 | 25,00 | 25,07 | 25,49 | 25,24 | 25,38 | 25,38 | 25,22 | 25,40 | 25,58 |
| Y4       | 25,10 | 25,02 | 24,84 | 25,09 | 25,25 | 25,23 | 25,21 | 25,28 | 25,43 | 25,54 | 25,25 |
| Moyennes | 24,95 | 25,19 | 24,98 | 25,00 | 25,31 | 25,21 | 25,31 | 25,30 | 25,29 | 25,43 | 25,39 |
| Étendues | 0,34  | 0,31  | 0,23  | 0,39  | 0,34  | 0,07  | 0,22  | 0,46  | 0,23  | 0,17  | 0,33  |



### Exemple de calcul d'une carte de contrôle

Prenons le cas d'une caractéristique de valeur cible 25. Les échantillons prélevés sont des groupes de 4 pièces.

À l'issue de la phase d'observation du procédé, nous avons calculé la moyenne des étendues de chaque sous-groupe  $\bar{R} = 0,315$ .

La cible est le milieu de l'intervalle de tolérance soit 25,00.

### Choix des coefficients

Les groupes étant de 4 pièces, nous prenons les coefficients  $A_2$ ,  $D_3$ ,  $D_4$ , dans la colonne 4 :  $A_2 = 0,73$  ;  $D_3 = -$  ;  $D_4 = 2,28$

En appliquant les formules, nous trouvons :

Limite supérieure de contrôle des moyennes

$$LSC_{\bar{X}} = 25,00 + 0,73 \times 0,315 = 25,23$$

Limite inférieure de contrôle des moyennes

$$LIC_{\bar{X}} = 25,00 - 0,73 \times 0,315 = 24,77$$

Limite supérieure de contrôle des étendues

$$LSC_R = 2,28 \times 0,315 = 0,718$$

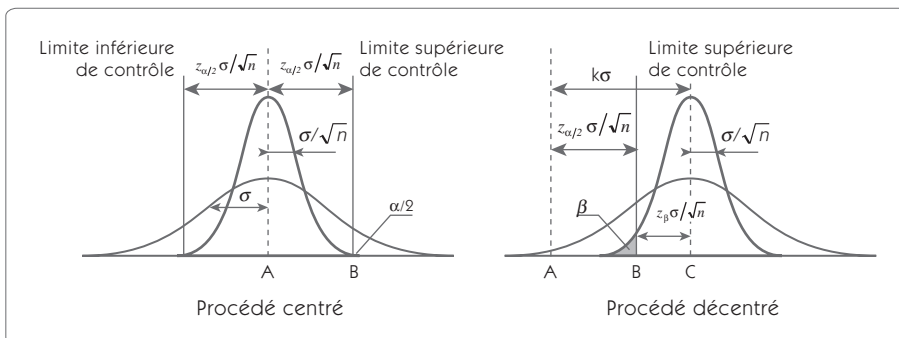
Il n'y a pas de limite inférieure pour des groupes de 4 pièces.

## 5.4 Efficacité des cartes de contrôle en fonction de la taille de l'échantillon

L'efficacité d'une carte de contrôle tient en fait à sa capacité à détecter un réglage défaillant. En effet, lorsqu'on pilote un procédé avec des méthodes statistiques, on se heurte toujours à deux risques décisionnels :

- le risque de première espèce  $\alpha$  de conclure à un réglage défaillant alors qu'il n'y en a pas ;
- le risque de seconde espèce  $\beta$  de ne pas déceler un défaut de réglage alors que celui-ci existe.

Le schéma suivant (figure 7. 16) montre le risque  $\alpha$  dans le cas d'un réglage parfait et le risque  $\beta$  dans le cas d'un décentrage.

Figure 7.16 – Les risques  $\alpha$  et  $\beta$ 

Soient :

A : la valeur cible recherchée (nominale)

B : la limite de contrôle des moyennes éloignées de la valeur cible de

$$z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

C : la position du centrage de la machine. Le décentrage supposé est exprimé dans la variable réduite. Il est égal à  $k \times \sigma$ .

La répartition des moyennes d'un échantillon de  $n$  pièces suit une loi normale d'écart type  $\sigma/\sqrt{n}$ . Dans le cas d'un procédé décentré, la probabilité de ne pas détecter le dérèglement  $k \times \sigma$  (risque  $\beta$ ) est égale à la surface grisée.

Pour calculer la probabilité de détecter un dérèglement  $k \times \sigma$ , il faut calculer  $z_\beta$  en fonction du dérèglement  $k$ , du nombre de valeurs dans l'échantillon et de  $z_{\alpha/2}$  retenu pour le calcul des limites.

On peut écrire  $AC = AB + BC$ , soit  $k \times \sigma = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} + z_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

D'où

$$z_\beta = k\sqrt{n} - z_{\alpha/2}$$

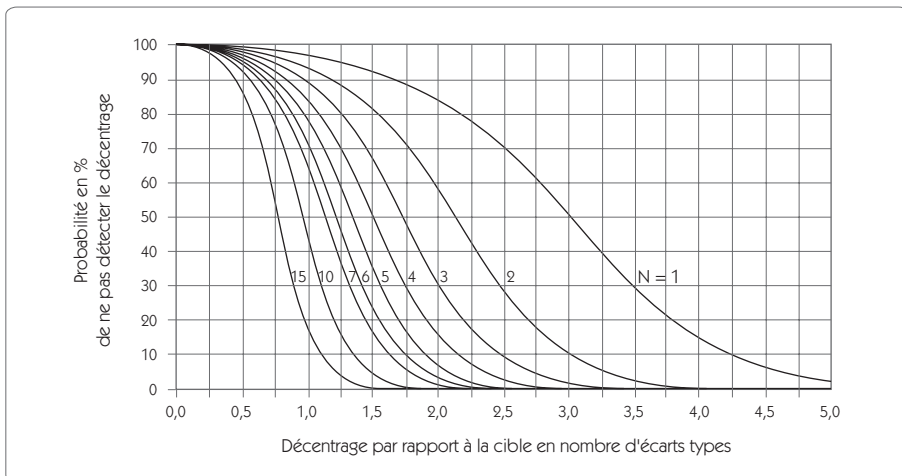
qui représente l'équation de la courbe d'efficacité. Cette équation peut également se noter :

$$n = \left[ \frac{z_\beta + z_{\alpha/2}}{k} \right]^2 \quad \text{qui devient avec } z_{\alpha/2} = 3 \quad n = \left[ \frac{z_\beta + 3}{k} \right]^2$$

Elle permet de calculer la taille d'un échantillon en fonction d'un décentrage que l'on souhaite détecter ( $k$ ) et du risque  $\beta$  correspondant à ce décentrage.

La courbe présentée ci-après (figure 7.17) donne la courbe d'efficacité du contrôle en fonction de la taille de l'échantillon. En abscisse, on trouve le décentrage en nombre d'écart types, et en ordonnée la probabilité de ne pas détecter ce décentrage.

**Figure 7.17 – Courbe d'efficacité des cartes de contrôle**



On note sur cette courbe la très grande difficulté de détecter un décentrage inférieur à  $1,5 \sigma$ . C'est de là que vient le décalage de 1,5 pour calculer le  $z$  du procédé (chapitre 4, section 4.1).



### Exemple d'utilisation

Une production a un écart type historique de 2. On veut détecter dans 90 % des cas un décentrage de 4 (2 écarts types). Quelle taille de l'échantillon faut-il choisir ?

Sur la courbe de la figure 7.17, on prend la première courbe qui passe sous le point d'abscisse 2 et d'ordonnée 10 qui est la courbe  $n = 5$ .

On note sur ce graphique tout l'intérêt qu'il y a à travailler avec une carte de contrôle plutôt que de procéder de façon traditionnelle en raisonnant sur la dernière pièce. Le raisonnement traditionnel a pour point d'efficacité la courbe  $n = 1$ . Dès que le raisonnement a lieu sur deux pièces plutôt que sur une pièce, la courbe d'efficacité s'incline de façon importante.

## 5.5 Carte de contrôle moyennes et écarts types

Lorsque la taille des échantillons augmente ( $n > 6$ ), l'étendue n'est plus vraiment pertinente. En effet, cette dernière est calculée à partir des deux valeurs extrêmes et ne prend pas en compte l'information contenue dans les valeurs intermédiaires. Il est alors préférable de remplacer la carte des étendues par la carte des écarts types  $S$ .

On dessine alors sur la carte l'estimateur  $S$  de l'écart type de l'échantillon

$$\sigma_{n-1} = S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

Calcul des limites de contrôle :

$$\text{Limite de contrôle supérieure : } LSC_S = B_4 \times \bar{S}$$

$$\text{Limite de contrôle inférieure : } LIC_S = B_3 \times \bar{S}$$

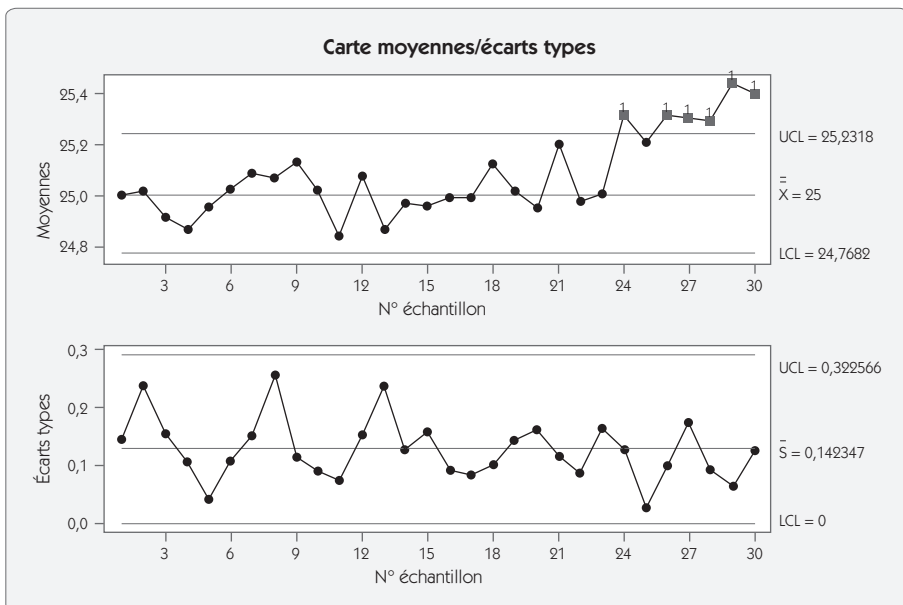
Figure 7.18 – Tableau des coefficients : carte des écarts types

| $n$   | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $B_3$ | –     | –     | –     | –     | 0,030 | 0,118 | 0,185 | 0,239 | 0,284 |
| $B_4$ | 3,267 | 2,568 | 2,266 | 2,089 | 1,970 | 1,882 | 1,815 | 1,761 | 1,716 |

L'interprétation de la carte des écarts types est identique à celle de la carte des étendues. Les règles d'interprétation sont données dans le tableau de la figure 7.13.

L'exemple suivant (figure 7.19) montre le tracé d'une carte moyennes/écarts types à partir des données de l'exemple précédent (figure 7.15). On constate que, pour une taille d'échantillon faible, la carte des écarts types est semblable à la carte des étendues.

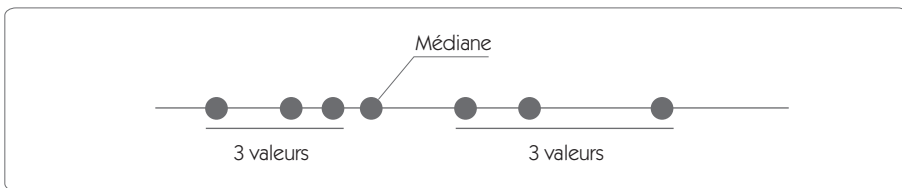
Figure 7.19 – Carte moyennes/écarts types



## 5.6 Carte de contrôle aux médianes et étendues

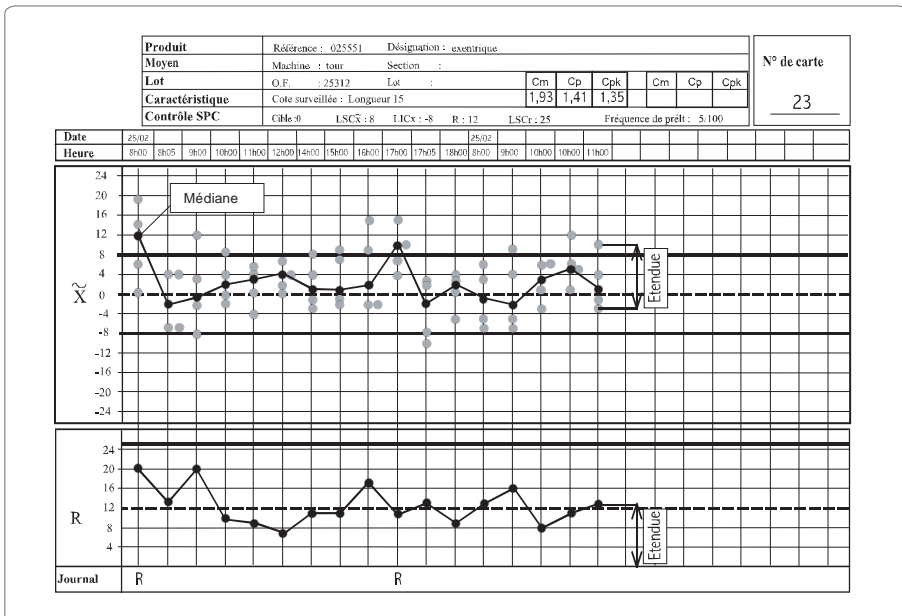
La carte de contrôle aux médianes présente aussi des possibilités intéressantes. La médiane est la valeur telle qu'il y a autant de valeurs d'un côté que de l'autre (figure 7.20). Le symbole représentant la médiane est  $\tilde{Y}$ . Le rang de la valeur médiane se calcule en appliquant :  $\text{rang} = (n + 1)/2$

Figure 7.20 – La médiane



**Exemple :** soit 5 valeurs (11, 12, 13, 16, 16) arrangées dans l'ordre croissant, la médiane est la valeur telle qu'il y ait 2 valeurs de part et d'autre, c'est donc 13 dans ce cas ( $\text{rang} = (5 + 1)/2 = 3^{\text{e}} \text{ valeur}$ ).

Figure 7.21 – Exemple de carte aux médianes



### Avantage de la carte des médianes

La carte de la figure 7.21 donne un exemple de carte aux médianes associée à une carte aux étendues. Par exemple, le premier échantillon a donné comme valeurs (0, 6, 12, 14, 20). L'opérateur reporte sur la carte les 5 valeurs et repère la valeur médiane. Il reporte ensuite l'écart entre la plus forte et la plus faible valeur sur la carte des étendues. Cette carte ne nécessite aucun calcul, contrairement aux cartes aux moyennes. Ainsi, dans le cas de cartes de contrôle tenues manuellement, cela peut être très intéressant. De plus, le fait de reporter les valeurs individuelles et de repérer la médiane permet à l'opérateur de bien dissocier les deux aspects du pilotage des procédés :

- l'action sur les produits (bon/ pas bon) fondée sur les valeurs mesurées ;
- l'action sur le procédé (réglage) fondée sur la médiane.

Si l'opérateur rencontre dans certains cas des difficultés à calculer l'étendue, on peut simplifier ce problème en utilisant un gabarit. Celui-ci lui permettra de mesurer l'étendue à partir des points repérés sur la carte des médianes, et de la reporter sur la carte des étendues.

### Inconvénient de la carte aux médianes

Bien que plus facile d'utilisation que la carte des moyennes, elle ne donne pas une aussi bonne finesse d'analyse que cette dernière. Son efficacité est donc un peu moins bonne.

Toutefois, compte tenu de sa facilité de mise en œuvre, nous conseillons d'utiliser cette carte au lieu de la carte de contrôle des moyennes dans le cas d'un suivi manuel.

**Calcul des limites** : les limites se calculent de la même façon qu'une carte aux moyennes ; seul le coefficient  $A_2$  est remplacé par le coefficient  $\tilde{A}_2$

$$\text{Limite de contrôle supérieure : } LSC_{\bar{X}} = \text{Cible} + \tilde{A}_2 \bar{R}$$

$$\text{Limite de contrôle inférieure : } LIC_{\bar{X}} = \text{Cible} - \tilde{A}_2 \bar{R}$$

**Figure 7.22 – Coefficients pour la carte aux médianes**

| n             | 2    | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|---------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\tilde{A}_2$ | 1,88 | 1,187 | 0,796 | 0,691 | 0,548 | 0,508 | 0,433 | 0,412 | 0,362 |



## 5.7 Carte de precontrol

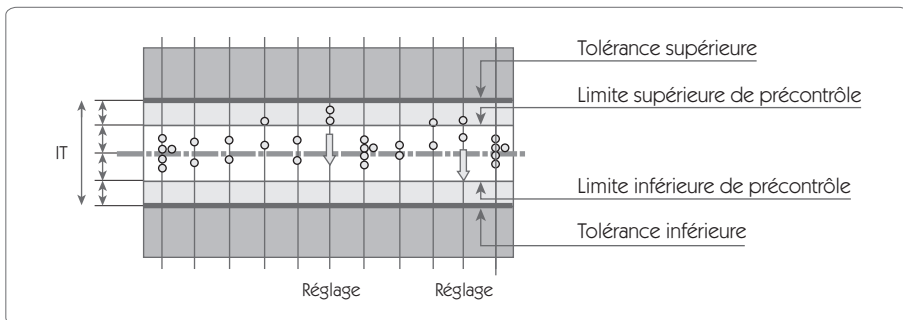
Les cartes de precontrol ont été développées à des fins d'alternative aux cartes de SHEWHART. Elles ont été largement popularisées dans les méthodes de SHAININ<sup>13</sup>. Les cartes de precontrol n'ont pas pour but de détecter qu'un processus devient hors contrôle, mais de garantir la conformité aux spécifications. En ce sens, ces cartes ne répondent pas au même objet, et, bien que plus simples d'utilisation, elles ne peuvent pas garantir le même niveau de capabilité que les cartes de contrôle traditionnelles.

Outre l'aspect calcul des limites, les cartes de Shainin offrent cet avantage qu'elles sont simples d'utilisation pour les opérateurs.

On illustre le fonctionnement d'une carte de Shainin sur le schéma suivant (figure 7.23). Le principe en est de partager la tolérance par deux afin de définir trois zones :

- la zone verte (la moitié de la tolérance) ;
- la zone orange (les deux quarts extérieurs de la tolérance) ;
- la zone rouge (hors tolérance).

**Figure 7.23 – Carte « precontrol » de Shainin**



On prélève cinq pièces en début de production. Pour que le réglage soit accepté, les cinq pièces doivent se situer dans la zone verte. Après ce réglage initial, on réalise un suivi de la production en prélevant deux

13. *World Class Quality: Using Design of Experiments to Make It Happen*, Keki R. BHOTE, Adi K. BHOTE, Hardcover, 1999.

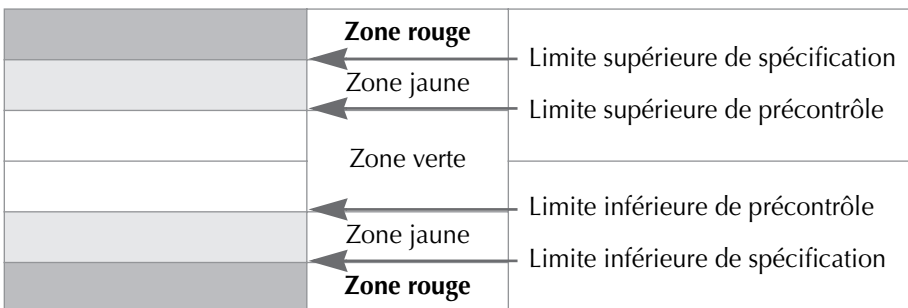
pièces consécutives. Tant que les deux pièces se situent dans la zone verte, on continue la production. Si les deux pièces sont dans la zone orange ou si deux fois de suite une pièce se trouve dans la zone orange, on règle le procédé.

Le pilotage se résume par l'application des quatre règles suivantes :

### Règle 1

Diviser la spécification en 4 ; la zone située dans la moitié de la spécification est appelée zone verte. Les limites sont appelées lignes de precontrol (PC lines). Les deux zones situées de chaque côté des lignes de precontrol sont appelées zone jaune.

Figure 7.24 – Les trois zones de la carte de precontrol



### Règle 2

Pour déterminer si le processus est fiable, prendre cinq pièces consécutives issues du processus. Si toutes les cinq sont dans la zone verte, conclure à ce moment que le process est sous contrôle. (En fait, avec cette simple règle, l'échantillonnage habituel de cinquante à cent pièces pour calculer le  $C_p$  et le  $C_{pk}$  devient inutile. Par l'application du théorème de multiplication des probabilités ou la distribution binomiale, il peut être prouvé qu'un minimum de  $C_{pk}$  de 1,33 sera automatiquement obtenu.) La production peut alors commencer.

Si une pièce tombe en dehors de la zone verte, le procédé est hors contrôle. Pour déterminer la cause de la dispersion, il faut alors mener une investigation.


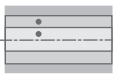




### Règle 3

Une fois que la production est démarrée, prendre deux pièces consécutives de façon périodique. On récapitule dans le tableau suivant (figure 7.25) les règles de pilotage à appliquer. Lorsque le process a été stoppé (3, 4 et 5), recommencer l'étape 2 de validation de la capacité.

### Règle 4

La fréquence de prélèvement est déterminée en divisant le temps moyen entre deux interventions par six.

Figure 7.25 – Règles de pilotage d'une carte de Shainin

| N° | Schéma  | Description   | Action   |
|----|---|---|--|
| 1  |    | Les deux pièces sont dans la zone verte                                   | Continuer la production  |
| 2  |    | Une pièce est dans la zone verte, une autre dans la zone jaune            | Continuer la production  |
| 3  |   | Sur deux prélèvements consécutifs, on trouve une pièce dans la zone jaune | Régler le procédé  |
| 4  |  | Si les 2 unités sont dans la même zone jaune                              | Régler le procédé  |
| 5  |  | Si les 2 unités sont dans des zones jaunes différentes                    | Arrêter le procédé et conduire une investigation sur la cause de la dispersion       |
| 6  |  | Si une pièce est dans la zone rouge                                       | Un produit défectueux est connu, il faut arrêter le process pour en trouver la cause |

Ces cartes sont très simples à utiliser, mais il faut faire très attention dans leur emploi. On fait l'hypothèse dans ces cartes que la capacité court terme est bonne. Il est assez facile de démontrer que la méthode ne donne une bonne production *que si la capacité court terme est supérieure à 2*.

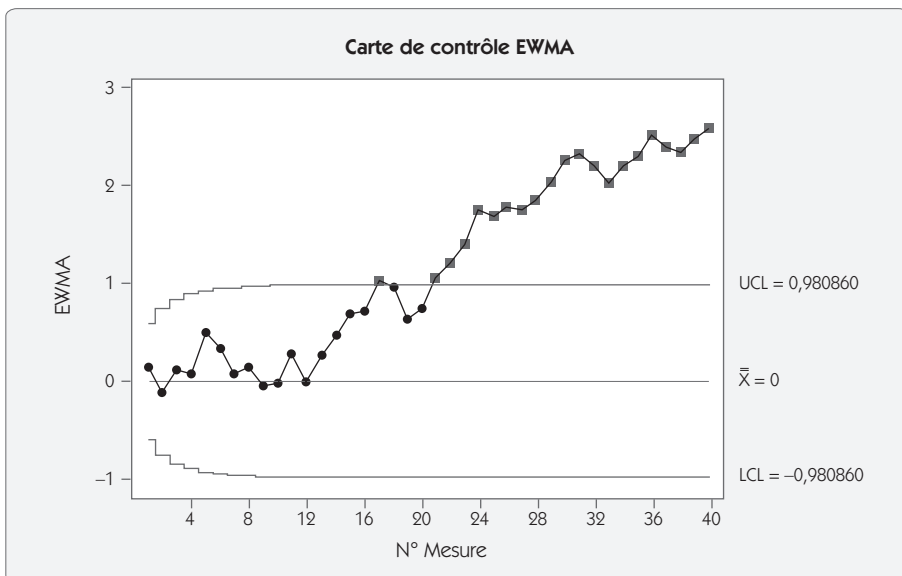
Dans les cas où la capacité court terme est inférieure à deux, il faut proscrire cette méthode si l'on veut garantir la conformité de la procédure.

## 5.8 Carte EWMA (Exponentially Weighted Moving Average)

La carte EWMA permet de détecter des petites dérives plus rapidement que ce n'est possible avec la carte de Shewhart. Le calcul EWMA réalise un filtre des variations aléatoires en faisant la moyenne pondérée des dernières valeurs en donnant un poids plus important aux valeurs récentes.

En observant la carte EWMA (figure 7.26) réalisée à partir des données du paragraphe 4.1, on constate que, dès la 17<sup>e</sup> valeur, on détectait une dérive du processus. Cette dérive n'était détectée qu'à partir de la 24<sup>e</sup> valeur avec la carte de SHEWHART. La carte EWMA montre également que la dérive du processus se poursuit jusqu'à la 40<sup>e</sup> valeur alors qu'on pouvait avoir l'impression que l'écart s'était stabilisé avec la carte de SHEWHART.

Figure 7.26 – Carte de contrôle EWMA



Dans la carte *EWMA*, pour chaque point, on va tenir compte de l'historique des valeurs mesurées. Pour chaque échantillon, on calcule une moyenne pondérée par un coefficient  $\lambda$ , telle que :

$$M_i = \lambda \bar{x}_i + (1 - \lambda)M_{i-1}$$

C'est cette valeur  $M_i$  qui apparaît sur la carte *EWMA*

avec :

- $\lambda \leq 1$  une constante (on prend souvent  $\lambda = 0,2$ )
- $M_0$ , valeur initiale = cible

| N° | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6   |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|-----|
| Y  | 0,77   | -1,13  | 1,02   | -0,14  | 2,13   | ... |
| M  | 0,1543 | -0,102 | 0,1226 | 0,0695 | 0,4822 | ... |

Par exemple ( $M_0 = 0$  ;  $\lambda = 0,2$ ) :

- pour le point 1 :  $M_1 = 0,2 \times 0,77 + 0,8 \times 0 = 0,1543$
- pour le point 2 :  $M_2 = 0,2 \times (-1,13) + 0,8 \times 0,1543 = -0,102$
- ...

On détectera la présence d'une cause spéciale lorsque  $M_i$  franchira une limite supérieure ou inférieure de contrôle.

### Calcul des limites d'une carte *EWMA*

Les limites sont calculées à  $\pm 3$  écarts types de la valeur  $M_i$ . On montre que les limites se calculent par les relations :

$$LSC_{M_i} = \text{Cible} + 3\sigma \sqrt{\frac{\lambda[1 - (1 - \lambda)^{2i}]}{n(2 - \lambda)}}$$

$$LIC_{M_i} = \text{Cible} - 3\sigma \sqrt{\frac{\lambda[1 - (1 - \lambda)^{2i}]}{n(2 - \lambda)}}$$

avec :

- $i$  : le numéro de l'échantillon
- $\sigma$  : l'écart type de la population

- $n$  : la taille de l'échantillon
- $\lambda$  : le coefficient de pondération
- *Cible* : la valeur sur laquelle on veut centrer la carte

Les limites dépendent donc du numéro de l'échantillon, mais elles convergent très vite vers une droite comme le montre le graphique de la figure 7.26. Lorsque  $i$  augmente, le terme  $[1 - (1 - \lambda)^{2i}]$  tend vers 1, les limites deviennent donc :

$$LSC_{M_i} = Cible + 3\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{n(2-\lambda)}}$$

$$LIC_{M_i} = Cible - 3\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{n(2-\lambda)}}$$

Ces limites sont deux droites qui dépendent du coefficient  $\lambda$ , de la taille des échantillons  $n$  et bien sûr de l'écart type  $\sigma$ .



### Exemple de calcul de limites de contrôle

Dans le cas de l'exemple de la figure 7.26, il s'agit de valeurs individuelles ; la taille de l'échantillon est donc  $n = 1$ . On prend  $\lambda = 0,2$  et *Cible* = 0.

On estime l'écart type à partir de la loi des étendues réduites :

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{1,128} = \frac{1,11}{1,128} = 0,98$$

$$LSC_{M_i} = Cible + 3\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{n(2-\lambda)}} = 0 + 3 \times 0,98 \sqrt{\frac{0,2}{(2-0,2)}} = 0,98$$

$$LIC_{M_i} = Cible - 3\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{n(2-\lambda)}} = 0 - 3 \times 0,98 \sqrt{\frac{0,2}{(2-0,2)}} = -0,98$$

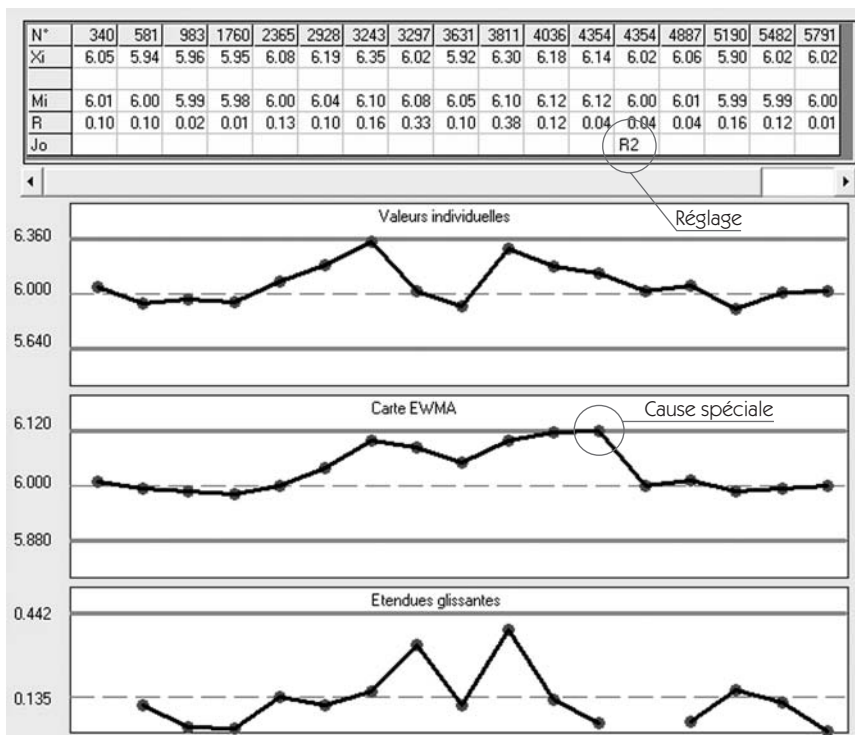
## Interprétation des cartes EWMA

Les règles d'interprétation des cartes EWMA ne sont pas les mêmes que celles des cartes de contrôle de SHEWHART. Ainsi, les règles des tendances à partir des 7 points ne s'appliquent pas. Seul le franchissement des limites déclenche un signal de dérive du processus.

En cas de réglage, la valeur  $M_i$  apparaît comme une estimation de la valeur moyenne du processus ; il convient donc de régler le processus de l'écart entre la valeur  $M_i$  et la *cible*.

Enfin, si la carte EWMA est très performante pour détecter des dérives lentes, elle l'est en revanche moins que la carte de SHEWHART pour détecter des dérives rapides. L'idéal consiste donc à utiliser ensemble les trois cartes : EWMA, moyennes (ou valeurs individuelles), étendues (figure 7.27).

Figure 7.27 – Carte EWMA – Valeurs individuelles et étendues



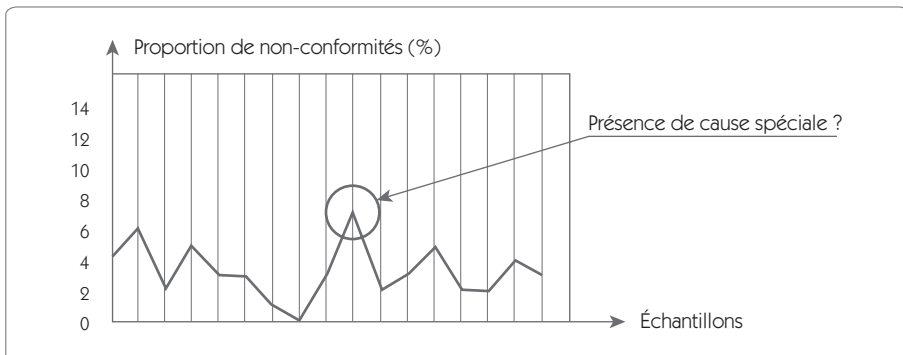
## 6. Cartes de contrôle pour caractéristiques non mesurables

### 6.1 Principes

Les cartes que nous venons de présenter sont adaptées lorsqu'on dispose d'une grandeur mesurable sur laquelle on peut effectuer un calcul de moyenne et d'écart type.

Cependant, dans un projet Six Sigma, on doit parfois suivre des caractéristiques non mesurables comme une proportion de produits non conformes (attributs). Dans ce cas, si on trace sur un graphique (figure 7.28) l'évolution de la proportion de produits non conformes issus d'un processus, on trouvera des fluctuations importantes.

**Figure 7.28 – Suivi d'une proportion d'unités non conformes**



Les questions que l'on doit se poser sont les suivantes : ces fluctuations sont-elles le résultat de variations aléatoires ? À partir de quelle proportion peut-on avoir la preuve statistique de la présence de cause spéciale ? Y a-t-il dégradation ou amélioration du processus ?

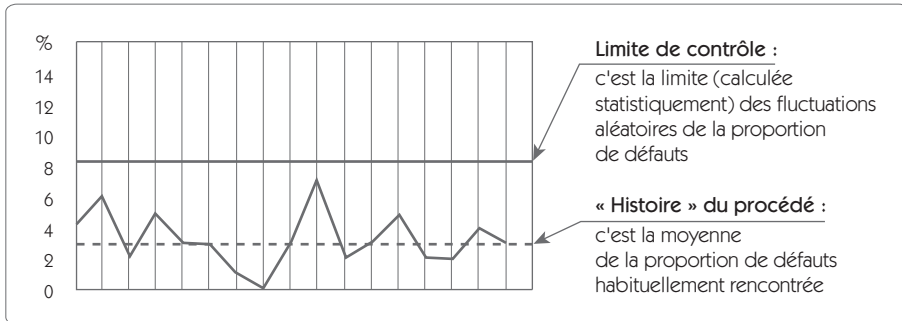
Pour répondre à toutes ces questions, il faut enrichir le graphique de suivi (figure 7.28) de deux éléments statistiques (figure 7.29) :

1. la moyenne historique des proportions de non conformes observée sur le procédé ;



- la limite naturelle supérieure (et éventuellement inférieure) calculée statistiquement permettant de déterminer les limites des fluctuations aléatoires de la proportion de non conformes du procédé.

Figure 7.29 – Carte p – Proportion de non conformes



L'interprétation d'une carte de contrôle aux attributs est presque identique à celle d'une carte de contrôle aux mesures.

- **Détérioration du processus** : une détérioration sera détectée si on observe un point au dessus de la limite supérieure de contrôle ou si l'on obtient une série d'au moins 7 points supérieurs à la moyenne historique.
- **Amélioration du processus** : une amélioration sera détectée si on observe un point en dessous de la limite inférieure de contrôle (lorsqu'elle existe) ou si l'on obtient une série d'au moins 7 points inférieurs à la moyenne historique.

## 6.2 Les différentes cartes

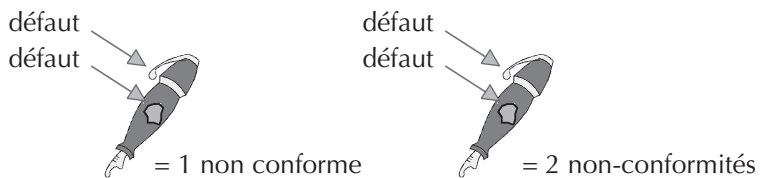
Le suivi de la qualité d'un produit sur un critère par attribut peut être fait de plusieurs manières selon que l'on s'intéresse au défaut ou à l'unité. Dans certains cas, seul le suivi de l'unité est intéressant. Il en est ainsi quand le produit est déclaré conforme ou non conforme. Dans le cas d'une machine à souder à la vague pour cartes électroniques, on déclarera une carte non conforme lorsque celle-ci comportera un ou plusieurs défauts de soudure. On suivra dans ce cas des *unités non conformes*.

Dans d'autres cas, on cherche plutôt à suivre le nombre de non-conformités. Par exemple, lorsqu'un défaut apparaît plusieurs fois sur une unité. S'agissant de cartes électroniques, on suivra, avec ce type de carte, le nombre de courts-circuits réalisés par la machine. Une carte peut comporter plusieurs courts-circuits. On suivra dans ce cas des *non-conformités*.

On peut également distinguer deux cas de figure selon que l'on suive le nombre ou la proportion. Dans le cas d'unités non conformes par exemple, le suivi en nombre sera simple, il suffira de reporter sur la carte le nombre d'unités non conformes que l'on a trouvées. Ce type de suivi nécessite des échantillons de taille constante. Le suivi par proportion (en pourcentage) d'unités non conformes demande un calcul supplémentaire, mais permet de s'accommoder d'échantillons de taille variable.

La double classification (unités non conformes/non-conformités et nombre/proportion) se résume donc en quatre situations, rapportées dans le tableau (figure 7.30), qui conditionnent quatre cartes de contrôle.

**Figure 7.30 – Les différentes cartes de contrôle par attributs**



|            | Unités non conformes                            | Non-conformités                           |
|------------|---|---|
| Nombre     | Carte np<br>Nombre de produits non conformes    | Carte c<br>Nombre de non-conformités      |
| Proportion | Carte p<br>Proportion de produits non conformes | Carte u<br>Proportion de non -conformités |

Les cartes de contrôle sur les unités non conformes sont fondées sur la loi binomiale alors que les cartes sur les non-conformités sont fondées sur la loi de Poisson.

## 6.3 Le calcul des limites

Pour chaque carte, les limites de contrôle sont placées à  $\pm$  trois écarts types de la loi considérée (binomiale ou Poisson).

### 6.3.1 Carte np – Nombre d'unités non conformes

- Calcul du nombre moyen de défectueux

$$\overline{np} = \frac{np_1 + np_2 + \dots + np_k}{k} = \frac{\text{Nb total de défauts}}{\text{Nb d'échantillons}}$$

Proportion moyenne de défectueux  $\bar{p} = \overline{np}/n$

avec

$np_i$  : nombre de défauts dans l'échantillon  $i$

$k$  : nombre d'échantillons

$\bar{p}$  : proportion moyenne de défectueux

$n$  : nombre de pièces par échantillon

- Calcul des limites de contrôle supérieure et inférieure

$$LSC_{np} = \overline{np} + 3\sqrt{\overline{np}(1-\bar{p})}$$

$$LIC_{np} = \overline{np} - 3\sqrt{\overline{np}(1-\bar{p})}$$

### 6.3.2 Carte p – Proportion d'unités non conformes

- Calcul de la proportion moyenne de défectueux

$$\bar{p} = \frac{np_1 + np_2 + np_3 + \dots + np_k}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k} = \frac{\text{Nb total de défauts}}{\text{Nb total de pièces contrôlées}}$$

avec

$np_i$  : nombre de défauts dans l'échantillon  $i$

$n$  : nombre d'unités dans l'échantillon  $i$

- Calcul des limites de contrôles

$$LSC_p = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$$

$$LIC_p = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$$

### 6.3.3 Carte c – Nombre de non-conformités

- Calcul du nombre moyen de défauts dans le procédé

$$\bar{c} = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_k}{k} = \frac{\text{Nb total de non-conformités}}{\text{Nb d'échantillons}}$$

avec

$k$  : le nombre d'échantillons (de sous-groupes)

$c_i$  : le nombre de non-conformités dans le sous-groupe  $i$

Calcul des limites de contrôle

$$LSC_c = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$$

$$LIC_c = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$$

### 6.3.4 Carte u – Proportion de non-conformités

- Nombre moyen de non-conformités par unité dans le procédé

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k} \\ &= \frac{\text{Nb total de non-conformités}}{\text{Nb ou quantité totale de produits contrôlés}} \end{aligned}$$

avec

$n_i$  : la taille du sous-groupe  $i$

$c_i$  : le nombre de non-conformités dans le sous-groupe  $i$

- **Calcul des limites de contrôle :**

$$LSC_u = \bar{u} + 3\sqrt{\bar{u}/n_i}$$

$$LIC_u = \bar{u} - 3\sqrt{\bar{u}/n_i}$$

## 6.4 Exemple de carte de contrôle p

Une machine réalise en automatique un assemblage de deux pièces extrêmement délicat. À l'issue de cet assemblage, on réalise un contrôle à 100 % sur la fonctionnalité. En cas d'assemblage non conforme, le produit est orienté vers un opérateur pour effectuer une retouche. Chaque jour, on relève le nombre de produits assemblés et le nombre de ceux nécessitant une retouche.

Les 25 derniers jours de production ont donné les résultats suivants :

| Production | Retouches | p      |
|------------|-----------|--------|
| 118        | 7         | 5,9 %  |
| 108        | 8         | 7,4 %  |
| 124        | 4         | 3,2 %  |
| 94         | 2         | 2,1 %  |
| 87         | 4         | 4,6 %  |
| 120        | 5         | 4,2 %  |
| 102        | 3         | 2,9 %  |
| 130        | 3         | 2,3 %  |
| 105        | 5         | 4,8 %  |
| 90         | 5         | 5,6 %  |
| 102        | 9         | 8,8 %  |
| 88         | 14        | 15,6 % |
| 120        | 6         | 5,0 %  |
| 114        | 6         | 5,3 %  |
| 118        | 7         | 5,9 %  |
| 120        | 6         | 5,0 %  |
| 89         | 6         | 6,7 %  |
| 98         | 6         | 6,1 %  |
| 103        | 9         | 8,7 %  |
| 98         | 1         | 1,0 %  |
| 105        | 10        | 9,5 %  |
| 96         | 2         | 2,1 %  |
| 102        | 10        | 9,8 %  |
| 106        | 3         | 2,8 %  |
| 86         | 8         | 9,3 %  |

### Calcul de la proportion moyenne d'unités non conformes

$$\bar{p} = \frac{\text{Nb total de défauts}}{\text{Nb total de pièces contrôlées}} = \frac{149}{2\,625} = 0,0568$$

### Calcul des limites de contrôle

Dans le cas cité en exemple, la taille des échantillons n'est pas constante, or, elle intervient dans le calcul des limites. Lorsque les variations sont inférieures à 25 % de la taille moyenne, on peut donc calculer les limites à partir de la taille moyenne :

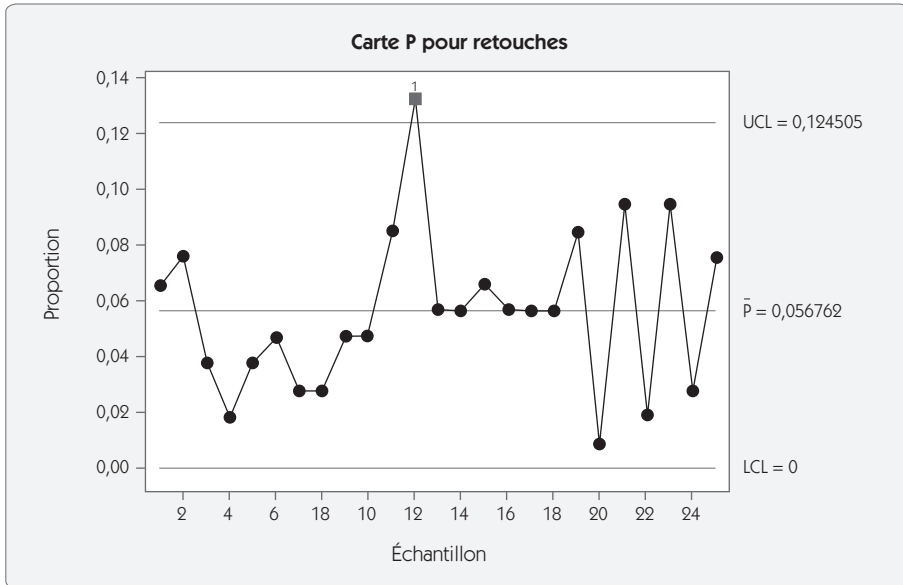
$$\bar{n} = \frac{\sum n}{k} = \frac{2\,625}{25} = 105$$

$$LSC_p = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}} = 0,0568 + 3 \sqrt{\frac{0,0568(1-0,0568)}{105}} = 0,1245$$

$$LIC_p = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}} = 0,0568 - 3 \sqrt{\frac{0,0568(1-0,0568)}{105}} = -0,0110$$

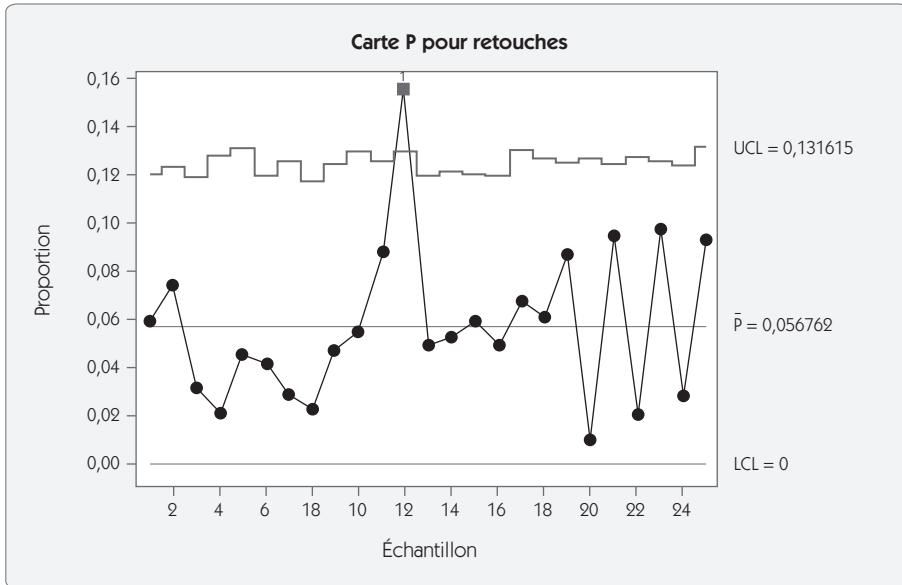
La limite inférieure étant inférieure à zéro, on ne met pas de limite. La carte présentée ci-après (figure 7.31) montre un point hors contrôle.

Figure 7.31 – Carte p en considérant la taille n = 105



Avec les logiciels statistiques (ou même avec les tableurs), il n'est pas souhaitable de prendre une taille d'échantillon moyenne. Il est préférable de recalculer pour chaque échantillon les limites de contrôle en fonction de la taille réelle de l'échantillon (figure 7.32).

Figure 7.32 – Carte P avec n réel



Comme la carte montre un point hors contrôle (point 12), il faut trouver l'origine de cette détérioration (mauvais réglage, mauvaise qualité des éléments de l'assemblage...). Pour pouvoir continuer à suivre la production avec cette carte, il faut recalculer la proportion de non conformes ( $\bar{p}$ ) en éliminant le point 12, ce qui donnerait un nouveau  $\bar{p} = 0,0533$ .

## 6.5 Suivi des défauts rares

Dans un certain nombre de cas, l'apparition de défauts est extrêmement rare, par exemple une à deux fois par semaine pour des productions journalières de plusieurs centaines de produits réalisés. Dans ce genre de situation, le traitement par les cartes de contrôle aux attributs ne donne pas d'information. Pourtant, il peut être très important de suivre l'évolution de ce type de défaut car, chaque fois qu'ils apparaissent, la machine est arrêtée, ce qui entraîne une perte de productivité importante.



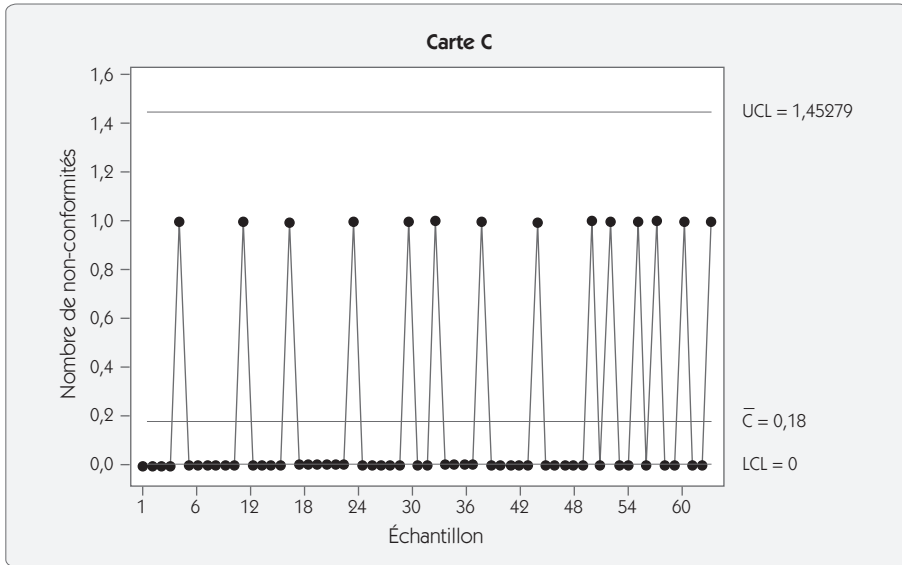
Considérons l'historique donné dans le tableau suivant (figure 7.33) présentant, à partir du jour 1 date de début de l'observation, le jour d'apparition du défaut et le nombre de pièces produites entre deux apparitions de défaut.

**Figure 7.33 – Historique d'apparition de défauts**

| N° | Jour | Nombre de pièces<br>entre deux apparitions | Transf. |
|----|------|--|---------|
| 1  | 5    | 1 250                                      | 7,24    |
| 2  | 12   | 1 810                                      | 8,03    |
| 3  | 17   | 1 125                                      | 7,04    |
| 4  | 24   | 1 903                                      | 8,14    |
| 5  | 30   | 1 498                                      | 7,62    |
| 6  | 33   | 782  | 6,36    |
| 7  | 38   | 1 263                                      | 7,27    |
| 8  | 44   | 1 504                                      | 7,63    |
| 9  | 50   | 1 489                                      | 7,61    |
| 10 | 52   | 525  | 5,69    |
| 11 | 55   | 746  | 6,28    |
| 12 | 57   | 499  | 5,61    |
| 13 | 60   | 758  | 6,30    |
| 14 | 63   | 820  | 6,44    |

Une première solution consisterait à faire une carte  $c$  (nombre de non-conformités par jour) en prenant  $\bar{c}$  sur les 50 premiers jours ( $\bar{c} = 0,18$ ).

Figure 7.34 – Carte c



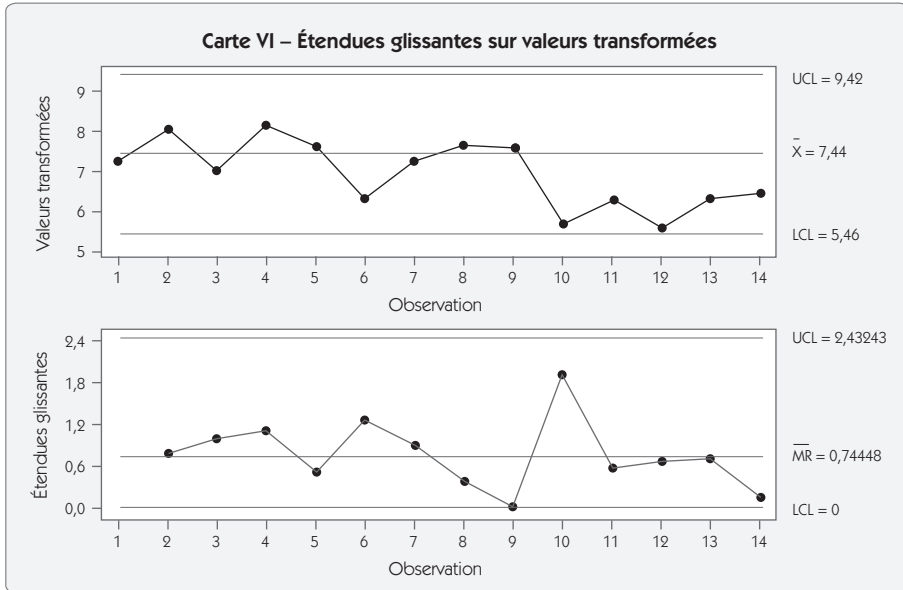
La carte c (figure 7.34) met en évidence sur la fin un accroissement de la fréquence des défauts, mais aucun point hors contrôle n'apparaît. Il faudrait pour cela avoir deux défauts dans la même journée.

Pour pouvoir suivre ce type de défaut, on doit s'intéresser au nombre d'unités entre deux apparitions de défauts, qui suit une loi exponentielle. Pour le ramener à une loi normale, on applique une transformation :  $Y_{norm} = Y^{0,2777}$

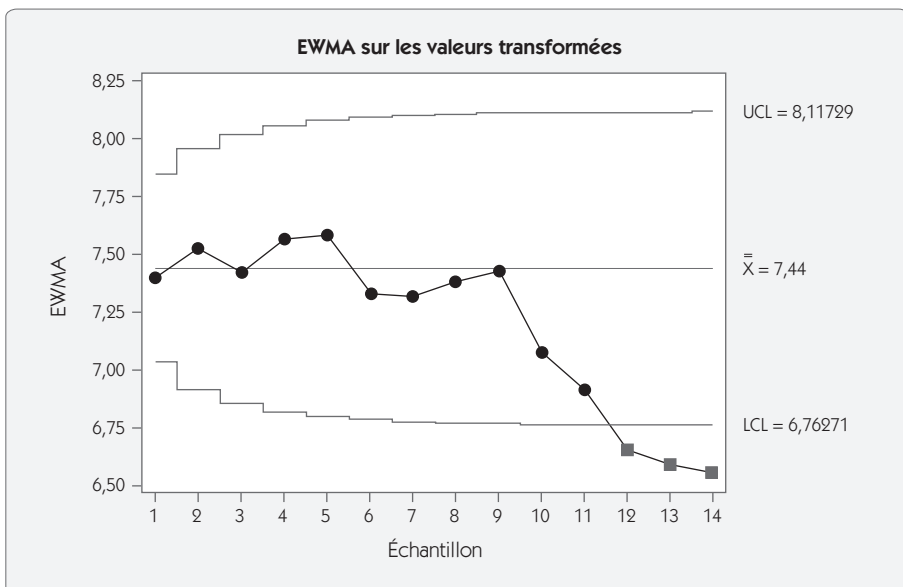
Par exemple, pour la première observation on a 1 250 produits. La transformation donne :  $Y_{norm} = 1\,250^{0,2777} = 7,24$

En cas de production « sous contrôle », les données transformées devraient être distribuées selon une loi normale. Il est donc facile de les suivre avec une carte valeurs individuelles/étendues glissantes (figure 7.35) ou mieux encore avec une carte EWMA (figure 7.36). Les exemples ont été traités avec une moyenne historique calculée sur les 50 premiers jours. La carte aux valeurs individuelles fait apparaître une petite tendance sur les dernières valeurs (mais la règle des 7 points n'est pas atteinte) ; la carte EWMA met clairement en évidence la dégradation du processus.

**Figure 7.35**  
**Carte aux valeurs individuelles/étendues glissante sur  $Y_{norm}$**



**Figure 7.36 – EWMA sur les valeurs transformées**



# Chapitre 8

---

## Étape 6 – Standardiser/pérenniser

---

### 1. Introduction

Cette sixième étape est souvent confondue avec l'étape 5, « Contrôler ». Dans notre approche, nous avons souhaité séparer la phase de standardisation et de clôture du projet de la phase « Contrôler ». Notons que de plus en plus d'entreprises optent pour cette solution qui permet de mettre en évidence la réflexion spécifique que demande cette phase d'un projet Six Sigma. Certains<sup>14</sup> vont même jusqu'à intégrer deux étapes supplémentaires (« Standardiser », « Intégrer »).

---

14. Cf. Harry SCHROEDER, *Six Sigma The Breakthrough Management Strategy*, 2000.

Dans cette sixième étape, notre objectif prioritaire sera de mettre en place tous les moyens pour garantir la pérennité des progrès accomplis et la démultiplication des solutions apportées, lorsque cela est possible.

S'il est souvent facile de progresser sur un sujet lorsque les moyens humains, financiers, managériaux sont disponibles, il est plus difficile de garantir que ces progrès seront définitivement ancrés dans l'entreprise lorsqu'on ne s'intéressera plus spécifiquement à ce sujet.

Enfin, cette étape permettra de clore le projet dans les délais les plus serrés possible. Il n'est pas bon qu'un projet traîne en longueur. La clôture du projet sera l'occasion de faire le bilan des améliorations apportées et des gains induits. Elle permettra également de faire le point sur les difficultés rencontrées afin d'enrichir la démarche Six Sigma dans l'entreprise et de communiquer sur les résultats obtenus.

## **2. Pérenniser la solution**

### **2.1 Les difficultés**

De nos jours, de plus en plus d'entreprises se rendent compte de l'importance des étapes finales pour pérenniser les actions Six Sigma. En effet, si l'on se satisfait des cinq étapes traditionnelles, comment garantir que l'action mise en place sera encore présente dans deux ans ?

Cette notion de pérennité est un véritable problème industriel. Comment pérenniser une action réussie ? Quels sont les outils, les méthodes à notre disposition pour garantir cette pérennité ? Si l'on se réfère à la bibliographie, on est bien obligé de constater la pauvreté des réponses qui sont apportées sur le sujet et il ne faut pas s'étonner que les industriels se retrouvent désarmés devant ce problème. Pour illustrer ce vide, relatons l'expérience d'un groupe d'industriels réunis autour du thème « Pérennisation des actions réussies ». Chaque industriel devait apporter un exemple d'une action d'amélioration réussie

pérennisée et un exemple d'une action réussie qui n'a pas été pérennisée. Tous ont présenté une action non pérennisée et personne n'a amené d'exemple d'action pérennisée !

Cet état de fait a été confirmé par la suite plusieurs fois auprès d'industriels de tous secteurs d'activités. Il y a une réelle difficulté à maintenir dans le temps les progrès d'une action. S'il est souvent facile de progresser sur un sujet lorsqu'on y met les moyens humains, financiers, managériaux, il est plus difficile de garantir que ces progrès seront définitivement ancrés dans l'entreprise dès lors que ce sujet ne sera plus à l'ordre du jour. Combien d'entreprises ont fait des progrès considérables dans un domaine, pour constater deux ans plus tard que l'on est revenu à l'état initial ! Chacun peut s'interroger dans sa propre entreprise en portant un regard sur les cinq dernières années : combien de projets ont été menés ? Que reste-t-il de ces projets un à deux ans après ? A-t-on été capable de capitaliser ces progrès ?

Souvent la réponse à ces questions est surprenante, on ne sait pas bien pérenniser une action et ce n'est pas parce que l'on vient de faire un projet Six Sigma que l'on saura mieux capitaliser si l'on ne modifie pas notre façon de faire. C'est la raison pour laquelle cette sixième étape, « Standardiser/ pérenniser », nous semble indispensable.

## 2.2 Les causes de ces difficultés

Partant de cette constatation, nous nous sommes interrogés au sein du groupe de travail du LISTIC<sup>15</sup> sur les causes de ces difficultés. Sans avoir la prétention d'être exhaustifs, nous avons identifié les causes suivantes (l'ordre ne traduit pas de hiérarchie dans les causes) :

- la lassitude d'appliquer une procédure contraignante ;
- le maintien de l'action est lié à l'implication du chef de projet, et le chef de projet... a désormais d'autres projets ;
- la bonne pratique s'est perdue à cause d'une rotation du personnel ;

15. Laboratoire d'informatique, systèmes, traitement de l'information et de la connaissance – Groupe de travail « Contrôle des systèmes ».

- à force de prendre des raccourcis dans la procédure, on a perdu l'essence de l'action d'amélioration ;
- de nouvelles démarches de progrès ont contrarié l'application d'une démarche plus ancienne ;
- l'absence d'outils et de méthodes pour valider la pérennisation ;
- la multiplicité des projets, on ne va pas au bout de chaque démarche...

Les causes en sont si nombreuses qu'il ne faut pas s'étonner de voir autant d'actions riches en progrès tomber dans l'oubli.

## **2.3 Les principes de base de la pérennisation d'une action**

### **Principe n°1 – L'état organique**

Un des principes importants de cette étape, c'est le principe de l'état organique. Si la mise en application d'un progrès demande un effort particulier de la part du personnel, il y a fort à parier que l'on ne saura pas maintenir cet effort dans le temps lorsque la pression sur le sujet diminuera. Si l'on veut que la solution soit pérenne sans avoir besoin de maintenir une pression permanente, il faut atteindre « l'état organique ».

Nous définissons « l'état organique » comme l'état du processus vers lequel il retournera naturellement. Dans la nature, un pré qui n'est plus entretenu retournera naturellement à l'état de bois. En revanche, un bois non entretenu aura certes un rendement plus faible, mais sa situation n'évoluera pas fondamentalement.

Voici une des définitions données par l'Académie française du terme d'« organique » : « Qui est organisé, qui implique une force centrale agissant, consciemment ou non, en vue d'une fin. »

Lorsqu'une situation ne coïncide pas avec un état « organique », il faut absolument prévoir des actions conscientes de maintien du niveau atteint. En reprenant l'exemple du pré, on doit ainsi prévoir de le faucher et d'entretenir les haies si l'on ne veut pas que la situation se dégrade.

Dans un processus, l'expérience nous montre que la situation est à peu près identique. Plus la solution choisie sera proche de l'état organique et moins les efforts nécessaires pour la maintenir seront importants. Lorsqu'on atteint cet état, la mise en œuvre de la solution se fait naturellement sans effort ni contrainte.

La notion d'effort et de contrainte doit être détaillée, car il ne s'agit pas de ne rien faire. Par exemple, s'agissant du rangement d'un poste de travail, l'absence de contrainte ne correspond pas à l'absence de rangement. Cela va dépendre de la culture d'entreprise du personnel. Dans certaines entreprises qui ont une culture du rangement et de la propreté très ancrée, le personnel ne supportera pas de laisser se dégrader une situation. Les actions de rangement et de nettoyage ne seront pas vues comme une contrainte. La contrainte consisterait à demander aux opérateurs de travailler dans un environnement mal rangé, ou de pousser trop loin le besoin de propreté.

Si on demande à un opérateur de faire un suivi d'une caractéristique sur carte de contrôle alors que la culture de l'entreprise consiste à ne jamais demander aux opérateurs de prendre un stylo, il est absolument indispensable de prévoir les formations et les suivis nécessaires. Dans le cas d'entreprises qui ont déjà intégré la culture du suivi de production sur feuille de relevés par les opérateurs, l'action passera sans la moindre contrainte si la formation est correctement réalisée.

Cette notion d'« état organique » est donc intimement liée à la culture de l'entreprise et la pérennité d'une même action peut être assurée d'une manière très différente dans deux entreprises aux cultures opposées. Si l'on veut garantir la pérennité d'une action, il faut donc intégrer cette notion. Si une action Six Sigma demande la mise en œuvre d'une procédure éloignée des règles standards de l'entreprise, il faudra renforcer considérablement les formations et les suivis de l'action. L'objectif consistera dans ce cas à faire évoluer l'état organique de l'entreprise, mais cela demande beaucoup de temps et de labeur.

Prenons à nouveau un exemple dans la nature pour expliquer cette évolution. On peut ainsi s'intéresser à l'entretien d'une butte de terre. Faire évoluer l'état organique de l'entreprise consisterait dans ce cas à planter des arbustes rampants, garantissant un bel aspect visuel mais



ne nécessitant pas d'entretien. Il faudra quand même attendre quelques années pour obtenir le résultat souhaité pendant lesquelles un minimum d'entretien sera nécessaire.

Atteindre cet état organique implique donc de se poser un certain nombre de questions.

- Comment simplifier les procédures mises en place pour qu'elles soient appliquées naturellement ?
- Comment standardiser les procédures afin qu'elles soient naturellement intégrées dans la culture de l'entreprise ?
- Quelles sont les formations que je dois organiser pour garantir que la rotation du personnel ne remette pas en cause les progrès réalisés ?
- Comment démultiplier les bonnes pratiques sur d'autres processus pour faire évoluer l'état organique de l'entreprise ?
- Comment intégrer les méthodes et processus standards dans le développement de nouveaux produits ?

## **Principe n°2 – La contrepartie**

La recherche d'un état organique élevé doit être une priorité car, dans cet état, le maintien de l'action ne demande pas d'effort. Cependant, dans la nature il y a des prés et il faut les faucher ! On ne pourra pas toujours atteindre le résultat escompté sans effort. Dans ces conditions, pourquoi chaque individu a-t-il intérêt à maintenir ses efforts pendant de nombreuses années ? Parce qu'il y trouve un intérêt, une contrepartie. Il faut donner du sens aux actions.

Dans le cas contraire, il veut bien « faire plaisir au chef de projet » pendant un certain temps, mais très vite, dès que la pression sur le sujet retombe, il cessera peu à peu de faire des efforts.

Si l'on veut appliquer ce principe, il faut savoir reconnaître les efforts que l'on demande aux acteurs du processus et évaluer les contreparties qu'ils reçoivent en échange. Si l'on reprend l'exemple d'une action dont la pérennité dépend de la bonne application d'une carte de contrôle, on doit se poser la question de l'intérêt qu'aura l'opérateur à sui-

vre cette carte et à modifier sa façon de piloter le processus. Comment est-il responsabilisé ? En quoi une bonne capacité va-t-elle l'intéresser ?

On accepte de faucher un pré parce qu'on a besoin de foin ! On accepte de faire une action parce qu'elle est prioritaire sur d'autres actions. Qu'est-ce qui fait que le niveau de cette action restera prioritaire ?

### **Principe n°3 – La facilitation**

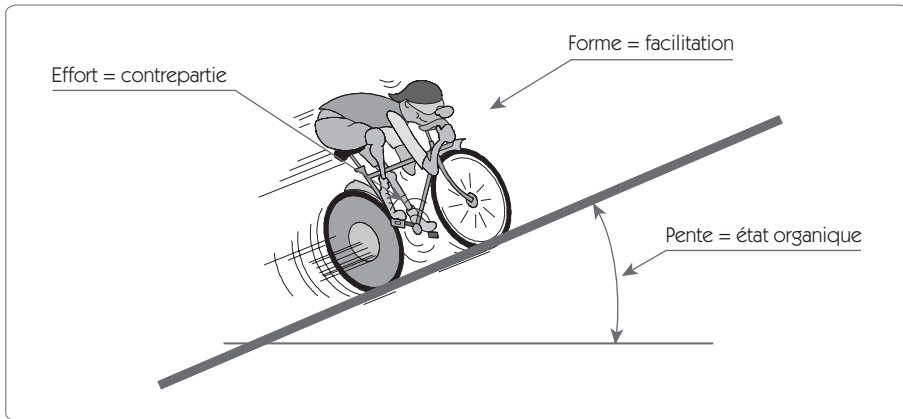
Le troisième et dernier axe fait quant à lui référence à ce qui permet d'alléger l'effort supplémentaire qu'une pérennisation amène à fournir. Qu'est-ce qui permet de soulager l'effort ou comment faire en sorte que cet effort lui paraisse plus surmontable ?

Pour y parvenir, plusieurs types d'actions contribuant à « faciliter » l'effort à produire sont possibles. Celles-ci peuvent se structurer quant à elles autour de trois grandes directions :

- Développer l'habileté technique des acteurs du système. Le même effort n'apparaîtra pas aussi important pour l'ensemble des collaborateurs selon la qualification et l'habileté technique. Plus on a l'habitude de réaliser une tâche, et moins sa réalisation demandera de réflexion, d'analyse. Elle apparaîtra plus facile. Plus l'habileté et la qualification des collaborateurs seront importantes, plus le niveau d'effort à fournir sans contre partie sera important. Dans cette direction, on trouvera, notamment, toutes les actions de formation.
- Développer le phénomène de groupe. Si tout le monde accepte de réaliser la tâche, la perception de la tâche apparaît moins fastidieuse. Si on prend l'exemple du rangement, il est plus facile de maintenir un lieu propre et rangé si tout le monde participe au rangement que si cette action est isolée dans l'entreprise. Dans cette direction on trouvera toutes les actions de déploiement des bonnes pratiques.
- Simplifier les tâches. Réaliser une tâche compliquée demande un effort. Si on simplifie cette tâche, par exemple en recourant à des outils informatiques, méthodologiques, mécaniques, etc., l'opé-

rateur acceptera plus facilement de la réaliser de façon pérenne. Toutes les actions prises pour simplifier le travail des gens participent donc à la pérennisation.

**Figure 8.1 – les trois principes de la pérennisation**



Pour illustrer les trois principes de base de la pérennisation des actions, nous allons nous appuyer sur l'illustration d'un cycliste qui doit rouler (figure 8.1), le plus facilement possible. L'avancement du cycliste représentera le maintien de l'action.

- La pente à monter représente ce que nous appelons l'état organique qui définit l'effort nécessaire à fournir pour avancer. Cet état dépend de ce qu'on demande de faire, mais aussi de la culture de l'entreprise et de son historique.
- Si le cycliste accepte de fournir un effort, c'est qu'il a une contrepartie. Cela peut être le besoin de se déplacer, ou le plaisir de faire du sport.
- Enfin, selon la forme et l'entraînement de notre cycliste, la même pente n'apparaîtra pas avec un niveau de difficulté équivalent. C'est la facilitation. De même, rouler en peloton permettra à notre cycliste de monter plus facilement et avec plus de plaisir.

## 2.4 L'épreuve du feu

Toute mesure d'amélioration doit passer l'épreuve du feu. Après quelque temps de mise en application d'une nouvelle procédure, on doit la valider pour vérifier :

- que l'on a bien pris en compte les différents éléments de l'environnement ;
- que toutes les hypothèses envisagées ont bien été validées ;
- que ce qui est appliqué correspond à ce qui a été décidé.

Cette notion de « revisitage » de toute procédure modifiée après un certain temps d'épreuve du feu est un point très important pour la pérennisation. Un projet Six Sigma ne peut être considéré comme terminé si cette étape n'a pas été franchie.

Cette étape a donc pour objectif d'identifier les risques liés à la pérennité de l'action, et de prendre les mesures limitant le besoin de recourir à des contraintes pour garantir l'avenir du projet.

Deux grands types d'actions peuvent être engagés :

- simplifier les procédures pour ramener le processus à l'état organique ;
- faire évoluer l'état organique en standardisant et en déployant les bonnes pratiques.

## 2.5 Le changement vers la pérennisation

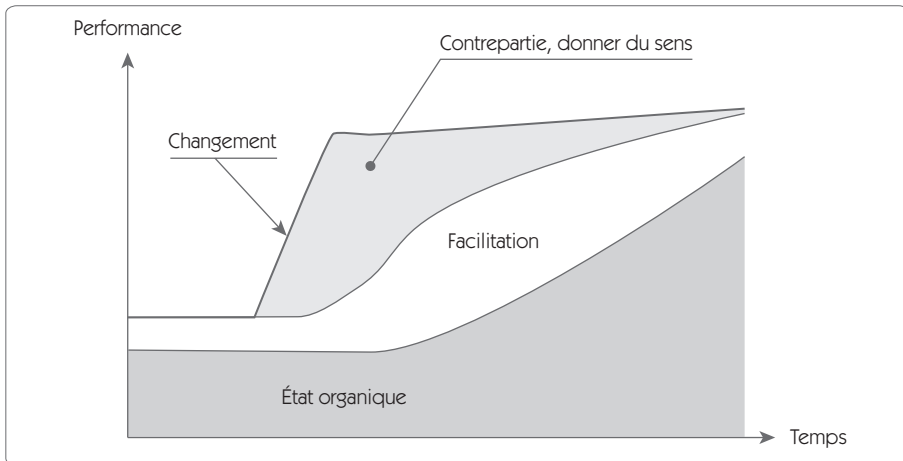
La figure 8.2 illustre le passage vers un état organique pérenne. Dans un premier temps, le changement réussi apporte des gains significatifs sur la performance, mais l'état organique n'a pas encore évolué. Ces gains résultant directement des efforts réalisés par les acteurs du changement, des contreparties doivent être rapidement mises en place.

Si on s'arrête là, très vite les contreparties se révéleront insuffisantes et le système retournera vers son état organique initial. Il s'agit donc que les actions de facilitation prennent rapidement le relais pour maintenir l'acquis, ces facilitations pouvant prendre la forme de formations, d'actions simplificatrices, ou de développement d'habiletés techniques.

Dans le même temps, il s'agit également d'identifier et d'affirmer les nouvelles valeurs de l'entreprise qui permettront de faire évoluer l'état organique.

Au terme de cette transformation de l'état organique, une action pérenne ne doit plus exiger de contreparties. Les facilitations mises en places doivent faire partie de la culture de l'entreprise et l'état organique doit assurer à lui tout seul cette pérennisation.

**Figure 8.2 – L'évolution vers l'état organique**



### 3. L'audit de pérennité

#### 3.1 Objectif de l'audit

Cette étape peut commencer par un audit de pérennité, après un certain temps d'épreuve du feu, que l'on fait accompagner d'un questionnaire d'alerte.

L'audit de processus a pour objectif de s'assurer que les *CTQ* (*Critical To Quality*) sont bien mesurés et suivis, qu'un minimum de formalisation existe et qu'on applique bien les procédures décidées. On doit vérifier :

- que les nouvelles méthodes, les procédures, sont suffisamment documentées pour pouvoir faire l'objet d'un audit par une personne étrangère au projet Six Sigma ;
- que les modifications décidées sur le processus sont effectivement en place ;
- que les procédures définies sont effectivement appliquées ;
- s'il existe des difficultés à faire fonctionner au quotidien les nouveaux processus ;
- que les capacités atteintes à la fin de l'étape « Contrôler » sont maintenues.

Le questionnaire d'alertes (figure 8.3) permet de détecter s'il y a des risques quant à la pérennité de l'action ou si elle va nécessiter un suivi constant. Il reprend les principales causes de dégradation dans l'application des actions. Lorsqu'au moins une alerte est active, on considère qu'il y a un risque, et on doit mettre en place une action garantissant la pérennité.

Par exemple, si on constate après un certain temps d'épreuve du feu que déjà un certain nombre de « raccourcis » ont été pris par rapport à ce qui avait été décidé, il y a fort à parier qu'ils seront de plus en plus nombreux avec le temps et que la qualité des résultats se dilueront.

## 3.2 Grille d'audit

Pour valider l'application des points qui ont été décidés, on utilise un questionnaire d'audit semblable à celui qui est donné en exemple ci-après. On recourt à la méthode IEMSE pour procéder à l'évaluation.

Figure 8.3 – Grille d'audit

| Audit d'un processus Six Sigma |  |   |   |   |   |   |                     |
|--------------------------------|--|---|---|---|---|---|---------------------|
| Points d'audit                 |  | I | E | M | S | E | Actions correctives |
| Mesure                         | Les caractéristiques critiques pour le client (CTQ) font l'objet d'une mesure.                   |   |   |   |   |   |                     |
|                                | Les moyens de contrôle présents sur le poste sont à jour du point de vue vérification.           |   |   |   |   |   |                     |
|                                | Les fréquences de contrôles sont respectées.   |   |   |   |   |   |                     |
|                                | Les CTQ sont suivis dans le temps.   |   |   |   |   |   |                     |
|                                | Les capacités mesurées sont conformes avec l'objectif du projet Six Sigma.                       |   |   |   |   |   |                     |
| Processus                      | Les procédures, méthodes à appliquer, ont été documentées.                                       |   |   |   |   |   |                     |
|                                | Les modifications décidées dans le projet Six Sigma sont effectivement en place.                 |   |   |   |   |   |                     |
|                                | Les procédures, méthodes appliquées, sont conformes à ce qui a été défini.                       |   |   |   |   |   |                     |
|                                | Les compétences et les formations nécessaires ont été définies et sont en accord avec les faits. |   |   |   |   |   |                     |

**I (Inexistence)** : ce point n'est pas traité sur le poste audité.















**E (Existence)** : il existe une réponse montrant que le poste a pris en compte le point.

**M (Méthode)** : la réponse à la question est traitée selon une méthode susceptible d'être généralisée.

**S (Systématique)** : la réponse est traitée avec méthode, et l'application sur le terrain est effective et systématique (pérennité dans le temps).

**E (exemplarité)** : la méthode, son application et ses résultats méritent d'être communiqués à l'extérieur parce qu'efficaces, efficaces, simples...

Figure 8.4 – Questionnaire d’alerte

| Questionnaire d’alerte |   |  |   |
|------------------------|---|--|---|
| Points d’audit         |   | OUI  | NON   |
| Mise en place          | La procédure est simple de lecture et de compréhension, facile d’accès et bien communiquée.   |     |    |
|                        | Les principes que l’on doit appliquer sont conformes aux règles et standards de l’entreprise.   |     |    |
|                        | L’habilitation au poste de travail d’un nouveau collaborateur inclut la formation à cette procédure.                                      |     |    |
|                        | Il existe un support de communication pour proposer des améliorations à cette procédure.  |     |    |
| Application            | La nouvelle procédure introduit des lourdeurs, les utilisateurs trouvent que la nouvelle procédure est plus contraignante que l’ancienne. |    |    |
|                        | Les utilisateurs du processus utilisent parfois des raccourcis dans l’application de la nouvelle procédure.                               |    |    |
|                        | La bonne application est dépendante de l’implication active du porteur de projet.   |  |  |

## 4. Les actions de pérennisation

### 4.1 Simplifier les procédures et les processus

Après quelque temps de mise en place d’une nouvelle procédure, il se produit nécessairement un phénomène de rodage. On s’aperçoit que les fréquences de contrôle ne sont pas adaptées, qu’on a introduit une lourdeur finalement inutile à tel endroit de la procédure...



La revue de processus après un certain temps de fonctionnement, lorsqu'on a subi l'épreuve du feu, est donc indispensable. Si on veut en garantir la pérennité, il faut toiletter la nouvelle procédure pour éliminer les lourdeurs et les actions inutiles, ou parfois la renforcer. Cette revue est facilitée si on a prévu dès le départ un support de communication permettant d'enrichir la procédure.



### **Exemple de simplification de processus**

Pour piloter le maintien d'une cote sur la cible, les opérateurs devaient utiliser une vis dont la précision était incompatible avec la précision de réglage demandée. Il en résultait une perte de temps importante (environ un quart d'heure) à chaque réglage.

Une étude de simplification a permis de régler la machine en interposant des flasques entre l'outil et le porte-outil. Le nouveau réglage est quasi instantané.



### **Exemple de simplification de procédure**

La mise en place d'une carte de contrôle « Moyennes/étendues » manuelle sur un processus n'allait pas sans contraintes pour les opérateurs :

- fréquence de contrôle élevée ;
- des calculs étaient nécessaires à chaque prélèvement.

Après avoir analysé les résultats en capacité et la stabilité du processus, on a pu simplifier la procédure en remplaçant la carte aux moyennes par une carte aux médianes (qui ne nécessite pas de calculs) et diminuer les fréquences de contrôle.

Dans cette phase, on doit faire les transformations de telle sorte que le nouveau standard soit appliqué simplement et sans effort ni contrainte.

## 4.2 Rendre robuste le point de fonctionnement

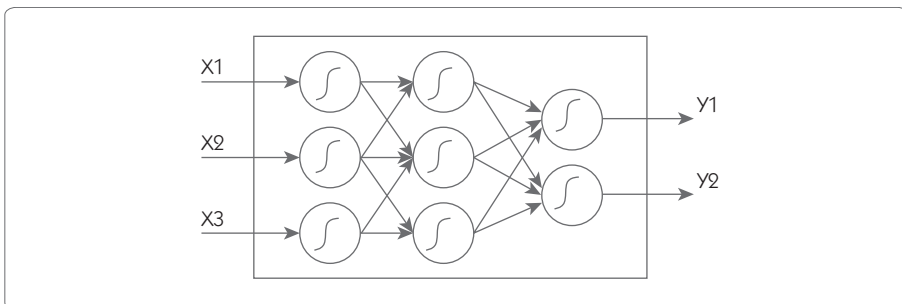
Il n'est pas toujours réaliste de penser que le point de fonctionnement choisi à l'issue des étapes DMAICS puisse être un point de fonctionnement absolu. Cela dépend d'un contexte, d'un environnement, appelés sans doute à évoluer dans l'avenir. Comment adapter le point de fonctionnement aux évolutions futures de l'environnement ou du processus lui-même ?

Une première façon de faire consiste à figer un certain nombre de règles de pilotage, ce qui permet d'adapter la valeur de la sortie  $Y$  sur la consigne désirée lorsque l'environnement évolue. Mais parfois ce sont les règles de pilotage elles-mêmes qui doivent évoluer.



Prenons un exemple dans la conduite automobile : le conducteur doit adapter la course de la pédale de frein en fonction de l'usure des plaquettes. Au cours de la vie de l'automobile, il adapte sa conduite à l'évolution du comportement. Les règles figées lorsque la voiture est neuve peuvent devenir catastrophiques lorsque la même voiture compte 200 000 km.

Figure 8.5 – Réseau de neurones



Pour prévoir cette nécessaire adaptation des règles tout au long du processus, plusieurs solutions sont à la disposition du *Black Belt* :

- le revisitage des règles à des périodes régulières ;

- l'auto-adaptation des règles par un processus d'apprentissage continue comme les réseaux de neurones.

Un réseau de neurones permet de faire le lien entre des entrées et des sorties par auto-apprentissage.

Les données de départ pour alimenter le réseau de neurones résultent de l'expérimentation elle-même. Chaque expérience suivante qui sera réalisée dans l'utilisation normale du processus sera réinjectée dans le réseau de neurones, ce qui permet d'auto-adapter en continu la relation entrées/sorties.

### **4.3 Identifier et dupliquer les bonnes pratiques**

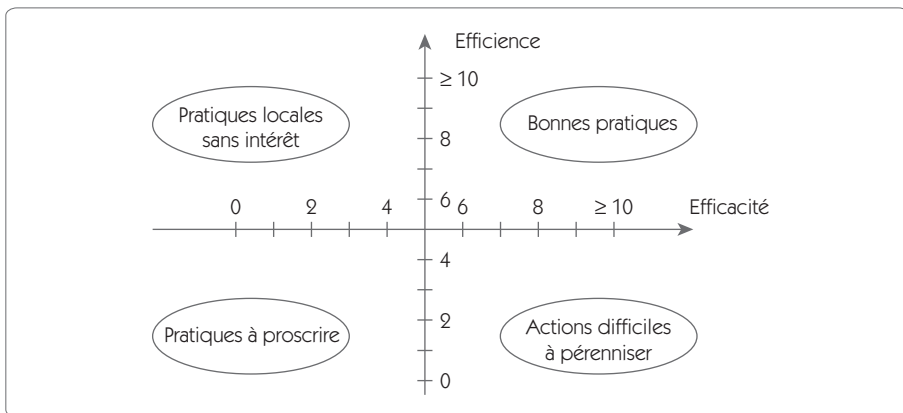
La connaissance acquise est certainement la plus grande richesse de l'entreprise. Mais la plupart du temps cette connaissance est nichée dans la tête des gens et, lorsque ceux-ci partent, ils partent avec elle. De plus, une connaissance dans un secteur peut souvent être utile à d'autres secteurs de l'entreprise. Pour en profiter, il faut toutefois avoir pris conscience qu'il y a une « bonne pratique » à cet endroit, il faut être capable de formaliser cette connaissance, et enfin de mettre en œuvre les moyens et méthodes qui permettront de la démultiplier.

On l'a souligné, on met en place un projet Six Sigma pour améliorer un point critique pour les clients de l'entreprise. Lorsqu'on parvient à cette sixième étape « Standardiser », on doit avoir mis en place de nouveaux moyens et de nouvelles procédures qui donnent satisfaction. C'est sans doute le bon moment pour identifier une « bonne pratique » qu'il peut être utile de formaliser et de démultiplier.

Le fait d'identifier et de dupliquer des bonnes pratiques est sans aucun doute une excellente façon de faire évoluer l'état organique de l'entreprise. Lorsqu'une bonne pratique est appliquée systématiquement, elle entre dans la culture de l'entreprise, et le niveau de contrainte nécessaire pour la maintenir est considérablement moindre. Plusieurs exemples peuvent illustrer ce point. Citons par exemple deux pratiques : le rangement et le suivi de production par cartes de contrôle. Concernant le rangement, quiconque a visité plusieurs entreprises, même dans un secteur d'activité identique, a pu constater des différences considérables en matière de rangement et de nettoyage. Lorsque cette bonne

pratique est partagée par l'ensemble du personnel, elle est réalisée naturellement et la pérennité en est garantie avec un minimum de contraintes. En matière de suivi par cartes de contrôle, de nombreuses sociétés ont mis en place plusieurs fois des projets de « Maîtrise statistique des processus » pour constater quelque temps après que le suivi des cartes n'était plus conforme à ce qui avait été décidé. Encore une fois, c'est qu'on n'a pas su faire passer cette pratique dans la culture de l'entreprise.

**Figure 8.6 – Cartographie Efficacité/efficience**



Une bonne pratique est définie<sup>16</sup> par « une technique, une méthode ou un procédé qui a été mis en place et qui a amélioré les résultats de l'entité. La bonne pratique est supportée par des données concrètes et vérifiables à la place où les expérimentations ont été effectuées ». Une autre définition en est donnée par Prax<sup>17</sup> : « Toute pratique, connaissance ou savoir-faire qui a montré son efficacité ou sa valeur dans une partie de la société et qui est applicable à une autre partie de la société. »

On doit tout d'abord identifier la bonne pratique en la situant sur la cartographie « Efficacité/efficience ». L'efficacité est relative au résultat obtenu, l'efficience l'est par rapport à l'effort que l'on déploie pour

16. The European Quality Promotion Policy (European Commission DGIII Industry), « Benchmarking Introduction and main principles », Quality series, number 7, January 1998.

17. J.-Y. PRAX, *Le Guide du Knowledge Management*, Éditions Dunod, 2000.

atteindre le résultat. La bonne pratique facile à maintenir est une pratique dont le résultat est très satisfaisant sans nécessiter d'effort particulier (état organique).

Pour qualifier l'efficacité de la bonne pratique, on note trois critères (note de 1 à 5). Le résultat est la somme de ces 3 notes.

**Qualité** : aptitude du processus à délivrer un produit ou service conforme aux spécifications du client.

**Coût** : aptitude du processus à délivrer un produit ou un service à un coût compatible avec celui que le client est prêt à supporter.

**Délai** : aptitude du processus à délivrer un produit ou un service dans un délai compatible avec celui que le client est prêt à accepter.

Pour qualifier l'efficacité, on note également trois critères (note de 1 à 5). Le résultat est la somme de ces trois notes.

**Simplicité** : le déploiement sera d'autant plus facile à effectuer que sa mise en œuvre est simple.

**Économie** : un processus sera d'autant plus pertinent à déployer que son exécution ne requiert qu'un nombre limité de ressources humaines et techniques.

**Sécurité** : le processus ne peut être déployé que si sa mise en œuvre ne risque pas de mettre en péril l'organisation dans laquelle il est implanté.

Le résultat des deux notes « efficacité » et « efficacité » est placé sur la cartographie « Efficacité/efficacité » (figure 8.5) pour juger de la pertinence du déploiement de la pratique.

Pour pouvoir être dupliquée, la bonne pratique doit être formalisée.

## 4.4 Finaliser la documentation du poste

Toute modification apportée à la façon de procéder doit être un minimum formalisée si l'on veut garantir la pérennité. Dans la phase « Contrôler », on a pris soin de réaliser cette documentation en établissant les règles de pilotage. À ce stade, on va revoir la documentation afin de valider avec un peu de recul les points suivants :

- ce qui est écrit correspond à ce qui est réalisé ;
- ce qui est écrit est bien compris ;
- les nécessaires ajustements réalisés dans les premiers temps de mise en place sont bien intégrés.

En fonction des résultats de l'audit et du questionnaire d'alertes, on n'hésitera pas à adapter le système documentaire.

#### **4.5 Intégrer les processus et méthodes standards dans le développement de nouveaux produits**

Les nouveaux standards et les nouvelles pratiques qui ont démontré leur efficacité dans le projet Six Sigma doivent pouvoir être intégrés dans les nouveaux développements de produits ou de processus. Pour ce faire, on doit créer un référentiel interne à l'entreprise capitalisant ces nouvelles connaissances. Pour illustrer cette capitalisation, prenons l'exemple d'une entreprise de micro-mécanique qui vient de faire un projet Six Sigma suite à de nombreux retours clients en raison de pertes de vis. Le projet a permis à l'entreprise de comprendre parfaitement les causes de la mauvaise tenue de leurs vis aux chocs et a conduit à établir des règles concernant :

- le profil des filets qu'il fallait utiliser ;
- la façon de réaliser ces filets ;
- la façon de monter les vis.

Toutes ces améliorations ont fait l'objet de normes internes qui garantissent que, désormais, on ne pourra plus sortir un produit défectueux au niveau de sa visserie. Même un jeune développeur qui n'a pas connu cet incident devra se conformer aux nouvelles normes internes de conception ; dans son travail, il ne devrait donc pas rencontrer cette défaillance.

## 5. Mettre en place le cliquet anti-retour

L'ensemble des six étapes a permis d'améliorer le service rendu aux clients, ce dont on peut juger par l'amélioration du niveau atteint sur les caractéristiques *CTQ* (*Critical To Quality*). De nombreuses actions ont été menées dans l'étape « Standardiser » pour pérenniser la solution adoptée. Toutefois, sans mesure, il n'est pas possible de garantir le maintien dans le temps du niveau de performance.

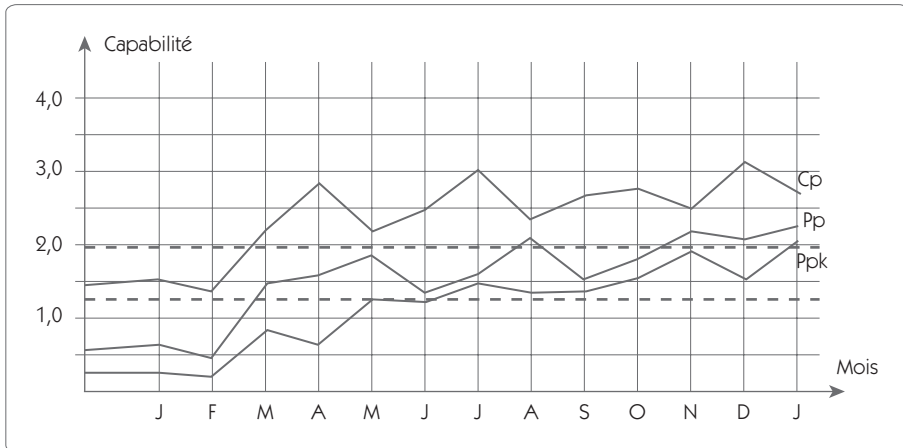
C'est pour cela que l'on doit mettre en place un tableau de bord formé d'indicateurs de performance, dont voici une définition :

« Un indicateur de performance est une donnée quantifiée qui mesure l'efficacité de tout ou partie d'un processus ou d'un système, par rapport à une norme, un plan ou un objectif qui aura été déterminé et accepté, dans le cadre d'une stratégie d'ensemble. »

L'efficacité du processus est étroitement dépendante du niveau atteint sur le *CTQ* ou sur toutes les caractéristiques élémentaires dont on a montré qu'elles avaient un lien avec le *CTQ*. Les indicateurs de performance doivent faire apparaître l'évolution de toutes ces caractéristiques par rapport aux cibles et aux spécifications qui ont été fixées dans le cadre du projet Six Sigma.

Un indicateur de performance très simple est le  $z$  du processus, ou mieux, la suite des trois indicateurs  $C_p$ ,  $P_p$ ,  $Ppk$ , permettant de connaître les performances du processus (voir chapitre 4, « Mesurer »).

Figure 8.7 – Suivi des capacités



Un suivi graphique de ces trois indicateurs (figure 8.6) permet de s'assurer du maintien de la performance et de la réaction rapide en cas de perte de capacité. On fait apparaître sur ce graphique les deux limites :

- le niveau limite de 2.0 pour le  $Cp$  qui correspond à l'objectif  $6\sigma$  sur la dispersion court terme ;
- le niveau limite de 1.33 qui est souvent admis pour l'indicateur de capacité long terme  $Ppk$ .

## 6. Communiquer

C'est le dernier coup de rein à donner, mais il est important. Ce dernier effort permet de réfléchir sur ce que l'on a fait, comment on l'a fait et de progresser sur la méthodologie mise en œuvre.

### 6.1 Préparer un bilan du projet

Le bilan du projet doit être le plus complet possible ; il doit comporter les volets technique, financier, humain et méthodologique.



### **Bilan technique**

- synthèse des améliorations techniques apportées ;
- modification de procédures, de méthodes ;
- amélioration des capacités...

### **Bilan financier**

- synthèse des coûts mesurables et non mesurables ;
- synthèse des gains mesurables et non mesurables.

### **Bilan humain**

- fonctionnement du groupe de travail ;
- identification des manques en matière de formation, de compétences...

### **Bilan méthodologique**

- si c'était à refaire, adopterions-nous la même démarche ?
- qu'avons-nous oublié de faire qu'il ne faudra plus oublier ?
- en quoi ce projet peut-il enrichir la démarche Six Sigma dans notre société ?

## **6.2 Présenter le bilan**

Les *Black Belts* tirent certainement leurs connaissances de leurs propres expériences de conduite de projets, mais ils peuvent également profiter de celles de leurs collègues BB. Il est très important de partager entre BB le bilan d'un projet qui vient de se terminer. L'apport en est double :

- celui qui écoute bénéficie d'une partie de l'expérience acquise par le porteur de projet, dans la conduite d'un projet, l'utilisation des outils...
- celui qui expose s'enrichit en reformulant son propre vécu et en se contraignant à une réflexion supplémentaire pour répondre aux questions.

Mais cette présentation doit également intéresser un plus large public, notamment les Champions qui trouveront sans doute dans ce type d'exposé des idées pour de nouveaux chantiers Six Sigma.

Enfin, tout en conservant une nécessaire confidentialité, il ne faut pas hésiter à sortir de l'entreprise pour présenter ces bilans devant la communauté scientifique. L'élévation de niveau qui en résulte profite à tout le monde.



# Chapitre 9

---

## Le management Six Sigma

---

### 1. Introduction

Six Sigma repose sur la démarche DMAICS que nous avons largement évoquée dans les chapitres précédents. L'approche DMAICS est le moyen d'action de Six Sigma mais, pour qu'il réussisse dans son entreprise, il lui faut une logistique de soutien que doit lui fournir le management.

Introduire Six Sigma ne peut se faire de façon ponctuelle, ce doit être une véritable stratégie d'entreprise. Lancer une application DMAICS dans une entreprise, c'est mettre en œuvre sur un problème précis une démarche de résolution de problème. La difficulté par rapport à Six Sigma réside dans la démultiplication des actions qui sous-tend cette méthodologie dans l'entreprise, ce qui nécessite :

- le partage des valeurs de Six Sigma ;
- l'organisation du management en management par projets ;

- la démultiplication de compétences souvent inexistantes dans nos entreprises (par exemple, une solide culture statistique) ;
- la formation de plusieurs *Black Belts* capables de conduire des projets ;
- la conduite de nombreux projets à différents niveaux de l'entreprise.

## 1.1 Le partage des valeurs de Six Sigma

Pour mettre en œuvre Six Sigma, il faut que toute l'entreprise adopte un certain nombre de valeurs qui font la force de Six Sigma. Nous avons développé dans cet ouvrage les valeurs de Six Sigma, nous allons revenir sur celles qui nous semblent essentielles mais qui ne sont pas forcément présentes dans nos entreprises :

- **La maîtrise de la variabilité**

La variabilité est l'ennemi ; il faut absolument chercher à l'éliminer. Pour cela, il faut se dégager de la culture traditionnelle de la tolérance qui consiste à accepter une certaine variabilité. Dans l'esprit Six Sigma, certes, on cherche à éliminer la non-conformité, mais avant tout on cherche le centrage absolu des valeurs sur la cible souhaitée par le client.

- **La culture de la mesure**

Pour pouvoir progresser, il faut mesurer, et mesurer ne consiste pas simplement à donner un chiffre. Encore faut-il que ce chiffre signifie quelque chose ! Cette culture de la mesure comme base de l'analyse, avec la mesure du niveau de capabilité comme preuve de l'amélioration réalisée, est sans aucun doute un élément culturel qui est très difficile à faire entrer dans nos entreprises.

- **La recherche des caractéristiques critiques pour le client (CTQ)**

Un projet Six Sigma commence par la recherche des CTQ. Cela contraint l'entreprise à se tourner résolument vers le client, point de départ de la démarche et point d'arrivée de tous projets Six Sigma. C'est cet aspect qui est déjà culturellement très présent dans les approches de type EFQM ou ISO.

- **La notion de preuve statistique**

Lorsque l'on donne un résultat, il en faut la preuve statistique. Nous avons détaillé dans cet ouvrage un certain nombre d'outils permettant d'apporter cette preuve. Nous sommes loin d'avoir été exhaustifs. Pourtant, si une majorité de cadres était capable de mettre en place les outils que nous avons détaillés, que de progrès les entreprises pourraient-elles faire ! Malheureusement, nous constatons tous les jours le manque de connaissances statistiques des cadres européens... qui les conduisent parfois à faire du Six Sigma sans statistiques. Ce qui – de notre point de vue – vide complètement Six Sigma de ce qui a fait sa force.

- **Ne rien toucher avant d'avoir analysé le système**

Dès qu'un problème survient, on évoque une solution. Ce n'est pas la culture Six Sigma. L'amélioration n'est que la quatrième étape du processus DMAICS. Avant cela, on se donne les moyens de remonter aux causes racines du problème. Les « YAQUA FAUQUON » ne font pas partie de la culture Six Sigma.

## 1.2 Le management Six Sigma

Figure 9.1 – Structure de management hiérarchique

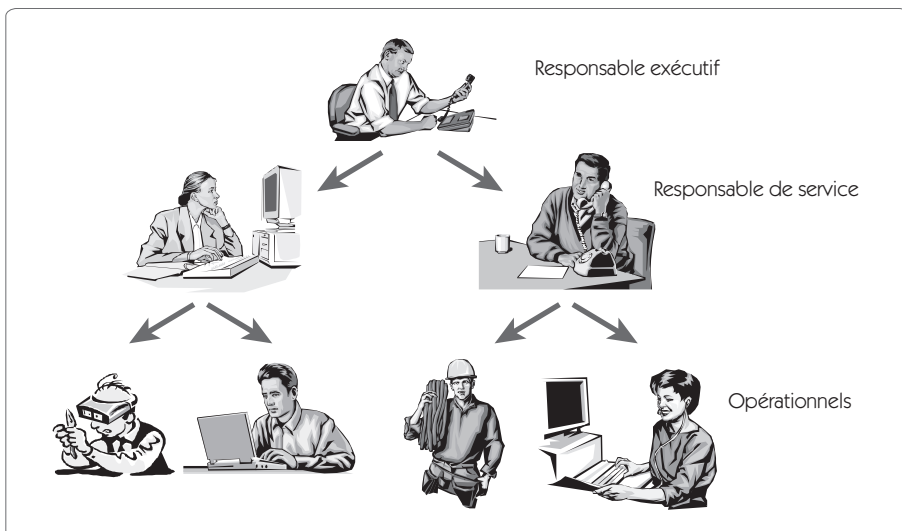
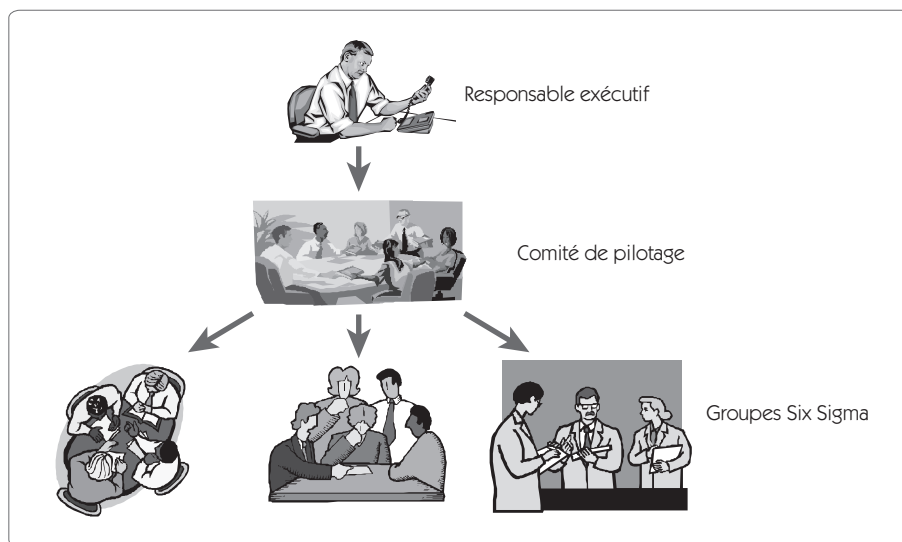


Figure 9.2 – Structure de management Six Sigma



Le management Six Sigma est un management par projet. Les groupes constitués cassent la traditionnelle hiérarchie et requièrent un pilotage matriciel des projets Six Sigma. *Le Black Belt* n'a pas de pouvoir hiérarchique sur le groupe, il a un rôle de leader. L'implication de la direction se traduit par sa participation active au comité de pilotage Six Sigma qui définit les priorités stratégiques concernant les projets sur lesquels on investit du temps et des moyens. Le comité est constitué des Champions et du responsable exécutif. Il suit activement l'avancement des différents chantiers par le biais des Champions qui ont, en charge directe, les différents *Black Belts*.

Le suivi des chantiers ne consiste pas à faire un simple point de temps en temps ; cela demande la participation active du Champion qui dirige les revues permettant d'officialiser le passage d'une étape à une autre.

La mise en place des projets Six Sigma doit pouvoir concerner toute l'entreprise à tous les niveaux. On distingue trois niveaux d'application de Six Sigma.

### **Niveau entreprise**

- D* – Définir les priorités de l'entreprise et les plans qui doivent être mis en place pour améliorer sa rentabilité.
- M* – Mesurer le « Business system » qui supporte ces plans.
- A* – Analyser les écarts avec les meilleures pratiques.
- I* – Innover/améliorer les systèmes pour atteindre l'objectif de performance.
- C* – Mettre sous contrôle les caractéristiques critiques.
- S* – Standardiser les systèmes qui se sont révélés être les meilleures pratiques.

### **Niveau opérationnel**

- D* – Définir les projets Six Sigma permettant d'atteindre les objectifs du plan d'entreprise.
- M* – Mesurer la performance des projets Six Sigma.
- A* – Analyser cette performance au regard des objectifs opérationnels.
- I* – Innover, améliorer le système de management des projets Six Sigma.
- C* – Mettre sous contrôle les caractéristiques d'entrée critiques du système de management des projets.
- S* – Standardiser les meilleures pratiques de conduite de projet.

### **Niveau processus**

- D* – Définir les processus qui contribuent au problème fonctionnel.
- M* – Mesurer les capacités de chaque processus.
- A* – Analyser les données pour mettre en relation les *X* et les *Y*.
- I* – Innover/améliorer les caractéristiques clés des processus clés.
- C* – Mettre sous contrôle les caractéristiques critiques.
- S* – Standardiser les méthodes et processus qui forment de bonnes pratiques.



### 1.3 Variabilité et Six Sigma, le paradoxe

On l'a dit plusieurs fois déjà, l'ennemi de la qualité est la variabilité et Six Sigma cherche à la réduire dans les processus qu'il étudie. Mais il y a une autre source de variabilité à laquelle on ne pense pas forcément *a priori*, c'est la variabilité dans la méthode d'approche d'un problème. C'est d'ailleurs tout le problème des entreprises qui font des démarches d'amélioration sans utiliser des approches structurées de type DMAICS ! Elles partent alors dans tous les sens, font des expériences inutiles, appliquent le « YAQUA FAUQUON », pour aboutir, après une débauche d'énergie, à de bien pauvres résultats.

C'est d'abord en réduisant la variabilité sur la méthode qu'on peut s'attaquer à la variabilité sur le processus.

Cependant, curieusement, pour diminuer la variabilité, il ne faut pas hésiter à l'augmenter notamment dans les phases « Analyser » et « Innover/améliorer ». En effet, pour observer l'influence des  $X$  sur les  $Y$ , il faut nécessairement que les  $X$  varient, créant alors une augmentation de la variabilité sur les  $Y$  qu'on doit être capable d'accepter. Cette augmentation ponctuelle de la variabilité nous permettra de trouver le point de fonctionnement idéal à variabilité minimale. Cette gestion de l'augmentation de la variabilité doit nécessairement se faire dans un cadre extrêmement rigoureux si l'on veut pouvoir en tirer des relations claires entre les  $X$  et les  $Y$ . D'où l'importance de bien encadrer la création de la variabilité par une méthode structurée DMAICS. Autrement dit, on ne touche à rien avant l'étape « Innover/améliorer ».

## 2. Les différents acteurs de Six Sigma

### 2.1 Le comité de pilotage

Le comité de pilotage regroupe l'ensemble des Champions de l'entreprise et le responsable exécutif de l'entreprise. Il est parfois confondu avec le comité de direction, mais il est quand même nécessaire de planifier à intervalle régulier un point sur l'avancement des projets Six

Sigma, la dynamique de motivation pour l'application de Six Sigma et les éventuelles difficultés à lever. Il devra disposer d'un certain nombre d'outils, dont :

- un plan de déploiement du programme Six Sigma ;
- un outil de suivi des projets ;
- un outil de mesure des résultats atteints ;
- un moyen de communication pour faire partager les objectifs stratégiques.

## **2.2 Les Champions**

Les Champions sont des cadres de haut niveau dans l'entreprise qui s'impliquent dans l'application de Six Sigma. Le rôle du Champion consiste à :

- garantir le succès du déploiement de Six Sigma dans un secteur de l'entreprise ;
- être moteur dans le choix des projets à développer ;
- suivre l'avancement des projets en réalisant les revues à la fin de chaque étape ;
- s'assurer que les ressources sont disponibles pour permettre l'avancement des chantiers ;
- organiser la reconnaissance des contributions des différents acteurs.

Le rôle des Champions se situe au niveau stratégique et tactique.

## **2.3 Les *Masters Black Belts* (MBB)**

Les MBB ont un rôle plus managérial. Ils sont là pour encadrer l'ensemble des projets Six Sigma dans un secteur d'activité. Ce sont eux à qui il incombe de former les BB et qui les soutiennent lors de la phase d'application sur des projets. Ils participent également aux revues de projet. Ils sont censés avoir une connaissance étendue et profonde de tous les aspects de Six Sigma aussi bien les outils statisti-

ques que les aspects plus conceptuels. Ce sont en général d'anciens *Black Belts* ayant mené à bien de nombreux projets. Dans les plus petites structures, le MBB est un consultant extérieur à l'entreprise.

## **2.4 Le groupe Six Sigma**

### **2.4.1 Définition du groupe Six Sigma**

La mise en œuvre d'un projet Six Sigma doit résulter d'un travail de groupe. Il y a deux façons d'apporter des améliorations : améliorer les performances du système ou améliorer le système lui-même. On considère généralement que l'amélioration des performances est la source de seulement 20 % des améliorations. Autant la première possibilité de l'alternative peut être réalisée par un seul individu ou un groupe d'individus d'un même secteur, autant l'amélioration du système nécessite la création d'un groupe pluridisciplinaire.

Selon l'importance du projet, un groupe Six Sigma se compose de 3 à 10 personnes aux compétences transversales. Les participants sont sélectionnés parce qu'ils ont des choses en commun, mais aussi parce qu'ils ont différents points de vue sur le sujet. On cherche si possible à réunir des personnes de différents services. S'il n'y a que des personnes d'un même service, il y a de gros risques que l'amélioration locale apportée ne participe pas à l'amélioration globale du système.

Le travail de groupe comporte des avantages qu'il faut savoir utiliser et des inconvénients qu'on doit être capable d'éviter.

Les avantages en sont principalement la créativité, la prise en compte de différents points de vue, la démultiplication de la puissance de travail dans les analyses à réaliser et la force de persuasion sur les résultats obtenus.

L'inconvénient principal en est une perte de temps si :

- les réunions ne sont pas préparées et limitées dans le temps ;
- les rôles de chacun ne sont pas définis ;

- il n'y a pas un minimum de culture commune entre les membres du groupe, notamment concernant Six Sigma, d'où l'importance de la formation initiale ;
- la compétence des gens est décalée par rapport au sujet, d'où l'intérêt de bien choisir les membres.

On doit chercher à former un groupe susceptible d'engendrer un climat de créativité et à même de trouver un consensus par le biais de votes. On évitera par exemple de réunir des personnes ayant un contentieux. Nous reviendrons plus avant sur la composition du groupe.

### **2.4.2 La place du *Black Belt* dans le groupe**

L'animateur du groupe est le *Black Belt*, qui n'a pas de responsabilité hiérarchique mais matricielle. Il doit agir davantage comme le capitaine d'une équipe de football que comme un responsable hiérarchique. Il doit être leader sur le terrain mais aussi dans les vestiaires. C'est souvent à la pause lorsque les troupes sont démotivées par une première mi-temps difficile que le capitaine joue un rôle décisif.

La hiérarchie crée la contrainte, le leadership crée la motivation. Si les gens s'investissent dans le groupe de travail, c'est parce qu'ils ont confiance dans le leader. Le *Black Belt* devra donc imposer son emprise non par un statut, mais par ses compétences, son charisme et son engagement dans le projet. Ce point est particulièrement important et il faudra en tenir compte dans le choix des collaborateurs amenés à être des futurs *Blacks Belts*.

Il doit diriger le groupe, c'est lui qui a les compétences pour choisir un outil, faire les analyses nécessaires. Il s'appuie sur le groupe de travail pour émettre les hypothèses, faire les analyses, les expériences. Il facilite le consensus au moment des choix et suit l'application de ces choix. Il doit donc parfaitement connaître les règles de fonctionnement d'un groupe de travail.

### 2.4.3 Conditions de bon fonctionnement du groupe de travail

Le groupe de travail produira des résultats satisfaisants si les acteurs apprécient le fonctionnement du groupe et le travail qu'ils réalisent. Selon HERZBERG<sup>18</sup>, la satisfaction dans le travail dépend de cinq facteurs relatifs à la tâche à accomplir :

- l'accomplissement (donner du sens à sa vie) ;
- la reconnaissance de l'extérieur ;
- l'attrance pour le travail ;
- la responsabilité ;
- la possibilité d'avancement.

Les causes de non-satisfaction sont également au nombre de cinq. Elles ne sont pas liées à la tâche mais à l'environnement.

- la politique de l'entreprise ;
- le poids de la hiérarchie ;
- la rémunération ;
- les relations dans le travail ;
- les conditions de travail.

Pour compter des gens motivés dans un groupe de travail, il faut avoir supprimé les causes de non-satisfaction et créé au moins une condition de satisfaction. Si la suppression des causes de non-satisfaction n'est pas toujours du ressort du *Black Belt*, il est en revanche de sa responsabilité de créer les conditions de satisfaction en :

- créant une ambiance de travail ;
- formant les membres du groupe ;
- déléguant les tâches et les responsabilités ;
- communiquant sur la réussite du projet.

D'une façon générale, un certain nombre d'actions permettent de former des groupes de travail efficaces dans les entreprises.

---

18. Chercheur psychologue américain, spécialiste de la motivation au travail.

**Écouter et communiquer** : encourager un dialogue à double sens, ouvert et honnête. Développer le partage d'informations.

**Former les collaborateurs** : la formation est à la base de l'ouverture d'esprit. Un collaborateur raisonne à partir de ses connaissances. Si ses connaissances sont limitées, son raisonnement sera limité, et on ne peut pas attendre de performances d'un groupe aux connaissances limitées. D'où l'importance de développer une politique de formation importante dans l'entreprise.

**Favoriser l'ambiance de travail** : toutes les techniques de travail en groupe ne permettront pas de compenser la stérilité d'un climat de travail plein d'agressivité, de rancœurs ourdies. Il faut encourager les actions qui tendent à renforcer un climat de travail amical et positif.

**Croire dans ses collaborateurs** : supporter les décisions des groupes de travail, même si ces décisions vont à l'encontre a priori des connaissances des responsables.

**Fournir un retour d'information** : « laisser à César ce qui revient à César ». Valoriser et partager les bénéfices des actions passées, c'est la façon de procéder qui permettra d'enclencher de nouvelles actions.

#### **2.4.4 Les différents éléments d'un groupe de travail**

Outre la complémentarité technique nécessaire à la création du groupe de travail, on doit chercher la complémentarité humaine. Pour ce faire, on peut par exemple utiliser la typologie dite « Belbin » qui regroupe les différentes contributions utiles à un groupe de projet<sup>19</sup>. Le groupe idéal serait composé d'un membre de chaque type.

##### **Le président**

Ce n'est pas nécessairement le *Black Belt*, certains préconisent que le *Black Belt* ait plutôt un rôle « moteur ». Il est en position d'autorité par rapport au groupe et a le souci de l'objectif à atteindre. Il identifie les points forts et les points faibles des équipiers et favorise l'efficacité du

---

19. H. P. MADERS, *Conduire une équipe projet*, Les Éditions d'Organisation, 2000.

groupe. Il sait écouter tout en prenant facilement la parole. Il est capable de faire rapidement la synthèse des contributions et de prendre des décisions lorsque cela s'impose.

### **L'organisateur**

Ordonné, il sait traduire une décision en planning et en organigramme. Il aime l'organisation et sa contribution lui permet d'être le référent en matière de tâches à accomplir, de délais, de responsabilités. Il doit avoir une grande force de caractère, il est intègre et a confiance dans les membres du groupe.

### **Le moteur**

C'est une personne extravertie qui bouillonne d'idées et d'énergie. Il s'énerve parfois mais c'est sans rancœur. Il respire la confiance en soi même si c'est parfois pour cacher ses propres doutes. Sa contribution à l'avancement du projet est importante, il relève facilement les défis. Il donne forme au projet.

### **Le semeur**

C'est plutôt une personne introvertie dotée d'une grande intelligence. Sa contribution consiste à émettre des idées originales qui vont nourrir la réflexion du groupe. Il est principalement intéressé par la recherche de solutions innovantes et critique facilement les idées qui ne sont pas les siennes. En revanche, il supporte difficilement la critique de ses propres idées. Il faut donc du doigté afin qu'il ne se mette pas en retrait.

### **L'explorateur**

Il aime la nouveauté, les relations avec les autres, le travail en groupe. Il est extraverti et ne cherche pas à dominer le groupe de travail. Il a tissé des liens d'amitié avec de très nombreuses personnes et renvoie l'image de quelqu'un de sympathique, sociable. Ayant tendance parfois à papillonner d'une activité à l'autre, il risque cependant de s'intéresser un peu trop aux détails qui le retiennent particulièrement au mépris des objectifs majeurs. Il préserve le groupe de la stagnation et l'empêche de s'enfermer sur lui-même.

## **Le rationnel**

D'un QI élevé, extraverti, il se distingue du semeur par sa froideur. Plutôt que de chercher à amener des idées novatrices, il va digérer le travail du groupe pour fournir un avis sans concession. Il apparaît parfois comme un rabat-joie, mais son avis est rarement mis en défaut. Il évite au groupe de partir sur des voies fantaisistes.

## **L'équipier**

Extraverti et peu dominateur, il est sensible au vécu et aux sentiments des gens qui l'entourent. Il est sympathique, simple, modéré, c'est le ciment. Il a besoin d'harmonie et fait tout pour la construire au sein du groupe. Il soutient les propositions des autres membres et construit à partir de ces propositions. Sa contribution se situe plus au niveau des relations dans le groupe que pour les idées et les apports techniques qu'il pourra amener.

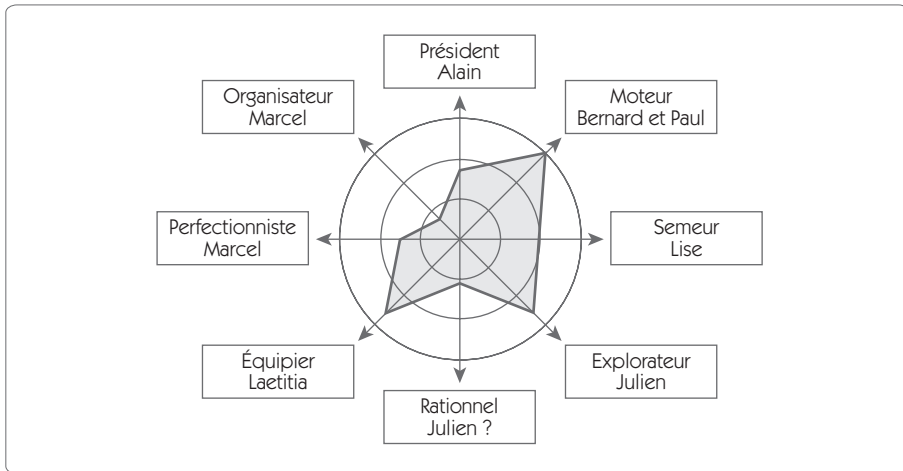
## **Le perfectionniste**

Plutôt introverti, il a la préoccupation de l'ordre. Il fera ressortir tout ce qui pourra aller de travers. Sa capacité à persévérer est précieuse, même si parfois il peut trop s'embarasser des détails qui lui font perdre de vue l'objectif global.

Pour évaluer la qualité d'un groupe de travail, on utilise le schéma radar (figure 9.3) qui permet d'évaluer la façon dont est composé le groupe. On évalue le type qu'incarne chaque participant et on identifie dans une grille de 1 à 3 son adéquation. Un type de comportement peut être éventuellement représenté par plus d'une personne, et certains pas ou peu représentés. On évalue alors qui peut jouer le rôle de ce type et quelle est son adéquation avec ce rôle. L'exemple de la figure 9.3 montre un groupe de travail possédant deux moteurs, mais pas d'organisateur. Le risque est grand de partir dans toutes les directions au niveau des réunions, mais que rien n'avance entre les réunions faute de planning et de responsabilités définies. L'absence de « rationnel » renforce ce danger dans la mesure où aucun « contre-pouvoir » ne viendra faire l'analyse rationnelle des idées qui seront émises.



**Figure 9.3 – Évaluation d'un groupe de travail Six Sigma**



## 2.5 Les compétences du *Black Belt* (BB)

Le BB est véritablement la colonne vertébrale de l'application de Six Sigma. Il est donc important de bien définir les compétences qu'il doit posséder. En général, il dépend de la structure qualité et pas de la structure fonctionnelle dans laquelle il intervient. Il est à temps plein sur la résolution de problèmes mais il doit être capable de traiter plusieurs projets à la fois. Ses compétences doivent couvrir à la fois les plans technique et managérial, assortis de qualités personnelles.

Ses compétences techniques recouvrent le domaine où il intervient, y compris la maîtrise de l'ensemble des outils statistiques que nous avons présentés dans cet ouvrage. Bien que cela représente déjà une compétence considérable, elle n'est pas suffisante pour conduire un projet Six Sigma.

Ses compétences personnelles doivent lui permettre d'exposer clairement par écrit et par oral les résultats d'un projet, et de synthétiser le travail d'un groupe. En temps que leader des groupes de travail, il doit disposer d'une autorité et d'un rayonnement naturel. On apprécie également des qualités pédagogiques qui lui seront nécessaires dans les phases de formation des groupes de travail.

Ses compétences en management vont inclure la capacité à conduire un groupe de travail, à animer une réunion et à manager plusieurs projets à la fois. On attend du *Black Belt* des résultats financiers, il est donc nécessaire que les techniques financières de l'entreprise ne lui soient pas inconnues.

Comme il est très difficile de juger de l'ensemble de ces qualités au départ, General Electric par exemple ne certifie ses BB que lorsqu'ils ont conduit plusieurs projets réussis.

## 3. La formation

### 3.1 Les formations Six Sigma

Mettre en place Six Sigma demande de nombreuses compétences que l'on peut regrouper dans quatre domaines :

- les compétences fonctionnelles sur le produit ou le processus étudié ;
- les compétences dans la conduite d'un projet et l'animation de groupe ;
- les compétences en méthodes de résolution de problème ;
- les compétences en statistiques.

Il est peu vraisemblable qu'une entreprise puisse trouver directement dans son personnel les oiseaux rares qui disposent d'un tel curriculum vitae. Mettre en place Six Sigma nécessite donc de lancer un vaste plan de formation qui va concerner tous les acteurs de l'entreprise.

La place de la formation est très importante dans le déploiement d'un programme Six Sigma dans une entreprise. Elle va concerner tout le personnel de l'entreprise en commençant par l'équipe de direction qui doit s'approprier les valeurs de Six Sigma pour en faire les valeurs sous-jacentes de leur management.

Les formations sont essentiellement tournées vers l'action, voilà pourquoi on pratique une alternance entre les séances de formation, d'application et de rebouclage (figure 9.4).

**Figure 9.4 – Planning de déploiement de Six Sigma**

| Exemple de déploiement de Six Sigma |          |   |
|-------------------------------------|----------|---|
| Étapes                              | Semaines | Description   |
| 1                                   | 1-3      | Orientation et définition du déploiement de Six Sigma.<br>Choix des <i>Black Belts</i> .  |
| 2                                   | 4-7      | Formation des Champions.  |
| 3                                   | 8        | Revue de projet du comité de pilotage.<br>Choix des premiers projets.   |
| 4                                   | 9-30     | Formation des premiers <i>Black Belts</i> en alternance avec leurs premières applications : <ul style="list-style-type: none"> <li>• une semaine de formation ;</li> <li>• trois semaines d'application ;</li> <li>• une journée de revue.</li> </ul> Formation des participants aux premiers groupes de travail. |
| 5                                   | 31       | Évaluation des premières expériences et qualification des <i>Black Belts</i> .  |
| 6                                   | 32-52    | Prise en autonomie des projets suivants par les <i>Black Belts</i> qualifiés.<br>Formation des <i>Black Belts</i> pour les qualifier à former les groupes de travail.   |
| 7                                   | 52-      | Les <i>Black Belts</i> expérimentés forment les <i>Green Belts</i> .<br>De nouveaux <i>Black Belts</i> sont formés.   |

Les rôles des uns et des autres, Champion, *Master Black Belt*, *Black Belt*, *Green Belt*, *White Belt*, sont très différents, et les formations le sont aussi tant par la durée que par le contenu. Le schéma suivant (figure 9-5) donne un exemple de l'architecture formation, application, rebouclage en alternance.

**Figure 9.5 – Les différentes formations dans Six Sigma**

|                          | <b>Qualification</b>   | <b>Formation</b>  |
|--------------------------|--|---|
| <b>Champion</b>          | Dirigeant de haut niveau (directeur, responsable de service), familier avec les statistiques.  | Cinq jours de formation en alternance avec le choix des premiers projets.<br>Formation axée sur la conduite et le management de projets Six Sigma.                |
| <b>Master Black Belt</b> | Cadre technique, tel qu'ingénieur ou chef d'un service. Il a l'expérience de la conduite de projets Six Sigma. Il maîtrise les outils statistiques de base et avancés. | Deux semaines de formation (en plus de la formation de <i>Black Belts</i> ).<br>Formation à la conduite et au management de projets, et compléments statistiques. |
| <b>Black Belt</b>        | Cadre technique, tel qu'ingénieur, il a des compétences reconnues dans le domaine où il devra conduire les projets.<br>Il maîtrise les outils statistiques de base.    | Six semaines de formation en alternance avec l'application sur le terrain.<br>Développement de six étapes DMAICS.   |
| <b>Green Belt</b>        | Technicien ayant des compétences dans le domaine du projet. Il est rompu à l'utilisation des outils statistiques de base.  | Six jours de formation en alternance avec la conduite du projet.  |
| <b>White Belt</b>        | Compétence dans le domaine du projet. Il participe à un projet Six Sigma.  | Six heures de tour d'horizon sur la démarche Six Sigma.   |

### 3.2 L'approche pratique

Outre l'alternance qui donne un aspect appliqué aux formations, on doit se soucier d'adopter une approche pédagogique très pratique pour faire passer les notions relativement abstraites.

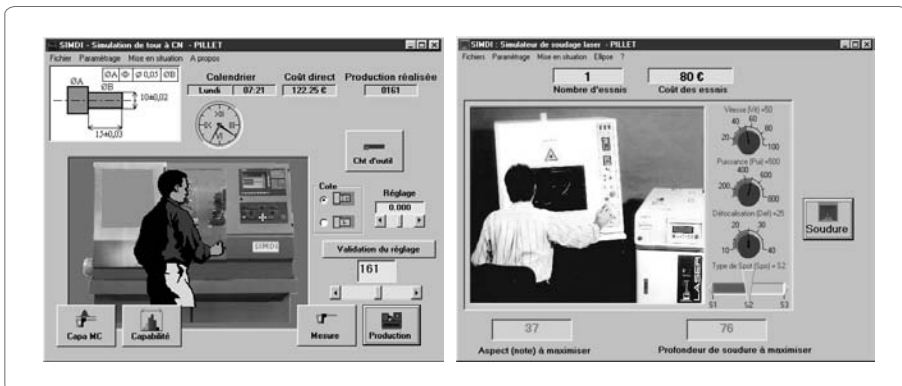
Une approche purement académique des notions de statistique notamment ne peut pas atteindre l'objectif de la formation. Pour comprendre, il faut appliquer, il faut saisir avec ses mains les concepts de variabi-

lité, de dérive, de causes spéciales, communes. L'expérimentique (sciences de l'expérimentation), particulièrement utile dans les étapes 3 et 4 (« Analyser », « Innover »), ne peut se satisfaire d'une approche purement mathématique. Une bonne formation doit alterner les exposés théoriques et les applications pratiques. De nombreux outils sont disponibles sur le marché pour enseigner de façon concrète la démarche Six Sigma et les différents outils tels que les plans d'expériences, les analyses de données, les cartes de contrôle...

Signalons quelques outils qui sont souvent utilisés par les organismes de formation.

### Les simulateurs SIMDI

Figure 9.6 – Simulateurs SIMDI



Ils permettent effectivement de procéder à une simulation informatique interactive de processus industriels afin d'enseigner les cartes de contrôle, les plans d'expériences, les outils *Shaining*, Six Sigma...

Leur utilisation permet de mettre « en situation » le stagiaire. Par exemple, dans le simulateur de tour à commande numérique, le stagiaire doit piloter une production sans carte de contrôle dans un premier temps, puis avec une carte de contrôle de son choix (moyenne, médiane, precontrol...). On valide avec les capacités obtenues et les coûts de revient l'apport des cartes de contrôle. Le stagiaire a la possibilité de réaliser un plan d'expériences pour améliorer la capacité court terme  $C_p$  (le  $z$  du processus). Avec le simulateur de processus de

soudage laser, on peut mettre en œuvre des plans d'expériences en surface de réponse et faire une optimisation multi-réponses pour trouver le meilleur compromis entre deux Y contradictoires : la profondeur de la soudure et la qualité de la soudure.

L'intérêt des simulateurs informatiques est la rapidité avec laquelle les productions ou les expériences peuvent être réalisées, les stagiaires pouvant ainsi se consacrer à l'essentiel : la démarche d'optimisation.

Les différents simulateurs sont disponibles en mode démonstration sur le site [www.ogp.annecy.com](http://www.ogp.annecy.com)

### Les objets didactiques statistiques

Figure 9.7 – Exemple d'objets didactiques statistiques



De nombreux objets didactiques ont vu le jour depuis plusieurs décennies principalement aux États-Unis pour enseigner les notions d'échantillonnage, de cartes de contrôle, de plans d'expériences... Citons parmi ces outils, le Quincunx, la boîte d'échantillonnage, la catapulte, le tunnel de Deming...

### L'utilisation d'objets courants

De très nombreux jeux didactiques peuvent être réalisés à partir d'objets de la vie courante, par exemple, pour faire :

- l'apprentissage de la variabilité à partir de dés, de pailles que l'on découpe, de gommettes que l'on colle...
- l'apprentissage de plans d'expériences à partir de fours à micro-onde, de simulateurs de tir de golf, de machines à café...

## Les jeux Six Sigma

Certaines entreprises ont développé pour leurs besoins internes ou pour assurer des prestations de formation des jeux permettant de mettre en œuvre l'ensemble de la démarche Six Sigma. Citons le jeu des trombones<sup>20</sup> qui consiste à améliorer le fonctionnement d'un service fictif d'assemblage et de distribution de documents. Un autre exemple est la mallette Six Sigma Toolkit<sup>21</sup>, créée spécialement pour les formations aux outils de la qualité dans le cadre de la méthode Six Sigma ; elle permet de former aux outils statistiques ou transactionnels. Elle est aussi particulièrement bien adaptée à l'étude des outils d'optimisation des processus.

### 3.3 L'importance du coaching

La formation apporte les outils mais, si on se contente de la formation, le *Black Belt* nouvellement formé aura bien du mal à savoir exactement quand utiliser tel ou tel outil. Pour progresser plus vite et profiter pleinement des formations, il est indispensable de prévoir un coaching du BB par un *Master Black Belt* ou par un consultant extérieur qui jouera le rôle de MBB.

Le MBB doit faire des revues de projets avec le BB, mais ces revues n'ont pas le même objectif que celles qui sont réalisées avec le Champion. Le but est ici de valider la démarche intellectuelle, le choix des outils, la validité de l'interprétation des résultats... C'est une revue technique qui va permettre au BB de progresser dans l'utilisation judicieuse des différents outils. Cette revue permet également de valider la façon dont le BB manage ses différents projets et anime ses groupes de travail.

---

20. Dana RASIS, Howard S. GITLOW, Edward POPOVICH, « Paper Organizers International: A Fictitious Six Sigma Green Belt Case Study », I, *Quality Engineering*, Vol. 15, No. 1, September 2002, p. 127-145.

21. <http://www.six-sigma-toolkit.com/>

## 4. Les outils du management d'un projet Six Sigma

Nous avons vu au cours des différents chapitres de nombreux outils permettant de faire avancer un projet Six Sigma et nous sommes loin d'avoir été exhaustifs. Nous allons détailler dans la suite de ce chapitre quelques outils particulièrement utiles pour garantir le respect des coûts, des délais et des objectifs.

### 4.1 La charte du projet

La charte du projet reprend les éléments majeurs de ce dernier. Elle résume les différents aspects sous la forme des questions, QUI, QUOI, QUAND, COMMENT, POURQUOI, du projet. Établie à la fin de la première étape, elle a valeur de feuille de route pour le groupe de travail. Les objectifs, les délais et les coûts prévisionnels doivent être clairement définis dans cette charte.

Nous avons largement détaillé au chapitre 3 les différentes phases qui conduisent à la création de cette charte du projet qui est reprise au chapitre 11, *Résumé*.

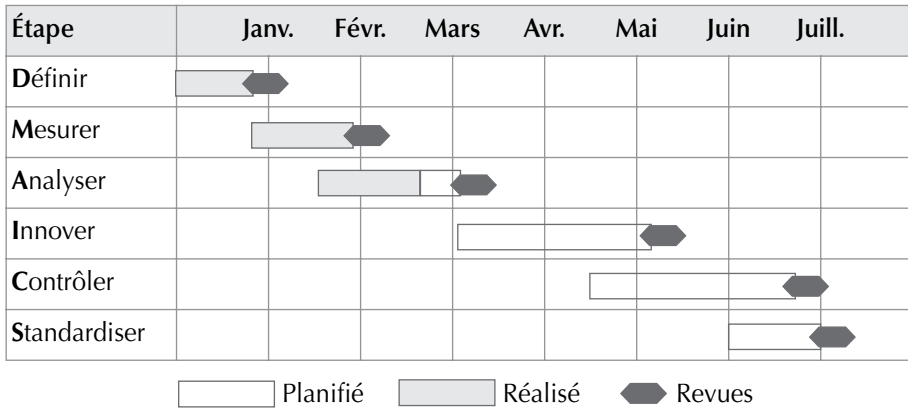
### 4.2 Le diagramme de Gantt

Le diagramme de Gantt permet de visualiser la planification et la réalisation des différentes étapes d'un projet avec les éventuels recouvrements. Dans une planification d'un projet Six Sigma, les six étapes doivent être planifiées (voir figure 9.8). Évidemment, on peut et on doit aller plus loin dans le détail de la planification des tâches. Chaque étape peut faire l'objet d'un autre Gantt composé des principales phases de l'étape que nous avons développées.

Il est important de faire apparaître sur le diagramme Gantt les points de synchronisation du projet. Dans Six Sigma, ces points sont principalement constitués des revues qui permettent de valider chaque fin d'étape. Cependant, se contenter des revues est insuffisant pour garantir une évolution du projet. Une réunion d'avancement toutes les trois semaines semble, à l'usage, un bon compromis.



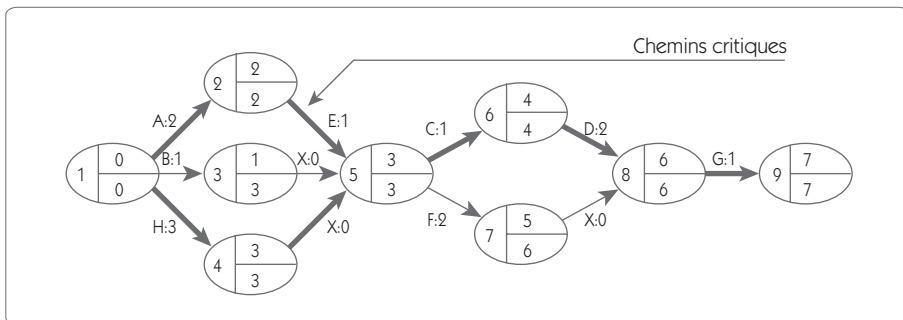
Figure 9.8 – Exemple de macro-Gantt pour un projet Six Sigma



### 4.3 Le diagramme PERT

PERT<sup>22</sup> signifie « *Program and Evaluation Review Technique* », soit « Technique d'élaboration et de contrôle des projets », en français. C'est également un outil de planification des délais d'un projet Six Sigma.

Figure 9.9 – Exemple de diagramme PERT

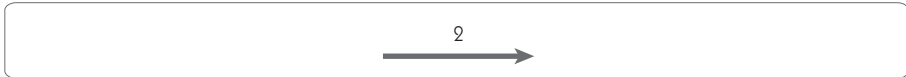


Le diagramme PERT (figure 9.9) permet de visualiser l'enchaînement des tâches en faisant apparaître les dates au plus tôt, au plus tard, et le

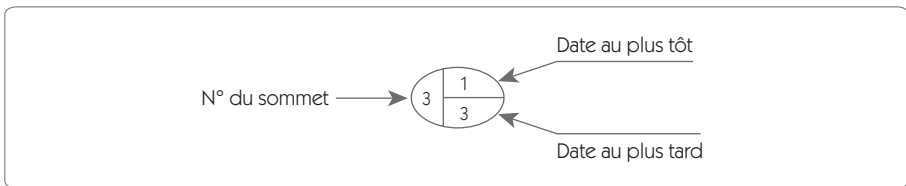
22. Voir pour plus de détails sur le diagramme PERT, *Gestion de production*, COURTOIS, BONNEFOUS, PILLET, Les Éditions d'Organisation, 2003.

chemin critique qui est l'enchaînement des tâches qu'affectera chaque retard, lequel se répercutera sur le délai total du projet.

- Une tâche est matérialisée par une flèche et possède une durée : par exemple, une tâche A d'une durée de 2 jours se représentera comme ceci :



- Un sommet correspond à la synchronisation entre deux tâches. Il est matérialisé par un cercle qui possède trois informations : le numéro du sommet, la date au plus tôt, la date au plus tard.



- La date au plus tôt est obtenue en additionnant la durée des tâches depuis le premier sommet vers le dernier.
- La date au plus tard est obtenue en soustrayant la durée des tâches depuis le dernier sommet vers le premier.
- Le chemin critique est le (ou les) chemin(s) qui relie(nt) les sommets ayant une date au plus tôt égale à la date au plus tard.
- La différence entre la date au plus tôt et la date au plus tard détermine la marge de liberté.

#### 4.4 Le diagramme en flèche

Il donne une représentation visuelle des différentes étapes et décisions d'un projet. C'est une version simplifiée d'un diagramme de Pert.

## 4.5 L'analyse budgétaire

Une des difficultés dans tout projet est de tenir les délais et les coûts. Les méthodes de type Gantt ou PERT permettent de suivre les délais ; il faut maintenant essayer d'évaluer et de tenir les coûts.

### 4.5.1 Étude analytique

Dans un projet de type Six Sigma, une des méthodes d'estimation des coûts parmi les plus faciles à utiliser est l'étude analytique phase par phase des coûts engendrés. On procède aisément à cette analyse à l'aide d'un tableur.

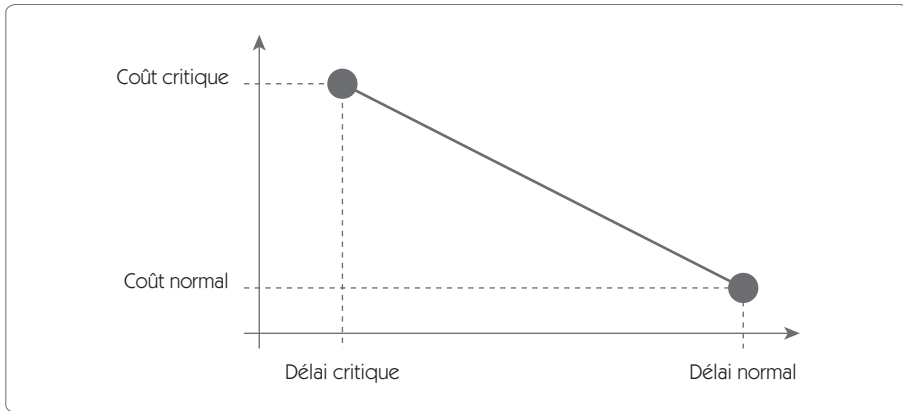
Pour chaque étape, les principales sources de dépense sont les suivantes :

- les coûts salariaux, le temps passé ;
- la formation des acteurs ;
- les coûts expérimentaux ;
- les coûts de ralentissement (perte de productivité du poste sur lequel on travaille) ;
- les coûts de collecte d'informations ;
- les frais de mission ;
- les honoraires de prestataires de services ;
- les investissements ;
- les achats de matière ;
- les frais généraux...

Pour chaque item et chaque étape, on fixe une estimation mini et maxi du budget prévu. Le coût est souvent lié au délai d'exécution d'une tâche. Une réduction du délai imparti à une tâche s'accompagne d'une augmentation du coût. Pour prendre en compte cet élément, l'analyse doit comprendre une analyse de la relation Coût/temps.

Suite aux analyses Gantt et Pert, on peut établir pour une tâche particulière deux points :

- le délai normal de déroulement de la tâche associé à son coût normal ;
- le délai critique de déroulement et le coût critique.

**Figure 9.10 – La relation coût/délai**

Ce diagramme (figure 9.10) permet de définir le coût par unité de temps sauvé :

$$\text{Coût d'une unité de temps sauvé} = \frac{\text{Coût critique} - \text{Coût normal}}{\text{Délai critique} - \text{Délai normal}}$$

#### 4.5.2 Étude analogique

Lorsque l'entreprise a une grande habitude dans la conduite de projets Six Sigma, on peut établir un devis sur des critères moins analytiques mais en affectant un coût standard pour chaque étape, pondéré par des coefficients définis expérimentalement à partir des projets existants.

**Figure 9.11 – Méthode analogique d'estimation des coûts**

| Critère                                | Faible | Moyen | Fort |
|--|--------|-------|------|
| Complexité du projet                   | 0,85   | 1,00  | 1,50 |
| Intérêt des moyens de mesure existants | 1,36   | 1,00  | 0,50 |
| Compétences de l'équipe                | 1,13   | 1,00  | 0,90 |
| Compétences entreprise                 | 1,10   | 1,00  | 0,95 |
| Facilité d'obtenir des données         | 1,24   | 1,00  | 0,63 |

Dans cet exemple (figure 9.11), on a identifié pour l'étape « Mesurer » un certain nombre de critères. En partant d'un coût standard de l'étape « Mesurer », on calcule une estimation du coût de l'étape pour le projet par la relation :

$$\text{Estimation} = \text{coût standard} \times 1,00 \times 1,36 \times 1,00 \times 0,95 \times 1,24$$

## 5. Les clés du succès d'un projet Six Sigma

Le management de projets Six Sigma est un processus sur lequel on peut fonder un projet Six Sigma. Le Y critique est ici l'efficacité dans la conduite des projets, mais quelles en sont les entrées vitales ?

Les facteurs de succès intéressent différents aspects que l'on peut regrouper autour de trois pôles :

- le management d'un programme Six Sigma ;
- la conduite des projets Six Sigma ;
- les acteurs d'un projet Six Sigma.

### 5.1 Le management d'un programme Six Sigma

#### 5.1.1 Le plan d'action et de déploiement

On l'a dit à plusieurs reprises, Six Sigma n'est pas qu'une méthode de résolution de problèmes dupliquée sur quelques points précis de l'entreprise. Six Sigma part d'une stratégie d'entreprise qu'on doit déployer au niveau tactique et opérationnel. Pour cela, il faut avoir établi un plan détaillé permettant de décrire cette démarche *top/down*. Ce dernier engage la direction en prévoyant l'infrastructure à mettre en place, les formations, la politique de communication, les gratifications...

### **5.1.2 La communication sur le programme Six Sigma**

Lancer Six Sigma dans une entreprise n'est pas une mince affaire. Il faut pouvoir embarquer tout le monde dans le voyage. Il faut donc lancer un plan de communication interne sur le sujet dès le début du programme, afin d'expliquer aux collaborateurs les raisons et les objectifs du programme. Cette communication doit se poursuivre lorsque les projets avancent en faisant le point sur les résultats obtenus.

Ce programme de communication doit permettre d'impliquer toute l'entreprise et de valoriser les acteurs des projets de par le travail réalisé.

### **5.1.3 Participation active des cadres supérieurs**

L'implication ne suppose pas simplement de dispenser quelque soutien, mais de mouiller la chemise ! Voilà pourquoi les cadres supérieurs ont une fonction de Champions. Ils doivent être formés et organiser les revues de projets dans lesquelles ils tiendront un rôle de leader actif en n'hésitant pas à faire approfondir certaines questions. Leur participation les mène aussi à soutenir les *Black Belts* pour lever les obstacles. Ils se doivent également d'être présents lors du démarrage des formations pour rappeler la place stratégique de Six Sigma dans la politique de l'entreprise et y compris quand elles prennent fin pour recueillir les réactions et insuffler leur enthousiasme au groupe.

### **5.1.4 Mise en place d'un système de suivi des projets**

La mise en place de Six Sigma va concerner de nombreux projets dans de nombreux secteurs. Si on veut pouvoir capitaliser toutes ces expériences, il faut disposer d'un outil de gestion permettant de suivre les projets en cours et de capitaliser les connaissances acquises sur les projets terminés. Et le comité de pilotage et les acteurs des projets bénéficieront de cet outil.

Le comité de pilotage du programme Six Sigma doit disposer d'un tableau de bord afin de :

- suivre l'avancement de chaque projet ;
- mesurer l'effet cumulatif des projets terminés.

Les *Black Belts* doivent disposer d'une base de données afin de :

- connaître les problèmes qui ont déjà été traités ;
- connaître la façon dont on a traité le problème ;
- faire du benchmarking entre plusieurs processus.

### **5.1.5 La formation**

Les formations dispensées tant aux *Black Belts* qu'aux autres acteurs du projet doivent être de qualité. Même si la formation initiale de plus de cinq semaines paraît souvent une formation lourde, elle ne permet pas de traiter de façon exhaustive des outils qui pourraient être utilisés dans un projet Six Sigma. La formation doit donc être un processus continu, fondé sur le support des *Master Black Belts* qui sauront développer, lorsque le besoin se fera sentir, les outils et méthodes complémentaires.

Les séances de formation doivent être particulièrement soignées et menées par des personnes compétentes au plan pédagogique. La pédagogie est en soi une démarche métier et on ne s'improvise pas formateur du jour au lendemain. Il convient donc de choisir un formateur réunissant les trois qualités suivantes :

- compétence scientifique ;
- expérience de l'application sur le terrain ;
- charisme pour faire partager ses compétences.

Une formation bien conduite est source de motivation. Une formation qui n'est pas adaptée, c'est déjà, en quelque sorte, le son du glas du projet.

### **5.1.6 La reconnaissance**

L'implication forte des acteurs de Six Sigma mérite la reconnaissance de la société. Cette reconnaissance sera source de motivation pour les futurs projets. Cette reconnaissance peut prendre diverses formes, mais il est important que chacun sente que son travail est pris en compte. Voilà pourquoi le comité de pilotage doit intégrer cet aspect dans son plan de déploiement en prévoyant, par exemple :

- des présentations formelles devant un large public des résultats des projets ;
- une politique de communication qui met en avant le travail réalisé par les équipes ;
- un intéressement financier aux résultats...

## **5.2 La conduite des projets Six Sigma**

### **5.2.1 Le choix des projets**

Pour mettre les facteurs de réussite de son côté, il faut pouvoir mesurer des écarts entre la situation initiale et la situation finale. Comme on ne peut pas tout traiter faute de ressources, il faut être capable de se concentrer sur ce qui rapportera le plus à l'entreprise. Les bonnes décisions doivent être prises dès le choix des sujets.

#### **Un impact pour un client**

Un bon projet aura un impact mesurable sur un *CTQ*. Si vous avez choisi un projet approprié et l'avez mené à son terme, votre client (interne ou externe) devrait être capable d'observer une différence. L'idéal serait même d'impressionner le client final par l'amélioration des prestations du produit ou du service. Cela permet de revivifier la fidélité du client et déclenche à coup sûr de nouvelles commandes.

#### **Un impact financier**

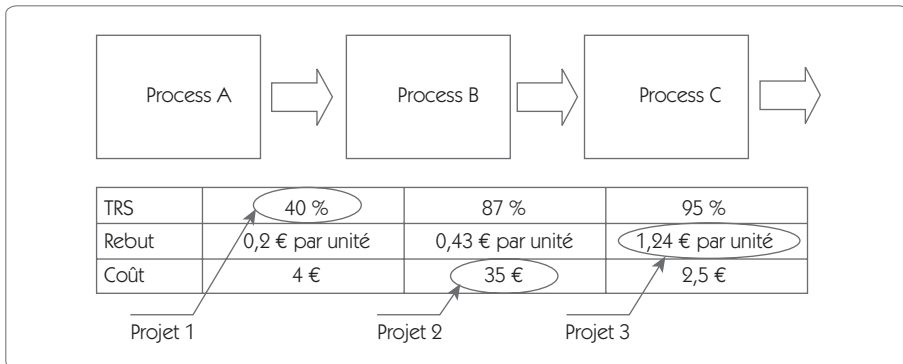
Un bon projet Six Sigma doit avoir un impact financier pour l'entreprise. On doit être capable dès le début du projet de faire apparaître ces gains en mesurant les coûts associés aux défauts, retouches, ajustements rendus nécessaires par la situation actuelle. On identifie cinq façons de mesurer l'impact d'un projet Six Sigma :

- le nombre de défauts par million d'opportunités ;
- une réduction vérifiable sur les coûts fixes ou variables ;
- une réduction dans le coût de non-qualité pour produire 100 % de produits conformes du premier coût ;



- le « Taux de rendement synthétique » d'un équipement qui mesure la capacité à produire un nombre d'unités pendant un temps donné ;
- le délai de production pour fournir un produit ou un service.

**Figure 9.12 – Choix d'un projet Six Sigma**



Le tableau d'évaluation (figure 9.12) permet de choisir, sur une ligne de production, les chantiers Six Sigma. Après avoir fait la cartographie du processus, on a évalué la performance de chaque élément. À partir de cette étude, on peut faire ressortir trois projets aux objectifs différents.

### **Le projet doit être réaliste**

Un projet bien dimensionné doit pouvoir être conduit en quatre à huit mois. Pour cela, il faut vérifier dès le début un certain nombre de critères :

- On doit pouvoir trouver un moyen de mesure de la sortie dans un délai raisonnable.
- Les données nécessaires à l'analyse peuvent être aisément rassemblées.
- Les compétences techniques nécessaires existent.
- La probabilité de succès est importante.

### **5.2.2 Les revues de projet**

Le respect des revues de projet à chaque étape est un point essentiel. Une revue de projet n'est pas une réunion de travail technique. C'est l'outil qui permet de s'assurer que le groupe de travail suit correctement la méthodologie Six Sigma. Les revues de projet permettent également de maintenir une pression garante du respect des délais. C'est l'occasion pour les cadres supérieurs de se rendre compte du travail accompli, d'encourager l'équipe, de prendre conscience des obstacles qui empêchent d'avancer... C'est aussi l'occasion de prendre les décisions qui dépassent les compétences du groupe de travail.

## **5.3 Les acteurs d'un projet Six Sigma**

### **5.3.1 Le choix des *Black Belts***

On a largement souligné dans cet ouvrage l'importance primordiale que les *Black Belts* ont dans un programme Six Sigma. Ils doivent réunir des compétences techniques, scientifiques, managériales et humaines. Ce sont donc les meilleurs qui deviennent *Black Belts*. Mais la conduite d'un projet n'est pas un long fleuve tranquille, il y a des difficultés, des obstacles qui paraissent parfois infranchissables. Pour surmonter ces problèmes, il faut une motivation telle que ce rôle de *Black Belt* doit être assumé volontairement et non de façon imposée.

### **5.3.2 Le temps consacré au projet**

Dans la plupart des entreprises, la responsabilité de projets importants est donnée à des personnes qui y sont affectées à temps partiel. Si le sujet du projet Six Sigma a été bien choisi, il mérite que l'on s'y consacre à plein temps pour en respecter les délais, les coûts et les objectifs. Certes, tous les projets Six Sigma ne demandent pas un plein-temps sur le sujet, mais démarrer un déploiement Six Sigma en affectant tous les projets en surcharge à des collaborateurs souvent déjà bien occupés, c'est à coup sûr courir à l'échec.

Parmi les projets, il doit y avoir des projets stratégiques pour l'entreprise et seule l'affectation d'un *Black Belt* à temps plein peut permettre de les mener à bien.

### **5.3.3 Disposer d'un support technique et scientifique**

Le groupe de travail doit pouvoir disposer d'un référent si un problème qu'il ne sait pas résoudre, ou qu'il ne sait pas comment aborder, se pose. Faire du Six Sigma, c'est un peu comme faire du ski, il y a toujours quelqu'un qui skie mieux que soi et qui a quelque chose à nous apprendre. Les *Master Black Belts* sont là pour jouer ce rôle. Ils rencontrent régulièrement les *Black Belts* (toutes les trois semaines par exemple) pour évaluer l'état du projet en cours. Ces réunions sont plus techniques que les revues ; le *Master Black Belts* y joue le rôle de guide.

Mais le support peut aussi provenir de l'extérieur ; les *Black Belts* doivent s'extraire de l'entreprise, participer à des congrès, rencontrer des universitaires, se faire un carnet d'adresses des spécialistes de telle ou telle discipline. Il est dommage de constater que peu d'industriels européens s'inscrivent à des congrès scientifiques tels que « Qualita<sup>23</sup> ». La participation à de telles manifestations est source d'ouverture, et l'ouverture est une des qualités premières que l'on demande aux *Black Belts*.

---

23. Qualita : congrès international biennuel sur la « Qualité et la sûreté de fonctionnement » organisé tous les 2 ans par RUFEREQ – <http://wwwwcqp2.utc.fr/rufereq/>

# Chapitre 10

---

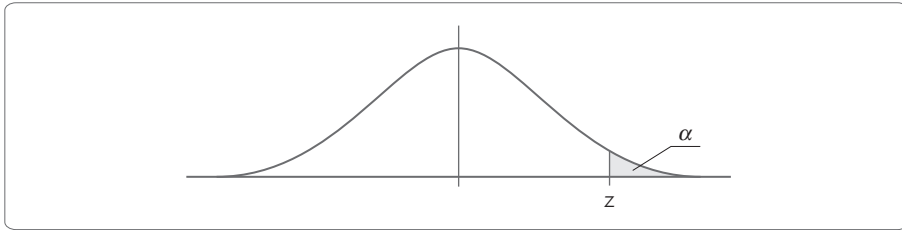
## Tables

---

## T1 Tableau des ppm en fonction du z du processus

| z   | ppm centré dans les tolérances | ppm avec un décalage de 1,5 |
|-----|--------------------------------|-----------------------------|
| 1   | 317310,52                      | 697672,15                   |
| 1,2 | 230139,46                      | 621378,38                   |
| 1,4 | 161513,42                      | 541693,78                   |
| 1,6 | 109598,58                      | 461139,78                   |
| 1,8 | 71860,53                       | 382572,13                   |
| 2   | 45500,12                       | 308770,21                   |
| 2,2 | 27806,80                       | 242071,41                   |
| 2,4 | 16395,06                       | 184108,21                   |
| 2,6 | 9322,44                        | 135686,77                   |
| 2,8 | 5110,38                        | 96809,10                    |
| 3   | 2699,93                        | 66810,63                    |
| 3,2 | 1374,40                        | 44566,73                    |
| 3,4 | 673,96                         | 28716,97                    |
| 3,6 | 318,29                         | 17864,53                    |
| 3,8 | 144,74                         | 10724,14                    |
| 4   | 63,37                          | 6209,70                     |
| 4,2 | 26,71                          | 3467,03                     |
| 4,4 | 10,83                          | 1865,88                     |
| 4,6 | 4,23                           | 967,67                      |
| 4,8 | 1,59                           | 483,48                      |
| 5   | 0,57                           | 232,67                      |
| 5,2 | 0,20                           | 107,83                      |
| 5,4 | 0,07                           | 48,12                       |
| 5,6 | 0,02                           | 20,67                       |
| 5,8 | 0,01                           | 8,55                        |
| 6   | 0,00                           | 3,40                        |
| 6,2 | 0,00                           | 1,30                        |
| 6,4 | 0,00                           | 0,48                        |
| 6,6 | 0,00                           | 0,17                        |
| 6,8 | 0,00                           | 0,06                        |
| 7   | 0,00                           | 0,02                        |

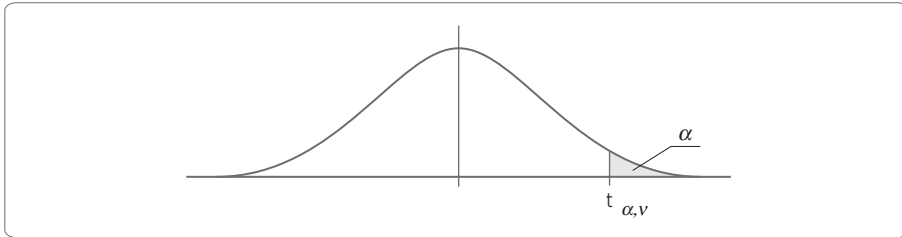
## T2 Table de la loi normale



| z   | 0,00   | 0,01   | 0,02   | 0,03   | 0,04   | 0,05   | 0,06   | 0,07   | 0,08   | 0,09   |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,0 | 0,5000 | 0,4960 | 0,4920 | 0,4880 | 0,4840 | 0,4801 | 0,4761 | 0,4721 | 0,4681 | 0,4641 |
| 0,1 | 0,4602 | 0,4562 | 0,4522 | 0,4483 | 0,4443 | 0,4404 | 0,4364 | 0,4325 | 0,4286 | 0,4247 |
| 0,2 | 0,4207 | 0,4168 | 0,4129 | 0,4090 | 0,4052 | 0,4013 | 0,3974 | 0,3936 | 0,3897 | 0,3859 |
| 0,3 | 0,3821 | 0,3783 | 0,3745 | 0,3707 | 0,3669 | 0,3632 | 0,3594 | 0,3557 | 0,3520 | 0,3483 |
| 0,4 | 0,3446 | 0,3409 | 0,3372 | 0,3336 | 0,3300 | 0,3264 | 0,3228 | 0,3192 | 0,3156 | 0,3121 |
| 0,5 | 0,3085 | 0,3050 | 0,3015 | 0,2981 | 0,2946 | 0,2912 | 0,2877 | 0,2843 | 0,2810 | 0,1776 |
| 0,6 | 0,2743 | 0,2709 | 0,2676 | 0,2643 | 0,2611 | 0,2578 | 0,2546 | 0,2514 | 0,2483 | 0,2451 |
| 0,7 | 0,2420 | 0,2389 | 0,2358 | 0,2327 | 0,2296 | 0,2266 | 0,2236 | 0,2206 | 0,2177 | 0,2148 |
| 0,8 | 0,2119 | 0,2090 | 0,2061 | 0,2033 | 0,2005 | 0,1977 | 0,1949 | 0,1922 | 0,1894 | 0,1867 |
| 0,9 | 0,1841 | 0,1814 | 0,1788 | 0,1762 | 0,1736 | 0,1711 | 0,1685 | 0,1660 | 0,1635 | 0,1611 |
| 1,0 | 0,1587 | 0,1562 | 0,1539 | 0,1515 | 0,1492 | 0,1469 | 0,1446 | 0,1423 | 0,1401 | 0,1379 |
| 1,1 | 0,1357 | 0,1335 | 0,1314 | 0,1292 | 0,1271 | 0,1251 | 0,1230 | 0,1210 | 0,1190 | 0,1170 |
| 1,2 | 0,1151 | 0,1131 | 0,1112 | 0,1093 | 0,1075 | 0,1056 | 0,1038 | 0,1020 | 0,1003 | 0,0985 |
| 1,3 | 0,0968 | 0,0951 | 0,0934 | 0,0918 | 0,0901 | 0,0885 | 0,0869 | 0,0853 | 0,0838 | 0,0823 |
| 1,4 | 0,0808 | 0,0793 | 0,0778 | 0,0764 | 0,0749 | 0,0735 | 0,0721 | 0,0708 | 0,0694 | 0,0681 |
| 1,5 | 0,0668 | 0,0655 | 0,0643 | 0,0630 | 0,0618 | 0,0606 | 0,0594 | 0,0582 | 0,0571 | 0,0559 |
| 1,6 | 0,0548 | 0,0537 | 0,0526 | 0,0516 | 0,0505 | 0,0495 | 0,0485 | 0,0475 | 0,0465 | 0,0455 |
| 1,7 | 0,0446 | 0,0436 | 0,0427 | 0,0418 | 0,0409 | 0,0401 | 0,0392 | 0,0384 | 0,0375 | 0,0367 |
| 1,8 | 0,0359 | 0,0351 | 0,0344 | 0,0336 | 0,0329 | 0,0322 | 0,0314 | 0,0307 | 0,0301 | 0,0294 |

| <b>z</b>   | <b>0,00</b> | <b>0,01</b> | <b>0,02</b> | <b>0,03</b> | <b>0,04</b> | <b>0,05</b> | <b>0,06</b> | <b>0,07</b> | <b>0,08</b> | <b>0,09</b> |
|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| <b>1,9</b> | 0,0287      | 0,0281      | 0,0274      | 0,0268      | 0,0262      | 0,0256      | 0,0250      | 0,0244      | 0,0239      | 0,0233      |
| <b>2,0</b> | 0,0228      | 0,0222      | 0,0217      | 0,0212      | 0,0207      | 0,0202      | 0,0197      | 0,0192      | 0,0188      | 0,0183      |
| <b>2,1</b> | 0,0179      | 0,0174      | 0,0170      | 0,0166      | 0,0162      | 0,0158      | 0,0154      | 0,0150      | 0,0146      | 0,0143      |
| <b>2,2</b> | 0,0139      | 0,0136      | 0,0132      | 0,0129      | 0,0125      | 0,0122      | 0,0119      | 0,0116      | 0,0113      | 0,0110      |
| <b>2,3</b> | 0,0107      | 0,0104      | 0,0102      | 0,0099      | 0,00964     | 0,00939     | 0,00914     | 0,00889     | 0,00866     | 0,00842     |
| <b>2,4</b> | 0,00820     | 0,00798     | 0,00776     | 0,00755     | 0,00734     | 0,00714     | 0,00695     | 0,00676     | 0,00657     | 0,00639     |
| <b>2,5</b> | 0,00621     | 0,00604     | 0,00587     | 0,00570     | 0,00554     | 0,00539     | 0,00523     | 0,00508     | 0,00494     | 0,00480     |
| <b>2,6</b> | 0,00466     | 0,00453     | 0,00440     | 0,00427     | 0,00415     | 0,00402     | 0,00391     | 0,00379     | 0,00368     | 0,00357     |
| <b>2,7</b> | 0,00347     | 0,00336     | 0,00326     | 0,00317     | 0,00307     | 0,00298     | 0,00289     | 0,00280     | 0,00272     | 0,00264     |
| <b>2,8</b> | 0,00256     | 0,00248     | 0,00240     | 0,00233     | 0,00226     | 0,00219     | 0,00212     | 0,00205     | 0,00199     | 0,00193     |
| <b>2,9</b> | 0,00187     | 0,00181     | 0,00175     | 0,00169     | 0,00164     | 0,00159     | 0,00154     | 0,00149     | 0,00144     | 0,00139     |
| <b>3,0</b> | 0,00135     | 0,00131     | 0,00126     | 0,00122     | 0,00118     | 0,00114     | 0,00111     | 0,00107     | 0,00104     | 0,00100     |
| <b>3,1</b> | 0,00097     | 0,00094     | 0,00090     | 0,00087     | 0,00085     | 0,00082     | 0,00079     | 0,00076     | 0,00074     | 0,00071     |
| <b>3,2</b> | 0,00069     | 0,00066     | 0,00064     | 0,00062     | 0,00060     | 0,00058     | 0,00056     | 0,00054     | 0,00052     | 0,00050     |
| <b>3,3</b> | 0,00048     | 0,00047     | 0,00045     | 0,00043     | 0,00042     | 0,00040     | 0,00039     | 0,00038     | 0,00036     | 0,00035     |
| <b>3,4</b> | 0,00034     | 0,00033     | 0,00031     | 0,00030     | 0,00029     | 0,00028     | 0,00027     | 0,00026     | 0,00025     | 0,00024     |
| <b>3,5</b> | 0,00023     | 0,00022     | 0,00022     | 0,00021     | 0,00020     | 0,00019     | 0,00019     | 0,00018     | 0,00017     | 0,00017     |
| <b>3,6</b> | 0,00016     | 0,00015     | 0,00015     | 0,00014     | 0,00014     | 0,00013     | 0,00013     | 0,00012     | 0,00012     | 0,00011     |
| <b>3,7</b> | 0,00011     | 0,00010     | 0,00010     | 9,6 E-5     | 9,2 E-5     | 8,8 E-5     | 8,5 E-5     | 8,2 E-5     | 7,8 E-5     | 7,5 E-5     |
| <b>3,8</b> | 7,2 E-5     | 6,9 E-5     | 6,7 E-5     | 6,4 E-5     | 6,2 E-5     | 5,9 E-5     | 5,7 E-5     | 5,4 E-5     | 5,2 E-5     | 5,0 E-5     |
| <b>3,9</b> | 4,8 E-5     | 4,6 E-5     | 4,4 E-5     | 4,2 E-5     | 4,1 E-5     | 3,9 E-5     | 3,7 E-5     | 3,6 E-5     | 3,4 E-5     | 3,3 E-5     |
| <b>z</b>   | <b>0,0</b>  | <b>0,1</b>  | <b>0,2</b>  | <b>0,3</b>  | <b>0,4</b>  | <b>0,5</b>  | <b>0,6</b>  | <b>0,7</b>  | <b>0,8</b>  | <b>0,9</b>  |
| <b>4</b>   | 3,17 E-5    | 2,07 E-5    | 1,33 E-5    | 8,54 E-6    | 5,41 E-6    | 3,40 E-6    | 2,11 E-6    | 1,30 E-6    | 7,93 E-7    | 4,79 E-7    |
| <b>5</b>   | 2,87 E-7    | 1,70 E-7    | 9,96 E-8    | 5,79 E-8    | 3,33 E-8    | 1,90 E-8    | 1,07 E-8    | 5,99 E-9    | 3,32 E-9    | 1,82 E-9    |
| <b>6</b>   | 9,87 E-10   | 5,30 E-10   | 2,82 E-10   | 1,49 E-10   | 7,77 E-11   | 4,02 E-11   | 2,06 E-11   | 1,04 E-11   | 5,23 E-12   | 2,60 E-12   |

## T3 Table de Student



| $\alpha \rightarrow$<br>$v \downarrow$ | 0,40  | 0,25  | 0,10  | 0,05  | 0,025  | 0,01   | 0,005  | 0,0025 | 0,001  | 0,0005 |
|--|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1                                      | 0,325 | 1,000 | 3,078 | 6,314 | 12,706 | 31,821 | 63,657 | 127,32 | 318,31 | 636,62 |
| 2                                      | 0,289 | 0,816 | 1,886 | 2,920 | 4,303  | 6,965  | 9,925  | 14,089 | 23,326 | 31,598 |
| 3                                      | 0,277 | 0,765 | 1,638 | 2,353 | 3,182  | 4,541  | 5,841  | 7,453  | 10,213 | 12,924 |
| 4                                      | 0,271 | 0,741 | 1,533 | 2,132 | 2,776  | 3,747  | 4,604  | 5,598  | 7,173  | 8,610  |
| 5                                      | 0,267 | 0,727 | 1,476 | 2,015 | 2,571  | 3,365  | 4,032  | 4,773  | 5,893  | 6,869  |
| 6                                      | 0,265 | 0,718 | 1,440 | 1,943 | 2,447  | 3,143  | 3,707  | 4,317  | 5,208  | 5,959  |
| 7                                      | 0,263 | 0,711 | 1,415 | 1,895 | 2,365  | 2,998  | 3,499  | 4,019  | 4,785  | 5,408  |
| 8                                      | 0,262 | 0,706 | 1,397 | 1,860 | 2,306  | 2,896  | 3,355  | 3,833  | 4,501  | 5,041  |
| 9                                      | 0,261 | 0,703 | 1,383 | 1,833 | 2,262  | 2,821  | 3,250  | 3,690  | 4,297  | 4,781  |
|  |       |       |       |       |        |        |        |        |        |        |
| 10                                     | 0,260 | 0,700 | 1,372 | 1,812 | 2,228  | 2,764  | 3,169  | 3,581  | 4,144  | 4,587  |
| 11                                     | 0,260 | 0,697 | 1,373 | 1,796 | 2,201  | 2,718  | 3,106  | 3,497  | 4,025  | 4,437  |
| 12                                     | 0,259 | 0,695 | 1,356 | 1,782 | 2,179  | 2,681  | 3,055  | 3,428  | 3,930  | 4,318  |
| 13                                     | 0,259 | 0,694 | 1,350 | 1,771 | 2,160  | 2,650  | 3,012  | 3,372  | 3,852  | 4,221  |
| 14                                     | 0,258 | 0,692 | 1,345 | 1,761 | 2,145  | 2,624  | 2,977  | 3,326  | 3,787  | 4,140  |
| 15                                     | 0,258 | 0,691 | 1,341 | 1,753 | 2,131  | 2,602  | 2,947  | 3,286  | 3,733  | 4,073  |
| 16                                     | 0,258 | 0,690 | 1,337 | 1,746 | 2,120  | 2,583  | 2,921  | 3,252  | 3,686  | 4,015  |
| 17                                     | 0,257 | 0,689 | 1,333 | 1,740 | 2,110  | 2,567  | 2,898  | 3,222  | 3,646  | 3,965  |

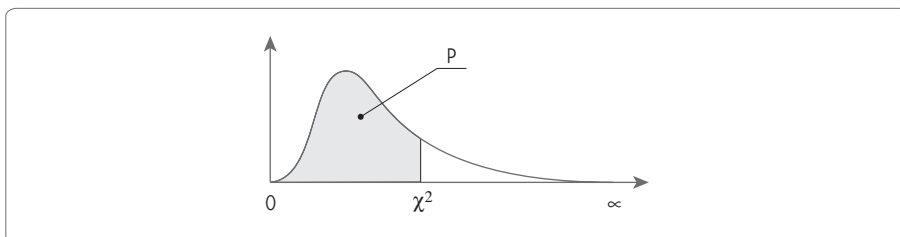


| $\alpha \rightarrow$<br>$v \downarrow$ | 0,40  | 0,25  | 0,10  | 0,05  | 0,025 | 0,01  | 0,005 | 0,0025 | 0,001 | 0,0005 |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|--------|
| 18                                     | 0,257 | 0,688 | 1,330 | 1,734 | 2,101 | 2,552 | 2,878 | 3,197  | 3,610 | 3,922  |
| 19                                     | 0,257 | 0,688 | 1,328 | 1,729 | 2,093 | 2,539 | 2,861 | 3,174  | 3,579 | 3,883  |
|  |       |       |       |       |       |       |       |        |       |        |
| 20                                     | 0,257 | 0,687 | 1,325 | 1,725 | 2,086 | 2,528 | 2,845 | 3,153  | 3,552 | 3,850  |
| 21                                     | 0,257 | 0,686 | 1,323 | 1,721 | 2,080 | 2,518 | 2,831 | 3,135  | 3,527 | 3,819  |
| 22                                     | 0,256 | 0,686 | 1,321 | 1,717 | 2,074 | 2,508 | 2,819 | 3,119  | 3,505 | 3,792  |
| 23                                     | 0,256 | 0,685 | 1,319 | 1,714 | 2,069 | 2,500 | 2,807 | 3,104  | 3,485 | 3,767  |
| 24                                     | 0,256 | 0,685 | 1,318 | 1,711 | 2,064 | 2,492 | 2,797 | 3,091  | 3,467 | 3,745  |
| 25                                     | 0,256 | 0,684 | 1,316 | 1,708 | 2,060 | 2,485 | 2,787 | 3,078  | 3,450 | 3,725  |
| 26                                     | 0,256 | 0,684 | 1,315 | 1,706 | 2,056 | 2,479 | 2,779 | 3,067  | 3,435 | 3,707  |
| 27                                     | 0,256 | 0,684 | 1,314 | 1,703 | 2,052 | 2,473 | 2,771 | 3,057  | 3,421 | 3,690  |
| 28                                     | 0,256 | 0,683 | 1,313 | 1,701 | 2,048 | 2,467 | 2,763 | 3,047  | 3,408 | 3,674  |
| 29                                     | 0,256 | 0,683 | 1,311 | 1,699 | 2,045 | 2,462 | 2,756 | 3,038  | 3,396 | 3,659  |
|  |       |       |       |       |       |       |       |        |       |        |
| 30                                     | 0,256 | 0,683 | 1,310 | 1,697 | 2,042 | 2,457 | 2,750 | 3,030  | 3,385 | 3,646  |
| 40                                     | 0,255 | 0,681 | 1,303 | 1,684 | 2,021 | 2,423 | 2,704 | 2,971  | 3,307 | 3,551  |
| 60                                     | 0,254 | 0,679 | 1,296 | 1,671 | 2,000 | 2,390 | 2,660 | 2,915  | 3,232 | 3,460  |
| 120                                    | 0,254 | 0,677 | 1,289 | 1,658 | 1,980 | 2,358 | 2,617 | 2,860  | 3,160 | 3,373  |
| •                                      | 0,253 | 0,674 | 1,282 | 1,645 | 1,960 | 2,326 | 2,576 | 2,807  | 3,090 | 3,291  |

## T4 Table de Snedecor pour $p = 0,95$

|   |      | $v_1$ (degré de liberté du numérateur) |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|---|------|--|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|   |      | 1                                      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
| v <sub>2</sub> – Degré de liberté du dénominateur | 1    | 161,45                                 | 199,50 | 215,71 | 224,58 | 230,16 | 233,99 | 236,77 | 238,88 | 240,54 | 241,88 |
|   | 2    | 18,51                                  | 19,00  | 19,16  | 19,25  | 19,30  | 19,33  | 19,35  | 19,37  | 19,38  | 19,40  |
|   | 3    | 10,13                                  | 9,55   | 9,28   | 9,12   | 9,01   | 8,94   | 8,89   | 8,85   | 8,81   | 8,79   |
|   | 4    | 7,71                                   | 6,94   | 6,59   | 6,39   | 6,26   | 6,16   | 6,09   | 6,04   | 6,00   | 5,96   |
|   | 5    | 6,61                                   | 5,79   | 5,41   | 5,19   | 5,05   | 4,95   | 4,88   | 4,82   | 4,77   | 4,74   |
|   | 6    | 5,99                                   | 5,14   | 4,76   | 4,53   | 4,39   | 4,28   | 4,21   | 4,15   | 4,10   | 4,06   |
|   | 7    | 5,59                                   | 4,74   | 4,35   | 4,12   | 3,97   | 3,87   | 3,79   | 3,73   | 3,68   | 3,64   |
|   | 8    | 5,32                                   | 4,46   | 4,07   | 3,84   | 3,69   | 3,58   | 3,50   | 3,44   | 3,39   | 3,35   |
|   | 9    | 5,12                                   | 4,26   | 3,86   | 3,63   | 3,48   | 3,37   | 3,29   | 3,23   | 3,18   | 3,14   |
|   | 10   | 4,96                                   | 4,10   | 3,71   | 3,48   | 3,33   | 3,22   | 3,14   | 3,07   | 3,02   | 2,98   |
|   | 11   | 4,84                                   | 3,98   | 3,59   | 3,36   | 3,20   | 3,09   | 3,01   | 2,95   | 2,90   | 2,85   |
|   | 12   | 4,75                                   | 3,89   | 3,49   | 3,26   | 3,11   | 3,00   | 2,91   | 2,85   | 2,80   | 2,75   |
|   | 13   | 4,67                                   | 3,81   | 3,41   | 3,18   | 3,03   | 2,92   | 2,83   | 2,77   | 2,71   | 2,67   |
|   | 14   | 4,60                                   | 3,74   | 3,34   | 3,11   | 2,96   | 2,85   | 2,76   | 2,70   | 2,65   | 2,60   |
|   | 15   | 4,54                                   | 3,68   | 3,29   | 3,06   | 2,90   | 2,79   | 2,71   | 2,64   | 2,59   | 2,54   |
|   | 16   | 4,49                                   | 3,63   | 3,24   | 3,01   | 2,85   | 2,74   | 2,66   | 2,59   | 2,54   | 2,49   |
|   | 18   | 4,41                                   | 3,55   | 3,16   | 2,93   | 2,77   | 2,66   | 2,58   | 2,51   | 2,46   | 2,41   |
|   | 20   | 4,35                                   | 3,49   | 3,10   | 2,87   | 2,71   | 2,60   | 2,51   | 2,45   | 2,39   | 2,35   |
|   | 25   | 4,24                                   | 3,39   | 2,99   | 2,76   | 2,60   | 2,49   | 2,40   | 2,34   | 2,28   | 2,24   |
|   | 30   | 4,17                                   | 3,32   | 2,92   | 2,69   | 2,53   | 2,42   | 2,33   | 2,27   | 2,21   | 2,16   |
| 40  | 4,08 | 3,23                                   | 2,84   | 2,61   | 2,45   | 2,34   | 2,25   | 2,18   | 2,12   | 2,08   |        |
| 80  | 3,96 | 3,11                                   | 2,72   | 2,49   | 2,33   | 2,21   | 2,13   | 2,06   | 2,00   | 1,95   |        |
| 150   | 3,90 | 3,06                                   | 2,66   | 2,43   | 2,27   | 2,16   | 2,07   | 2,00   | 1,94   | 1,89   |        |
| 300   | 3,87 | 3,03                                   | 2,63   | 2,40   | 2,24   | 2,13   | 2,04   | 1,97   | 1,91   | 1,86   |        |

## T5 Table de la loi du $\chi^2$



| $\nu$ P | 0,005 | 0,010 | 0,025 | 0,050 | 0,100 | 0,250 | 0,500 | 0,750 | 0,900 | 0,950 | 0,975 | 0,990 | 0,995 |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1       | 0,000 | 0,000 | 0,001 | 0,004 | 0,016 | 0,102 | 0,455 | 1,32  | 2,71  | 3,84  | 5,02  | 6,63  | 7,88  |
| 2       | 0,010 | 0,020 | 0,051 | 0,103 | 0,201 | 0,575 | 1,39  | 2,77  | 4,61  | 5,99  | 7,38  | 9,21  | 10,6  |
| 3       | 0,072 | 0,115 | 0,216 | 0,352 | 0,584 | 1,21  | 2,37  | 4,11  | 6,25  | 7,81  | 9,35  | 11,3  | 12,8  |
| 4       | 0,207 | 0,297 | 0,484 | 0,711 | 1,06  | 1,92  | 3,36  | 5,39  | 7,78  | 9,49  | 11,1  | 13,3  | 14,9  |
| 5       | 0,412 | 0,554 | 0,831 | 1,15  | 1,61  | 2,67  | 4,35  | 6,63  | 9,24  | 11,1  | 12,8  | 15,1  | 16,7  |
| 6       | 0,676 | 0,872 | 1,24  | 1,64  | 2,20  | 3,45  | 5,35  | 7,84  | 10,6  | 12,6  | 14,4  | 16,8  | 18,5  |
| 7       | 0,989 | 1,24  | 1,69  | 2,17  | 2,83  | 4,25  | 6,35  | 9,04  | 12,0  | 14,1  | 16,0  | 18,5  | 20,3  |
| 8       | 1,34  | 1,65  | 2,18  | 2,73  | 3,49  | 5,07  | 7,34  | 10,2  | 13,4  | 15,5  | 17,5  | 20,1  | 22,0  |
| 9       | 1,73  | 2,09  | 2,70  | 3,33  | 4,17  | 5,90  | 8,34  | 11,4  | 14,7  | 16,9  | 19,0  | 21,7  | 23,6  |
| 10      | 2,16  | 2,56  | 3,25  | 3,94  | 4,87  | 6,74  | 9,34  | 12,5  | 16,0  | 18,3  | 20,5  | 23,2  | 25,2  |
| 11      | 2,60  | 3,05  | 3,82  | 4,57  | 5,58  | 7,58  | 10,3  | 13,7  | 17,3  | 19,7  | 21,9  | 24,7  | 26,8  |
| 12      | 3,07  | 3,57  | 4,40  | 5,23  | 6,30  | 8,44  | 11,3  | 14,8  | 18,5  | 21,0  | 23,3  | 26,2  | 28,3  |
| 13      | 3,57  | 4,11  | 5,01  | 5,89  | 7,04  | 9,30  | 12,3  | 16,0  | 19,8  | 22,4  | 24,7  | 27,7  | 29,8  |
| 14      | 4,07  | 4,66  | 5,63  | 6,57  | 7,79  | 10,2  | 13,3  | 17,1  | 21,1  | 23,7  | 26,1  | 29,1  | 31,3  |
| 15      | 4,60  | 5,23  | 6,26  | 7,26  | 8,55  | 11,0  | 14,3  | 18,2  | 22,3  | 25,0  | 27,5  | 30,6  | 32,8  |
| 16      | 5,14  | 5,81  | 6,91  | 7,96  | 9,31  | 11,9  | 15,3  | 19,4  | 23,5  | 26,3  | 28,8  | 32,0  | 34,3  |
| 17      | 5,70  | 6,41  | 7,56  | 8,67  | 10,1  | 12,8  | 16,3  | 20,5  | 24,8  | 27,6  | 30,2  | 33,4  | 35,7  |
| 18      | 6,26  | 7,01  | 8,23  | 9,39  | 10,9  | 13,7  | 17,3  | 21,6  | 26,0  | 28,9  | 31,5  | 34,8  | 37,2  |
| 19      | 6,84  | 7,63  | 8,91  | 10,1  | 11,7  | 14,6  | 18,3  | 22,7  | 27,2  | 30,1  | 32,9  | 36,2  | 38,6  |

| <b>vP</b>  | <b>0,005</b> | <b>0,010</b> | <b>0,025</b> | <b>0,050</b> | <b>0,100</b> | <b>0,250</b> | <b>0,500</b> | <b>0,750</b> | <b>0,900</b> | <b>0,950</b> | <b>0,975</b> | <b>0,990</b> | <b>0,995</b> |
|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>20</b>  | 7,43         | 8,26         | 9,59         | 10,9         | 12,4         | 15,5         | 19,3         | 23,8         | 28,4         | 31,4         | 34,2         | 37,6         | 40,0         |
| <b>21</b>  | 8,03         | 8,90         | 10,3         | 11,6         | 13,2         | 16,3         | 20,3         | 24,9         | 29,6         | 32,7         | 35,5         | 38,9         | 41,4         |
| <b>22</b>  | 8,64         | 9,54         | 11,0         | 12,3         | 14,0         | 17,2         | 21,3         | 26,0         | 30,8         | 33,9         | 36,8         | 40,3         | 42,8         |
| <b>23</b>  | 9,26         | 10,2         | 11,7         | 13,1         | 14,8         | 18,1         | 22,3         | 27,1         | 32,0         | 35,2         | 38,1         | 41,6         | 44,2         |
| <b>24</b>  | 9,89         | 10,9         | 12,4         | 13,8         | 15,7         | 19,0         | 23,3         | 28,2         | 33,2         | 36,4         | 39,4         | 43,0         | 45,6         |
| <b>25</b>  | 10,5         | 11,5         | 13,1         | 14,6         | 16,5         | 19,9         | 24,3         | 29,3         | 34,4         | 37,7         | 40,6         | 44,3         | 46,9         |
| <b>26</b>  | 11,2         | 12,2         | 13,8         | 15,4         | 17,3         | 20,8         | 25,3         | 30,4         | 35,6         | 38,9         | 41,9         | 45,6         | 48,3         |
| <b>27</b>  | 11,8         | 12,9         | 14,6         | 16,2         | 18,1         | 21,7         | 26,3         | 31,5         | 36,7         | 40,1         | 43,2         | 47,0         | 49,6         |
| <b>28</b>  | 12,5         | 13,6         | 15,3         | 16,9         | 18,9         | 22,7         | 27,3         | 32,6         | 37,9         | 41,3         | 44,5         | 48,3         | 51,0         |
| <b>29</b>  | 13,1         | 14,3         | 16,0         | 17,7         | 19,8         | 23,6         | 28,3         | 33,7         | 39,1         | 42,6         | 45,7         | 49,6         | 52,3         |
| <b>30</b>  | 13,8         | 15,0         | 16,8         | 18,5         | 20,6         | 24,5         | 29,3         | 34,8         | 40,3         | 43,8         | 47,0         | 50,9         | 53,7         |
| <b>40</b>  | 20,7         | 22,2         | 24,4         | 26,5         | 29,1         | 33,7         | 39,3         | 45,6         | 51,8         | 55,8         | 59,3         | 63,7         | 66,8         |
| <b>50</b>  | 28,0         | 29,7         | 32,4         | 34,8         | 37,7         | 42,9         | 49,3         | 56,3         | 63,2         | 67,5         | 71,4         | 76,2         | 79,5         |
| <b>80</b>  | 51,2         | 53,5         | 57,2         | 60,4         | 64,3         | 71,1         | 79,3         | 88,1         | 96,6         | 101,9        | 106,6        | 112,4        | 116,3        |
| <b>100</b> | 67,3         | 70,1         | 74,2         | 77,9         | 82,4         | 90,1         | 99,3         | 109,1        | 118,5        | 124,3        | 129,6        | 135,8        | 140,2        |

## T6 Test de Hartley – Valeurs limites de r

Risque  $\alpha = 0,05$

| Nombre de variances |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\nu$               | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   |
| 2                   | 39   | 87,5 | 142  | 202  | 266  | 333  | 403  | 475  | 550  | 626  | 704  |
| 3                   | 15,4 | 27   | 39,2 | 50,7 | 62   | 72,9 | 83,6 | 93,9 | 104  | 114  | 124  |
| 4                   | 9,6  | 15,5 | 20,6 | 25,2 | 29,5 | 33,6 | 37,5 | 41,1 | 44,6 | 48   | 51,4 |
| 5                   | 7,15 | 10,8 | 13,7 | 16,3 | 18,7 | 20   | 22,9 | 24,7 | 26,5 | 28,2 | 29,9 |
| 6                   | 5,02 | 8,38 | 10,4 | 12,1 | 13,7 | 15   | 16,3 | 17,5 | 18,6 | 19,7 | 20,7 |
| 7                   | 4,99 | 6,94 | 8,44 | 9,7  | 10,8 | 11   | 12,7 | 13,5 | 14,3 | 15,1 | 15,8 |
| 8                   | 4,43 | 6    | 7,18 | 8,12 | 9,03 | 9,78 | 10,5 | 11,1 | 11,7 | 12,2 | 12,7 |
| 9                   | 4,03 | 5,34 | 6,31 | 7,11 | 7,8  | 8,41 | 8,95 | 9,45 | 9,91 | 10,3 | 10,7 |
| 10                  | 3,72 | 4,85 | 5,67 | 6,34 | 6,92 | 7,42 | 7,07 | 8,28 | 8,66 | 9,01 | 9,34 |
| 12                  | 3,11 | 4,00 | 4,59 | 5,07 | 5,46 | 5,80 | 6,11 | 6,39 | 6,65 | 6,88 | 6,87 |
| 15                  | 2,86 | 3,54 | 4,01 | 4,37 | 4,68 | 4,95 | 5,19 | 5,4  | 5,59 | 5,77 | 5,03 |
| 20                  | 2,46 | 2,95 | 3,29 | 3,54 | 3,76 | 3,94 | 4,1  | 4,24 | 4,37 | 4,49 | 4,59 |
| 30                  | 2,07 | 2,4  | 2,61 | 2,78 | 2,91 | 3,02 | 3,12 | 3,21 | 3,29 | 3,36 | 3,39 |
| 60                  | 1,67 | 1,85 | 1,96 | 2,04 | 2,11 | 2,17 | 2,22 | 2,26 | 2,30 | 2,33 | 2,36 |
| inf                 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |

**Risque  $\alpha = 0,01$** 

| Nombre de variances |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\nu$               | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   |
| 2                   | 199  | 448  | 729  | 1036 | 1362 | 1705 | 2063 | 2432 | 2813 | 3204 | 3605 |
| 3                   | 47,5 | 85   | 120  | 151  | 184  | 216  | 249  | 281  | 310  | 337  | 361  |
| 4                   | 23,2 | 37   | 49   | 59   | 69   | 79   | 89   | 97   | 106  | 113  | 120  |
| 5                   | 14,9 | 22   | 28   | 33   | 38   | 42   | 46   | 50   | 54   | 57   | 60   |
| 6                   | 11,1 | 15,5 | 19,1 | 22   | 25   | 27   | 30   | 32   | 34   | 36   | 37   |
| 7                   | 8,89 | 12,1 | 14,5 | 16,5 | 18,4 | 20   | 22   | 23   | 24   | 26   | 27   |
| 8                   | 7,50 | 9,9  | 11,7 | 13,2 | 14,5 | 15,8 | 16,9 | 17,9 | 18,9 | 19,8 | 21   |
| 9                   | 6,54 | 8,5  | 9,9  | 11,1 | 12,1 | 13,1 | 13,9 | 14,7 | 15,3 | 16,0 | 16,6 |
| 10                  | 5,85 | 7,4  | 8,6  | 9,6  | 10,4 | 11,1 | 11,8 | 12,4 | 12,9 | 13,4 | 13,9 |
| 12                  | 4,91 | 6,1  | 6,9  | 7,6  | 8,2  | 8,7  | 9,1  | 9,5  | 9,9  | 10,2 | 10,6 |
| 15                  | 4,07 | 4,9  | 5,5  | 6,0  | 6,4  | 6,7  | 7,1  | 7,3  | 7,5  | 7,8  | 8,0  |
| 20                  | 3,32 | 3,8  | 4,3  | 4,6  | 4,9  | 5,1  | 5,3  | 5,5  | 5,6  | 5,8  | 5,9  |
| 30                  | 2,63 | 3,0  | 3,3  | 3,4  | 3,6  | 3,7  | 3,8  | 3,9  | 4,0  | 4,1  | 4,2  |
| 60                  | 1,96 | 2,2  | 2,3  | 2,4  | 2,4  | 2,5  | 2,5  | 2,6  | 2,6  | 2,7  | 2,7  |
| inf                 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |

## T7 Taille des échantillons

### Comparaison de deux échantillons Test z

$$n_i = n_j = \frac{2(u_{\alpha/2} + u_{\beta})^2}{k^2}$$

| $\delta/\sigma$ | Alpha = 20 %   |                |               |               | Alpha = 10 %   |                |               |               | Alpha = 5 %    |                |               |               | Alpha = 1 %    |                |               |               |
|-----------------|----------------|----------------|---------------|---------------|----------------|----------------|---------------|---------------|----------------|----------------|---------------|---------------|----------------|----------------|---------------|---------------|
|                 | $\beta$<br>20% | $\beta$<br>10% | $\beta$<br>5% | $\beta$<br>1% | $\beta$<br>20% | $\beta$<br>10% | $\beta$<br>5% | $\beta$<br>1% | $\beta$<br>20% | $\beta$<br>10% | $\beta$<br>5% | $\beta$<br>1% | $\beta$<br>20% | $\beta$<br>10% | $\beta$<br>5% | $\beta$<br>1% |
| 0,1             | 902            | 1314           | 1713          | 2603          | 1237           | 1713           | 2164          | 3154          | 1570           | 2101           | 2599          | 3674          | 2336           | 2976           | 3563          | 4806          |
| 0,2             | 225            | 328            | 428           | 651           | 309            | 428            | 541           | 789           | 392            | 525            | 650           | 919           | 584            | 744            | 891           | 1202          |
| 0,3             | 100            | 146            | 190           | 289           | 137            | 190            | 240           | 350           | 174            | 233            | 289           | 408           | 260            | 331            | 396           | 534           |
| 0,4             | 56             | 82             | 107           | 163           | 77             | 107            | 135           | 197           | 98             | 131            | 162           | 230           | 146            | 186            | 223           | 300           |
| 0,5             | 36             | 53             | 69            | 104           | 49             | 69             | 87            | 126           | 63             | 84             | 104           | 147           | 93             | 119            | 143           | 192           |
| 0,6             | 25             | 36             | 48            | 72            | 34             | 48             | 60            | 88            | 44             | 58             | 72            | 102           | 65             | 83             | 99            | 134           |
| 0,7             | 18             | 27             | 35            | 53            | 25             | 35             | 44            | 64            | 32             | 43             | 53            | 75            | 48             | 61             | 73            | 98            |
| 0,8             | 14             | 21             | 27            | 41            | 19             | 27             | 34            | 49            | 25             | 33             | 41            | 57            | 36             | 46             | 56            | 75            |
| 0,9             | 11             | 16             | 21            | 32            | 15             | 21             | 27            | 39            | 19             | 26             | 32            | 45            | 29             | 37             | 44            | 59            |
| 1               | 9              | 13             | 17            | 26            | 12             | 17             | 22            | 32            | 16             | 21             | 26            | 37            | 23             | 30             | 36            | 48            |
| 1,1             | 7              | 11             | 14            | 22            | 10             | 14             | 18            | 26            | 13             | 17             | 21            | 30            | 19             | 25             | 29            | 40            |
| 1,2             | 6              | 9              | 12            | 18            | 9              | 12             | 15            | 22            | 11             | 15             | 18            | 26            | 16             | 21             | 25            | 33            |
| 1,3             | 5              | 8              | 10            | 15            | 7              | 10             | 13            | 19            | 9              | 12             | 15            | 22            | 14             | 18             | 21            | 28            |
| 1,4             | 5              | 7              | 9             | 13            | 6              | 9              | 11            | 16            | 8              | 11             | 13            | 19            | 12             | 15             | 18            | 25            |
| 1,5             | 4              | 6              | 8             | 12            | 5              | 8              | 10            | 14            | 7              | 9              | 12            | 16            | 10             | 13             | 16            | 21            |
| 1,6             | 4              | 5              | 7             | 10            | 5              | 7              | 8             | 12            | 6              | 8              | 10            | 14            | 9              | 12             | 14            | 19            |
| 1,7             | 3              | 5              | 6             | 9             | 4              | 6              | 7             | 11            | 5              | 7              | 9             | 13            | 8              | 10             | 12            | 17            |
| 1,8             | 3              | 4              | 5             | 8             | 4              | 5              | 7             | 10            | 5              | 6              | 8             | 11            | 7              | 9              | 11            | 15            |
| 1,9             | 2              | 4              | 5             | 7             | 3              | 5              | 6             | 9             | 4              | 6              | 7             | 10            | 6              | 8              | 10            | 13            |
| 2               | 2              | 3              | 4             | 7             | 3              | 4              | 5             | 8             | 4              | 5              | 6             | 9             | 6              | 7              | 9             | 12            |
| 2,5             | 1              | 2              | 3             | 4             | 2              | 3              | 3             | 5             | 3              | 3              | 4             | 6             | 4              | 5              | 6             | 8             |
| 3               | 1              | 1              | 2             | 3             | 1              | 2              | 2             | 4             | 2              | 2              | 3             | 4             | 3              | 3              | 4             | 5             |
| 4               | 1              | 1              | 1             | 2             | 1              | 1              | 1             | 2             | 1              | 1              | 2             | 2             | 1              | 2              | 2             | 3             |

## T8 Taille des échantillons pour le test t

La taille des échantillons est calculée pour un risque  $\alpha$  de 5 % et un risque  $\beta$  de 10 %.

|                                       |     |     |     |     |     |     |     |     |    |     |     |     |     |     |     |
|---------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| <b>Décentrage <math>\delta</math></b> | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1  | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| <b>Taille</b>                         | 527 | 235 | 133 | 86  | 60  | 45  | 35  | 28  | 23 | 19  | 17  | 14  | 13  | 11  | 10  |

|                                       |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |   |   |   |
|---------------------------------------|-----|-----|-----|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|---|---|
| <b>Décentrage <math>\delta</math></b> | 1,7 | 1,8 | 1,9 | 2 | 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,8 | 2,9 | 3,6 | 3,7 | 4 | 5 | 6 |
| <b>Taille</b>                         | 9   | 8   | 8   | 7 | 7   | 6   | 6   | 5   | 5   | 4   | 4   | 3   | 3 | 3 | 2 |

## T9 Taille des échantillons pour le test z

La taille des échantillons est calculée pour un risque  $\alpha$  de 5 % et un risque  $\beta$  de 10 %.

|                                       |     |     |     |     |     |     |     |     |    |     |     |     |     |     |     |
|---------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| <b>Décentrage <math>\delta</math></b> | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1  | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| <b>Taille</b>                         | 525 | 234 | 131 | 84  | 58  | 43  | 33  | 26  | 21 | 17  | 15  | 12  | 11  | 9   | 8   |

|                                       |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |   |   |   |
|---------------------------------------|-----|-----|-----|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|---|---|
| <b>Décentrage <math>\delta</math></b> | 1,7 | 1,8 | 1,9 | 2 | 2,1 | 2,2 | 2,4 | 2,5 | 2,8 | 2,9 | 3,7 | 3,8 | 4 | 5 | 6 |
| <b>Taille</b>                         | 7   | 6   | 6   | 5 | 5   | 4   | 4   | 3   | 3   | 2   | 2   | 1   | 1 | 1 | 1 |



## T10 Taille des échantillons pour le test F

La taille des échantillons est calculée pour un risque  $\alpha$  de 5 % dans l'hypothèse  $H_0$  pour deux échantillons de même taille.

| Ratio entre les 2 écarts types | Ratio entre les 2 variances | Taille n mini |
|--------------------------------|-----------------------------|---------------|
| 1,1                            | 1,21                        | 301           |
| 1,2                            | 1,44                        | 83            |
| 1,3                            | 1,69                        | 41            |
| 1,4                            | 1,96                        | 25            |
| 1,5                            | 2,25                        | 18            |
| 1,6                            | 2,56                        | 14            |
| 1,7                            | 2,89                        | 11            |
| 1,8                            | 3,24                        | 9             |
| 1,9                            | 3,61                        | 8             |
| 2                              | 4                           | 7             |
| 2,1                            | 4,41                        | 6             |
| 2,2                            | 4,84                        | 6             |
| 2,3                            | 5,29                        | 5             |
| 2,4                            | 5,76                        | 5             |
| 2,5                            | 6,25                        | 5             |
| 2,6                            | 6,76                        | 4             |
| 2,7                            | 7,29                        | 4             |
| 2,8                            | 7,84                        | 4             |
| 2,9                            | 8,41                        | 4             |
| 3                              | 9                           | 4             |
| 4                              | 16                          | 3             |
| 5                              | 25                          | 2             |

# T11 Tableau des coefficients

| n  | Estimation de $\sigma$ |       |       | Pour le calcul de la carte $\bar{X}$ |       |       | Carte médiane |             | Pour le calcul de la carte des S |       |       | Pour le calcul de la carte des R |       |       |       |       |
|----|------------------------|-------|-------|--------------------------------------|-------|-------|---------------|-------------|----------------------------------|-------|-------|----------------------------------|-------|-------|-------|-------|
|    | $c_4$                  | $d_2$ | $d_3$ | A                                    | $A_2$ | $A_3$ | $\tilde{A}_2$ | $\tilde{A}$ | $B_3$                            | $B_4$ | $B_5$ | $B_6$                            | $D_3$ | $D_4$ | $D_5$ | $D_6$ |
| 2  | 0,7979                 | 1,128 | 0,853 | 2,121                                | 1,880 | 2,659 | 1,880         | 2,121       | -                                | 3,267 | -     | 2,606                            | -     | 3,267 | -     | 3,686 |
| 3  | 0,8862                 | 1,693 | 0,888 | 1,732                                | 1,023 | 1,954 | 1,187         | 2,010       | -                                | 2,568 | -     | 2,276                            | -     | 2,574 | -     | 4,358 |
| 4  | 0,9213                 | 2,059 | 0,880 | 1,500                                | 0,729 | 1,628 | 0,796         | 1,639       | -                                | 2,266 | -     | 2,088                            | -     | 2,282 | -     | 4,698 |
| 5  | 0,9400                 | 2,326 | 0,864 | 1,342                                | 0,577 | 1,427 | 0,691         | 1,607       | -                                | 2,089 | -     | 1,964                            | -     | 2,114 | -     | 4,918 |
| 6  | 0,9515                 | 2,534 | 0,848 | 1,225                                | 0,483 | 1,287 | 0,548         | 1,389       | 0,030                            | 1,970 | 0,029 | 1,874                            | -     | 2,004 | -     | 5,078 |
| 7  | 0,9594                 | 2,704 | 0,833 | 1,134                                | 0,419 | 1,182 | 0,508         | 1,374       | 0,118                            | 1,882 | 0,113 | 1,806                            | 0,076 | 1,924 | 0,205 | 5,203 |
| 8  | 0,9650                 | 2,847 | 0,820 | 1,061                                | 0,373 | 1,099 | 0,433         | 1,233       | 0,185                            | 1,815 | 0,178 | 1,752                            | 0,136 | 1,864 | 0,387 | 5,307 |
| 9  | 0,9693                 | 2,970 | 0,808 | 1,000                                | 0,337 | 1,032 | 0,412         | 1,224       | 0,239                            | 1,761 | 0,232 | 1,707                            | 0,184 | 1,816 | 0,546 | 5,394 |
| 10 | 0,9727                 | 3,078 | 0,797 | 0,949                                | 0,308 | 0,975 | 0,362         | 1,114       | 0,284                            | 1,716 | 0,277 | 1,669                            | 0,223 | 1,777 | 0,687 | 5,469 |
| 11 | 0,9754                 | 3,173 | 0,787 | 0,905                                | 0,285 | 0,927 |               |             | 0,321                            | 1,679 | 0,314 | 1,637                            | 0,256 | 1,744 | 0,812 | 5,534 |
| 12 | 0,9776                 | 3,258 | 0,778 | 0,866                                | 0,266 | 0,886 |               |             | 0,354                            | 1,646 | 0,346 | 1,609                            | 0,283 | 1,717 | 0,924 | 5,592 |
| 13 | 0,9794                 | 3,336 | 0,770 | 0,832                                | 0,249 | 0,850 |               |             | 0,382                            | 1,618 | 0,374 | 1,585                            | 0,307 | 1,693 | 1,026 | 5,646 |
| 14 | 0,9810                 | 3,407 | 0,762 | 0,802                                | 0,235 | 0,817 |               |             | 0,406                            | 1,594 | 0,399 | 1,563                            | 0,328 | 1,672 | 1,121 | 5,693 |
| 15 | 0,9823                 | 3,472 | 0,755 | 0,775                                | 0,223 | 0,789 |               |             | 0,428                            | 1,572 | 0,420 | 1,544                            | 0,347 | 1,653 | 1,207 | 5,937 |
| 20 | 0,9869                 | 3,735 | 0,729 | 0,671                                | 0,180 | 0,680 |               |             | 0,510                            | 1,490 | 0,503 | 1,471                            | 0,415 | 1,585 | 1,548 | 5,922 |

## Coefficient $d_2^*$ pour l'estimation de $\sigma$ à partir de $\bar{R}$

|                                      |   | Nombre d'échantillons |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|--------------------------------------|---|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                      |   | 1                     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    | 13    | 14    | 15    | >15   |
| Nombre de mesures<br>par échantillon | 2 | 1,414                 | 1,279 | 1,231 | 1,206 | 1,191 | 1,181 | 1,173 | 1,168 | 1,163 | 1,160 | 1,157 | 1,154 | 1,153 | 1,151 | 1,149 | 1,128 |
|                                      | 3 | 1,912                 | 1,806 | 1,769 | 1,750 | 1,739 | 1,731 | 1,726 | 1,722 | 1,719 | 1,716 | 1,714 | 1,712 | 1,711 | 1,710 | 1,708 | 1,693 |
|                                      | 4 | 2,239                 | 2,151 | 2,121 | 2,105 | 2,096 | 2,090 | 2,086 | 2,082 | 2,08  | 2,078 | 2,076 | 2,075 | 2,073 | 2,072 | 2,071 | 2,071 |
|                                      | 5 | 2,481                 | 2,405 | 2,379 | 2,366 | 2,358 | 2,353 | 2,349 | 2,346 | 2,344 | 2,342 | 2,34  | 2,339 | 2,338 | 2,337 | 2,337 | 2,326 |

## T12 – Principales tables de Taguchi

La notation utilisée de quatre étoiles à une étoile est attribuée en fonction :

- du risque encouru de confondre un effet avec une interaction de second ordre ;
- de la possibilité de désaliasser tout en restant dans des plans à moins de vingt essais ;
- de l'efficacité du plan (nombre de ddl/nombre d'essais).

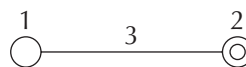
|                    |         | Table L <sub>4</sub>   | Table L <sub>8</sub>   | Table L <sub>16</sub>   | Table L <sub>12</sub>   |
|--------------------|---------|--|--|---|---|
| Nombre de facteurs | 2       | ****<br>• Plan complet<br>• Aucun risque   |  |   |   |
|                    | 3       | ***<br>• Fractionnaire, résolution III<br>• Facile à désaliasser en passant au plan complet L <sub>8</sub> | ****<br>• Plan complet<br>• Utiliser les colonnes 1, 2, 4<br>• Aucun risque  |   |   |
|                    | 4       |  | ***<br>• Fractionnaire, résolution IV<br>• Utiliser les colonnes 1, 3, 5, 7<br>• Facile à désaliasser en passant au plan complet L <sub>16</sub>     | ****<br>• Plan complet<br>• Utiliser les colonnes 1, 2, 4, 8<br>• Aucun risque  |   |
|                    | 5       |  | **<br>• Fractionnaire résolution III<br>• Pas de colonne à privilégier<br>• Facile à désaliasser en continuant les colonnes impaires de la table L16 | ****<br>• Fractionnaire, résolution V<br>• Utiliser les colonnes 1, 2, 4, 8, 15 | ***<br>• Plan fractionnaire<br>• Ne permet pas d'étudier des interactions<br>• Choix des colonnes en fonction de la difficulté des modifications des facteurs |
|                    | 6       |  |  | ***<br>• Fractionnaire, résolution IV   | • Idéal pour débroussailler<br>• Les interactions sont diluées  |
|                    | 7       |  |  | • Utiliser les colonnes impaires  |   |
|                    | 8       |  |  |   |   |
|                    | 9 à 11  |  |  | *<br>• Fractionnaire, résolution III<br>• Pas de colonne à privilégier          |   |
|                    | 11 à 15 |  |  |   |   |

**Rappel des symboles utilisés :**

| Symbole | Groupe | Difficulté de modification des niveaux |
|---------|--------|--|
| ○       | 1      | Difficile                              |
| ◎       | 2      | Assez difficile                        |
| ●       | 3      | Assez facile                           |
| ●       | 4      | Facile                                 |

**Table L<sub>4</sub> (2<sup>3</sup>)**

|        | 1 | 2 | 3 |
|--------|---|---|---|
| 1      | 1 | 1 | 1 |
| 2      | 1 | 2 | 2 |
| 3      | 2 | 1 | 2 |
| 4      | 2 | 2 | 1 |
|        | a | b | a |
|        |   |   | b |
| Groupe | 1 | 2 |   |



|     | 2 | 3 |
|-----|---|---|
| (1) | 3 | 2 |
| (2) | 1 |   |

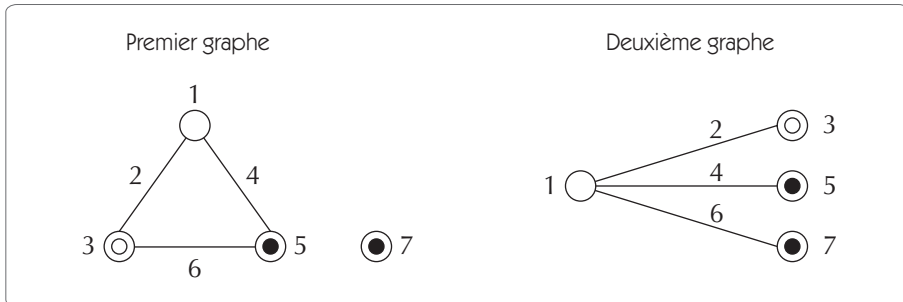
Table  $L_8 (2^7)$ 

| N°     | 1 | 2 | 3      | 4 | 5      | 6      | 7           |
|--------|---|---|--------|---|--------|--------|-------------|
| 1      | 1 | 1 | 1      | 1 | 1      | 1      | 1           |
| 2      | 1 | 1 | 1      | 2 | 2      | 2      | 2           |
| 3      | 1 | 2 | 2      | 1 | 1      | 2      | 2           |
| 4      | 1 | 2 | 2      | 2 | 2      | 1      | 1           |
| 5      | 2 | 1 | 2      | 1 | 2      | 1      | 2           |
| 6      | 2 | 1 | 2      | 2 | 1      | 2      | 1           |
| 7      | 2 | 2 | 1      | 1 | 2      | 2      | 1           |
| 8      | 2 | 2 | 1      | 2 | 1      | 1      | 2           |
|        | a | b | a<br>b | c | a<br>c | b<br>c | a<br>b<br>c |
| Groupe | 1 | 2 |        | 3 |        |        |             |

### Triangle des interactions entre deux colonnes

|     |     |     |     |     |     |   |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|
|     | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7 |
| (1) | 3   | 2   | 5   | 4   | 7   | 6 |
|     | (2) | 1   | 6   | 7   | 4   | 5 |
|     |     | (3) | 7   | 6   | 5   | 4 |
|     |     |     | (4) | 1   | 2   | 3 |
|     |     |     |     | (5) | 3   | 2 |
|     |     |     |     |     | (6) | 1 |

## Graphe des effets



## Table $L_9 (3^4)$

| N°     | 1 | 2 | 3      | 4                   |
|--------|---|---|--------|---------------------|
| 1      | 1 | 1 | 1      | 1                   |
| 2      | 1 | 2 | 2      | 2                   |
| 3      | 1 | 3 | 3      | 3                   |
| 4      | 2 | 1 | 2      | 3                   |
| 5      | 2 | 2 | 3      | 1                   |
| 6      | 2 | 3 | 1      | 2                   |
| 7      | 3 | 1 | 3      | 2                   |
| 8      | 3 | 2 | 1      | 3                   |
| 9      | 3 | 3 | 2      | 1                   |
|        | a | b | a<br>b | a<br>b <sup>2</sup> |
| Groupe | 1 | 2 |        |                     |

## Table $L_{12} (2^{11})$

La table  $L_{12}$  est une table spéciale dans laquelle les interactions sont distribuées plus ou moins uniformément dans toutes les colonnes. Il n'y a pas de graphe pour cette table, elle ne peut donc pas être utilisée pour étudier des interactions.

| N°     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|
| 1      | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | 1  |
| 2      | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2  | 2  |
| 3      | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2  | 2  |
| 4      | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1  | 2  |
| 5      | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2  | 1  |
| 6      | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1  | 1  |
| 7      | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2  | 1  |
| 8      | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1  | 2  |
| 9      | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1  | 1  |
| 10     | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1  | 2  |
| 11     | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2  | 2  |
| 12     | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2  | 1  |
| Groupe | 1 |   |   |   |   |   | 2 |   |   |    |    |



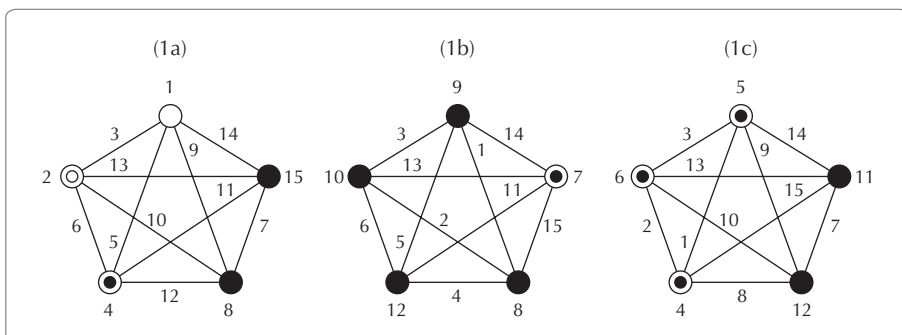
**Table L<sub>16</sub> (2<sup>15</sup>)**

| N°            | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| 1             | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 2             | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  |
| 3             | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1  | 1  | 2  | 2  | 2  | 2  |
| 4             | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2  | 2  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| 5             | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2  | 2  | 1  | 1  | 2  | 2  |
| 6             | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1  | 1  | 2  | 2  | 1  | 1  |
| 7             | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2  | 2  | 2  | 2  | 1  | 1  |
| 8             | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1  | 1  | 1  | 1  | 2  | 2  |
| 9             | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  |
| 10            | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  |
| 11            | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1  | 2  | 2  | 1  | 2  | 1  |
| 12            | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2  | 1  | 1  | 2  | 1  | 2  |
| 13            | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2  | 1  | 1  | 2  | 2  | 1  |
| 14            | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1  | 2  | 2  | 1  | 1  | 2  |
| 15            | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2  | 1  | 2  | 1  | 1  | 2  |
| 16            | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1  | 2  | 1  | 2  | 2  | 1  |
|               | a | b | a | c | a | b | a | d | a | b  | a  | c  | a  | b  | a  |
|               |   |   | b |   | c | c | b |   | d | d  | b  | d  | c  | c  | b  |
|               |   |   |   |   |   |   | c |   |   |    | d  |    | d  | d  | c  |
|               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    | d  |    | d  | d  | d  |
| <b>Groupe</b> | 1 | 2 | 3 |   |   |   | 4 |   |   |    |    |    |    |    |    |

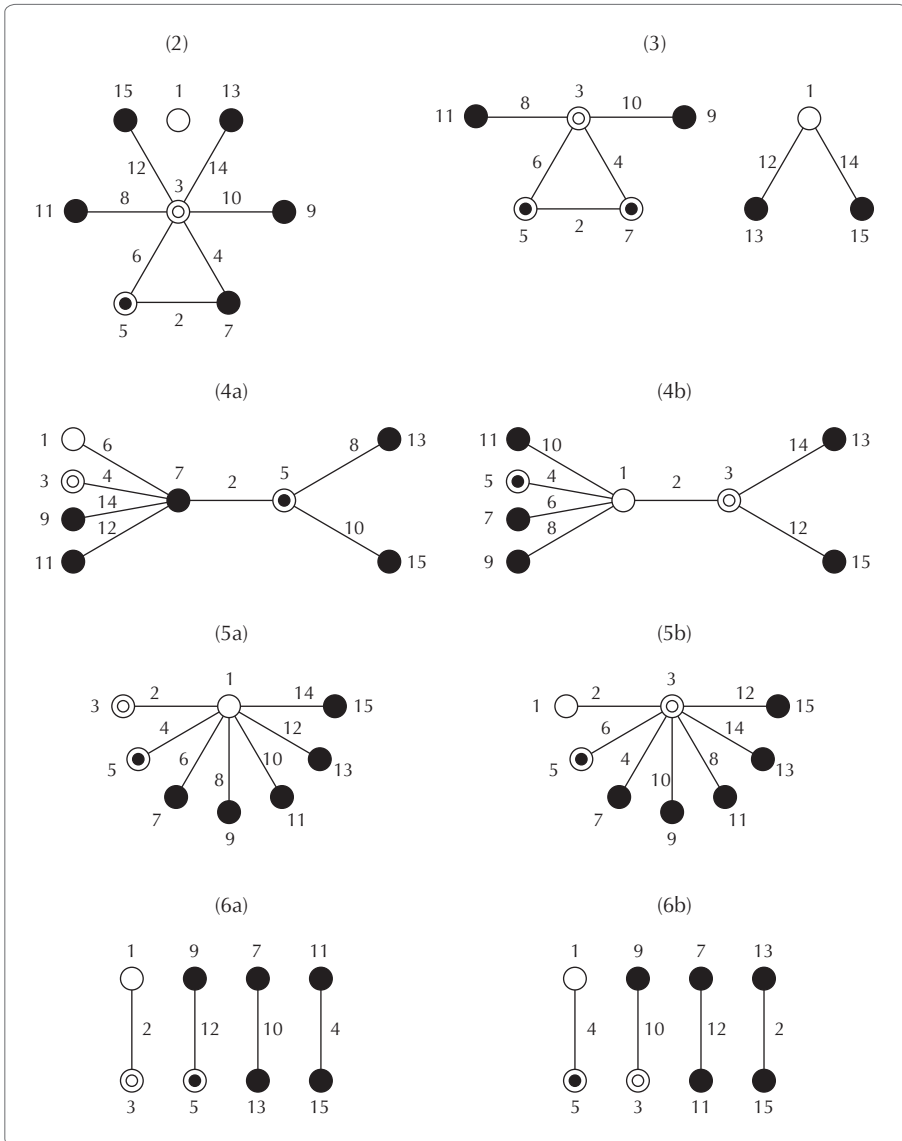
**Table L<sub>16</sub> – Triangle des interactions**

|      | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|------|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| (1)  | 3 | 2 | 5 | 4 | 7 | 6 | 9  | 8  | 11 | 10 | 13 | 12 | 15 | 14 |
| (2)  |   | 1 | 6 | 7 | 4 | 5 | 10 | 11 | 8  | 9  | 14 | 15 | 12 | 13 |
| (3)  |   |   | 7 | 6 | 5 | 4 | 11 | 10 | 9  | 8  | 15 | 14 | 13 | 12 |
| (4)  |   |   |   | 1 | 2 | 3 | 12 | 13 | 14 | 15 | 8  | 9  | 10 | 11 |
| (5)  |   |   |   |   | 3 | 2 | 13 | 12 | 15 | 14 | 9  | 8  | 11 | 10 |
| (6)  |   |   |   |   |   | 1 | 14 | 15 | 12 | 13 | 10 | 11 | 8  | 9  |
| (7)  |   |   |   |   |   |   | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9  | 8  |
| (8)  |   |   |   |   |   |   |    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| (9)  |   |   |   |   |   |   |    |    | 3  | 2  | 5  | 4  | 7  | 6  |
| (10) |   |   |   |   |   |   |    |    |    | 1  | 6  | 7  | 4  | 5  |
| (11) |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    | 7  | 6  | 5  | 4  |
| (12) |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    | 1  | 2  | 3  |
| (13) |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    | 3  | 2  |
| (14) |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    | 1  |

**Table L<sub>16</sub> – Graphes de résolution V**



**Table L<sub>16</sub> – Graphes de résolution IV**



## T13 Plans composites centrés

| Nombre de facteurs         | 2                           | 3                           | 4                            | 5                         | 5                            |
|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|---------------------------|------------------------------|
| Plan factoriel de base     | L <sub>4</sub><br>(complet) | L <sub>8</sub><br>(complet) | L <sub>16</sub><br>(complet) | L <sub>16</sub><br>(resV) | L <sub>32</sub><br>(complet) |
| Valeur de $\alpha$         | 1,414                       | 1,682                       | 2                            | 2                         | 2,378                        |
| Nombre de points au centre | 5                           | 6                           | 7                            | 6                         | 10                           |
| Nombre d'essais            | 13                          | 20                          | 31                           | 32                        | 52                           |

### Exemple de construction à 2 facteurs

|                               | N° | A      | B      |
|-------------------------------|----|--------|--------|
| Plan factoriel de base        | 1  | -1     | -1     |
|                               | 2  | -1     | 1      |
|                               | 3  | 1      | -1     |
|                               | 4  | 1      | 1      |
| 4 essais sur les axes         | 5  | -1.414 | 0      |
|                               | 6  | +1.414 | 0      |
|                               | 7  | 0      | -1.414 |
|                               | 8  | 0      | +1.414 |
| 5 essais au centre du domaine | 9  | 0      | 0      |
|                               | 10 | 0      | 0      |
|                               | 11 | 0      | 0      |
|                               | 12 | 0      | 0      |
|                               | 13 | 0      | 0      |



# Chapitre 11

---

## Fiches résumés

---

## Étape 1 – DÉFINIR : mémo des actions principales à réaliser

Durant cette étape, on définit le problème, les améliorations projetées et les gains attendus. Tout doit être fait pour que les attentes du client soient traduites en terme de qualité ressentie. Dans cette étape, on doit également mener un travail de compréhension visant à connaître le processus et ainsi à mieux cerner les limites du projet.

### 1. Choix du problème

- Déterminer le problème à résoudre en fonction de l'importance qu'il représente pour le client et du gain potentiel pour l'entreprise.

### 2. Formulation du problème

- Formuler le problème après avoir recueilli toutes les informations nécessaires :
  - informations factuelles (retours clients, rebuts...)
  - informations chiffrées (en termes de coût, de délai, de qualité).
- Réaliser un QQQQCP.

### 3. Clients identifiés

- Identifier les clients amont, aval, et les clients finaux.
- Identifier parmi tous les paramètres pouvant influencer sur le problème, les paramètres Y concernant ce qui est critique pour le client.
- Définir les impacts du projet pour le client et l'entreprise.

### 4. Diagramme CTQ (*Critical To Quality*)

- Quels sont les besoins du client : pourquoi a-t-il besoin de notre produit ?
- Quelles sont ses exigences ?

- Quels sont les paramètres  $Y$  du processus qui sont liés à ce qui est critique pour le client ?
- Quelles sont les spécifications actuelles sur les  $Y$  ?

### **5. État actuel et état souhaité**

- Un problème apparaît lorsqu'il y a un écart entre un état actuel et un état souhaité.
- Faire apparaître ce que l'on veut modifier et ce que l'on veut conserver.

### **6. Cartographie du processus**

- Réaliser la cartographie du processus qui conduit à la satisfaction du client.

### **7. Gains mesurables et non mesurables**

- Quels sont les coûts de non-qualité identifiés et liés au problème ?
- Indiquer les gains mesurables importants (exemple : diminution rebuts, coûts, réclamations clients...).
- Quels sont les avantages apportés par la résolution du problème qui ne sont pas mesurables ? (exemple : image auprès du client, fiabilité...).

### **8. Planification du projet**

- Indiquer le numéro des semaines, colorier les cases pour indiquer les durées des étapes et mettre une croix pour les semaines de formation.
- Identifier les acteurs du projet.





## Étape 2 – MESURER : mémo des actions à réaliser

Dans cette étape, on doit trouver un moyen pour mesurer la/les caractéristique(s) critique(s) pour les clients, valider le processus de mesure et réaliser une campagne de relevés sur le processus afin de déterminer les capacités et les relations entre les Y et les X.

### 1. Actualisation de la boîte noire du processus

Lors de cette étape, on a besoin d'affiner la cartographie du processus réalisé dans la première étape.

- Faire la boîte noire du processus (avec les connaissances actuelles).
- Quels sont les Y du processus liés à ce qui est critique pour le client ?
- Quels sont les processus de mesure ? Sont-ils continus (7 niveaux au minimum) ?
- Quelles sont les spécifications actuelles sur les Y ?
- Quels sont a priori les X ? Les paramètres d'entrée, les paramètres de pilotage, les paramètres bruits ?

### 2. Moyen de mesure et procédure

- Quel(s) moyen(s) de mesure est/sont utilisé(s) ?
- Quelle est la procédure ?
- Cette procédure est-elle figée ?

### 3. Capacité des moyens de mesure R&R et verrouillage du procédé

- Valider s'il y a lieu la liaison entre le moyen de contrôle et la chaîne d'étalonnage.
- Réaliser s'il y a lieu l'étude de linéarité.

- Définir la capacité du processus en utilisant la méthode R&R (répétabilité et reproductibilité) et conclure :
  - $C_{mc} < 3$  : améliorer le processus de mesure en priorité.
  - $C_{mc} < 4$  : continuer et mener des actions d'amélioration sur le processus de mesure.
  - $C_{mc} > 4$  : continuer.
- Verrouiller le processus de mesure en le figeant par une instruction de contrôle.

#### **4. Réduction de la variabilité**

- Analyser les X potentiels (analyse des 5M).
- Réduire les causes de variation en fixant des paramètres.

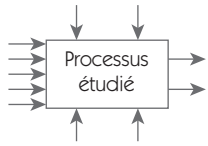
#### **5. Observation du processus**

- Mettre en place des cartes d'observations et des feuilles de relevés.
- Enregistrer toutes les informations disponibles sur Y avec ses attributs (X correspondants).
- Validation des spécifications.

#### **6. Étude capacité du processus**

- Examen statistique des valeurs mesurées sur Y : moyenne, écart type, normalité.
- Calcul des indicateurs de capacités.
- Analyse de la chute des capacités : problème de processus, de dérive ou de centrage ?

#### **7. Actualisation des gains et coûts estimés**

| Six Sigma – Étape 2 : MESURER  |   |                       |                         |   |                 |
|--|---|-----------------------|-------------------------|---|-----------------|
| <b>Intitulé du projet :</b>  |   |                       |                         |   |                 |
| <b>Boîte noire du processus (actualisation)</b>                        |   |                       |                         |   |                 |
| X = paramètres agissant sur Y ?  | <b>Facteurs bruits :</b>  |                       |                         | Y = paramètres critiques pour le client ? |                 |
|  |  |                       |                         |   |                 |
| <b>Facteurs de pilotage :</b>  |   |                       |                         |   |                 |
| <b>Moyen de mesure et procédure</b>                                    |   |                       |                         |   |                 |
| <b>Capabilité des moyens de mesures R&amp;R</b>                        |   |                       |                         |   |                 |
| Cmc souhaité :   |   | Cmc mesuré :          |                         | Verrouillage du procédé                   |                 |
| Commentaire(s) :   |   | Mesureur :            | Outil :                 |   |                 |
|  |   | Fréquence :           | Précision :             |   |                 |
|  |   | Processus de mesure : |                         |   |                 |
| <b>Liste des actions pour limiter la variabilité</b>                   |   |                       |                         |   |                 |
| Intitulé   | Actions   |                       |                         |   |                 |
|  |   |                       |                         |   |                 |
|  |   |                       |                         |   |                 |
| <b>Capabilité du processus</b>   |   |                       |                         |   |                 |
| <b>Mesure :</b>  |   |                       | <b>Interprétation :</b> |   |                 |
|  |   | <b>Commentaire :</b>  | <b>Chute entre...</b>   | <b>Explication/ processus :</b>           | <b>Causes :</b> |
| <b>Cmc</b>   |   |                       | <b>Cp</b>               |   |                 |
| <b>Cp</b>  |   |                       | <b>Pp</b>               |   |                 |
| <b>Pp</b>  |   |                       | <b>Pp</b>               |   |                 |
| <b>Ppk</b>   |   |                       | <b>Ppk</b>              |   |                 |
| <b>Actions de suivi (cartes d'observation, feuilles de relevés...)</b> |   |                       |                         |   |                 |
| Intitulé   | Action de suivi :   |                       |                         |   |                 |
|  |   |                       |                         |   |                 |
|  |   |                       |                         |   |                 |

## Étape 3 – ANALYSER : mémo des actions à réaliser

Durant cette étape, on analyse les Y (sorties du processus), les X (variables du processus) et les relations entre les X et les Y afin d'identifier les quelques X responsables en grande partie de la variabilité sur Y.

### 1. Analyse de Y

- Étude de la normalité.
- Étude des variations temporelles.
- Étude de la chute des capabilités.

### 2. Analyse des X

- Rédiger le diagramme d'Ishikawa afin de déterminer les facteurs X qui peuvent influencer sur les résultats précédents (variation de positions, cycliques, temporelles).
- Faire une observation sur la normalité, les variations temporelles et la chute des capabilités sur les X.

### 3. Analyse des symptômes

- Faire une liste des symptômes (d'après un jugement technique et l'expérience du groupe).
- Faire des hypothèses sur les causes des variations observées.

### 4. Analyser les relations entre les Y et les X

- Mettre en évidence graphiquement les relations entre Y et les X (boîte à moustache, multi-vari, graphe des effets...).
- Réaliser les tests statistiques permettant d'apporter la preuve statistique attendue.
- Donner une explication rationnelle pour les effets observés.

### 5. Hiérarchiser les X

- Mettre en évidence le poids des X pertinents avec Anova ou Regression.
- Focalisation sur les X les plus pertinents.
- Prévoir un éventuel plan d'expériences pour formaliser la relation.

## 6. Gains mesurables et gains non mesurables (réactualisation)

- À nouveau, une analyse des gains et des coûts doit être faite afin d'évaluer si le gain recherché peut être obtenu.

| Six Sigma – Étape 3 : ANALYSER  |               |                                      |                     |
|---|---------------|--------------------------------------|---------------------|
| <b>Intitulé du projet :</b>   |               |                                      |                     |
| <b>Diagramme des 5M (surligner les facteurs qui font l'objet d'une étude)</b> |               |                                      |                     |
|   |               |                                      |                     |
| <b>Analyse des symptômes</b>  |               |                                      |                     |
| Symptômes   |               | Les idées sur le phénomène           |                     |
|   |               |                                      |                     |
|   |               |                                      |                     |
|   |               |                                      |                     |
|   |               |                                      |                     |
| <b>Liste des études d'analyse réalisées et conclusions</b>                    |               |                                      |                     |
| Test(s) réalisé(s)  | Réf. document | Analyses des tests réalisés          | Conclusions         |
|   |               |                                      |                     |
|   |               |                                      |                     |
|   |               |                                      |                     |
| <b>Causes fondamentales</b>   |               | <b>Poids</b>                         | <b>Explications</b> |
|   |               |                                      |                     |
|   |               |                                      |                     |
|   |               |                                      |                     |
| <b>Gains et coûts mesurables</b>  |               | <b>Gains et coûts non mesurables</b> |                     |
|   |               |                                      |                     |

## Étape 4 – INNOVER : mémo des actions à réaliser

Dans cette étape, on s'emploie à élaborer, mettre à l'essai et implanter des solutions pour corriger les causes fondamentales du problème.

### 1. Synthèse des étapes précédentes

- Lister les  $X$  qui font l'objet d'une interrogation.
- Sélectionner les  $X$  qui feront l'objet d'une étude complémentaire dans cette étape.

### 2. Générer des solutions

- Proposer les améliorations possibles :
  - Le problème est étudié sous tous les angles.
  - L'encadrement mais aussi les opérateurs des processus amont et aval sont invités à proposer leurs idées.
- Sélectionner les améliorations, évaluer les propositions et sélectionner celles qui semblent efficaces et réalisables à partir des critères :
  - **Effet** : cette solution est-elle susceptible de résoudre réellement le problème ?
  - **Faisabilité** : est-elle possible du point de vue technique ?
  - **Économie** : quel est le coût relatif à son application ?

### 3. Valider les solutions par une démarche expérimentale

- Établir pour chaque action retenue le processus expérimental qui apportera la preuve statistique (test de comparaison, analyse de la variance, plans d'expériences).
- Réaliser les essais.
- Vérifier que les  $X$  principaux sont significatifs du point de vue statistique.
- Choisir le niveau des  $X$  pour obtenir le centrage et la réduction de la dispersion.
- Programmer des essais de confirmation.
- Calcul des capacités après amélioration.

#### **4. Analyser les risques**

- Réalisation d'une AMDEC pour valider la solution retenue.

#### **5. Planifier la mise en œuvre de la solution**

- Identifier les acteurs.
- Identifier les étapes.
- Faire la planification du changement.

#### **6. Gains**

- Actualiser les gains mesurables et les gains non mesurables.
- Actualiser les coûts mesurables et les coûts non mesurables.



| Six Sigma – Étape 4 : INNOVER/AMÉLIORER  |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
|--|-----------|-------------|--------------------------------------|--------------------|-------------|-------|------|------|
| <b>Intitulé du projet :</b>  |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
| <b>Diagramme des 5M (placer les X qui seront étudiés dans l'étape Innover/améliorer)</b> |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
|  |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
| <b>Liste des études d'améliorations réalisées et conclusions</b>                         |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
| Analyses réalisées :<br>Quoi ? Comment ?   | Réf. doc. | Qui ?       | Quand ?                              | Capabilité obtenue | Conclusions |       |      |      |
|  |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
|  |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
|  |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
|  |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
| <b>Analyse de risque AMDEC réf...</b>  |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
| Actions correctives demandées  |           | Réf. doc.   | Qui ?                                | Quand ?            | F'          | G'    | D'   | NPR' |
|  |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
|  |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
|  |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
|  |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
|  |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
| <b>Planification du changement</b>   |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
| No   | Étape     | Responsable | Production                           |                    |             | Délai | Coût |      |
|  |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
|  |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
|  |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |
| <b>Gains et coûts mesurables</b>   |           |             | <b>Gains et coûts non mesurables</b> |                    |             |       |      |      |
|  |           |             |                                      |                    |             |       |      |      |

## Étape 5 – CONTRÔLER : mémo des actions à réaliser

Lors de cette étape, on vérifie les résultats des actions d'amélioration mises en œuvre au stade précédent, en observant comment les caractéristiques choisies comme indicateurs de résultat ont évolué depuis l'introduction des solutions (mise sous contrôle par le biais d'outil de la qualité type SPC).

Les résultats doivent être chiffrés, comparés aux valeurs cibles et analysés à l'aide des outils de la qualité pour déterminer si les améliorations prévues sont significatives. Il faut également comparer le rapport coûts/ avantages et en étudier les répercussions.

### 1. Bloc diagramme du processus

- Réaliser un bloc diagramme du processus.
- Indiquer les caractéristiques  $X$  critiques à mettre sous contrôle.

### 2. Déterminer les tolérances pour les $x$ critiques

- Valider la cohérence avec les tolérances sur  $Y$ .
  - Faire l'analyse du tolérancement à partir des corrélations constatées.
  - Choisir la cible sur les  $X$  permettant d'obtenir des tolérances maximales.
- S'assurer que la solution mise en place est robuste par rapport aux bruits.

### 3. Liste des paramètres mis sous contrôle

- Pour chaque caractéristique qui a été mise sous contrôle, indiquer :
  - la spécification retenue,
  - le type de suivi qui permet de surveiller la caractéristique.
- Calculer les limites de contrôle.
- Établir les règles de pilotage.

#### **4. Éliminer les causes d'erreur**

- Mettre en place des systèmes « zéro défaut », là où c'est possible.
- Documenter le poste de travail : procédures, instructions...

#### **5. Suivi des capacités processus Cp, Pp, Ppk**

- Faire le suivi des capacités sur la caractéristique Y.

#### **6. Gains et coûts**

- Actualiser les gains et coûts mesurables et non mesurables.

| <b>Six Sigma – Étape 5 : CONTRÔLER</b>  |                           |  |                   |
|---|---------------------------|--|-------------------|
| <b>Intitulé du projet :</b>   |                           |  |                   |
| <b>Bloc diagramme du processus (indiquer les paramètres à mettre sous contrôle)</b> |                           |  |                   |
|   |                           |  |                   |
| <b>Liste des paramètres mis sous contrôle</b>                                       |                           |  |                   |
| Caractéristiques  | Spécifications            | Type de suivi<br>(enregistrement ; cartes X/R ; EWMA...) | Réf.<br>documents |
|   |                           |  |                   |
|   |                           |  |                   |
|   |                           |  |                   |
| <b>Liste des poka yoke mis en place</b>   |                           |  |                   |
| Caractéristiques  | Spécifications            | Type de suivi<br>(enregistrement ; cartes X/R ; EWMA...) | Réf.<br>documents |
|   |                           |  |                   |
|   |                           |  |                   |
|   |                           |  |                   |
| <b>Documentation du poste de travail</b>  |                           |  |                   |
| Documentation   | Objet de la documentation |  | Réf.<br>documents |
|   |                           |  |                   |
|   |                           |  |                   |
|   |                           |  |                   |
| <b>Suivi des capacités processus Cp, Pp, Ppk</b>                                    |                           |  |                   |
|   |                           |  |                   |
| <b>Gains et coûts mesurables</b>  |                           | <b>Gains et coûts non mesurables</b>                     |                   |
|   |                           |  |                   |

## Étape 6 – STANDARDISER : mémo des actions à réaliser

Durant cette étape, on verrouille l'action, c'est-à-dire que l'on permet le maintien des améliorations en empêchant le retour des erreurs antérieures. On va également en profiter pour démultiplier les bonnes pratiques identifiées et clore le projet.

### 1. Simplifier la solution

- Réaliser un audit de poste et identifier :
  - les points qui demandent un effort particulier ;
  - les écarts entre le nouveau standard et la pratique ;
  - les points mal formalisés.
- Faire les transformations afin que le nouveau standard soit appliqué simplement et sans effort.

### 2. Pérenniser la solution

- Revoir les règles qui posent problème.
- Finaliser la documentation du poste.
- Formaliser le nouveau savoir-faire dans une base de connaissance.
- Identifier les « bonnes pratiques », les formaliser, les diffuser.
- Intégrer les processus et méthodes standards dans le développement de nouveaux produits.
- Mettre en place les indicateurs de performance.

### 3. Bilan du projet

- Bilan technique :
  - faire la synthèse des améliorations techniques apportées ;
  - modification de procédures, de méthodes ;
  - amélioration des capacités...
- Bilan financier :
  - faire la synthèse des coûts mesurables et non mesurables ;
  - faire la synthèse des gains mesurables et non mesurables.

- Bilan humain :
  - fonctionnement du groupe de travail ;
  - identifier les manques en matière de formation, de compétences...
- Bilan méthodologique :
  - si c'était à refaire, adopterions-nous la même démarche ?
  - qu'avons-nous oublié de faire qu'il ne faudra plus oublier ?
  - en quoi ce projet peut-il enrichir la démarche Six Sigma dans notre société ?

#### **4. Clore le projet**

- Documenter les éléments de suivi des projets Six Sigma.
- Préparer un document de présentation du projet.
- Diffuser ce document à l'ensemble des Black Belts.
- Fêter la fin du projet.

| <b>Six Sigma – Étape 6 : STANDARDISER</b>    |                                 |  |
|--|---------------------------------|--|
| <b>Intitulé du projet :</b>                  |                                 |  |
| <b>Simplifier la solution</b>                |                                 |  |
| QUOI   | QUI                             | QUAND  |
|  |                                 |  |
|  |                                 |  |
| <b>Pérenniser la solution</b>                |                                 |  |
| QUOI   | QUI                             | QUAND  |
|  |                                 |  |
|  |                                 |  |
| QUI  | Indicateur de performance suivi | QUAND  |
|  |                                 |  |
|  |                                 |  |
| <b>Conclusions du bilan du projet</b>        |                                 |  |
| <i>Technique</i> : état en début de projet   |                                 | <i>Technique</i> : état en fin de projet         |
|  |                                 |  |
| <i>Financier</i> : gains et coûts mesurables |                                 | <i>Financier</i> : gains et coûts non mesurables |
|  |                                 |  |
| <b>Conclusions du bilan humain</b>           |                                 |  |
|  |                                 |  |
|  |                                 |  |
| <b>Conclusions du bilan méthodologique</b>   |                                 |  |
|  |                                 |  |
|  |                                 |  |
| <b>Documentation du projet</b>               |                                 |  |
| Document                                     |                                 | Réf.   |
|  |                                 |  |
|  |                                 |  |

---

## Sites internet utiles

---

### Logiciels d'analyse statistique

Les calculs de cet ouvrage ont été réalisés avec Minitab® logiciel d'analyse statistique et Excel de Microsoft Office.

**<http://www.minitab.com>**

**<http://office.microsoft.com>**

On peut également consulter :

Statgraphics : **<http://www.microsigma.fr/Editeurs/STATGRAPHICS/STATGRAPHICS.html>**

Statistica : **<http://www.statsoftinc.com/french/welcome.html>**

SOS Stat : **<http://educlos.free.fr/sosstat.html>**

Des feuilles de calculs statistiques Excel gratuites sont disponibles sur le site du département OGP de l'IUT d'annecy :

**<http://www.ogp.univ-savoie.fr/espace.htm>**



## **Didacticiels pour l'enseignement de Six Sigma**

SIMDI est une suite de simulateurs de processus industriels destinée à enseigner les outils statistiques tel que les régressions, les analyses de la variance, les plans d'expériences, la MSP, les cartes de contrôle.

**<http://www.ogp-annecy.com/>**

On peut également consulter :

**<http://www.six-sigma-toolkit.com/>**

**<http://www.does.org>**

---

## Bibliographie

---

- AMGHAR A.,  
*Management de projets*, Editions J.C.I. Inc, 2001.
- AVRILLON L., PILLET M.,  
« L'approche Shainin », *Qualité référence*, n° 17, juillet 2002, p 95-100, 2002.
- BAYLE P. *et alii*,  
« Illustration of Six Sigma Assistance on a Design Project », *Quality Engineering*, vol. 13, n° 3, mars 2001, p. 341-348, 2001.
- BONNEFOUS C., COURTOIS A.,  
*Indicateurs de performance – Traité IC2*, Hermès Science, 2001.
- BOTHE K. R., SHAININ D.,  
*World Class Quality*, Amacom, 1991.
- BREYFOGLE F. W.,  
*Implementing Six Sigma*, Wiley Interscience, 1999.
- CHARDONNET A., THIBAUDON D.,  
*Le Guide PDCA de Deming*, Éditions d'Organisation, 2003.
- CHAUVEL A. M.,  
*Méthodes et outils pour résoudre un problème*, Dunod, 2000.
- CHOWDHURY S.,  
*Design for Six Sigma*, Prentice Hall, 2002.

- CHOWDHURY S.,  
*Vous avez dit Six Sigma*, Dunod, 2002.
- COURTOIS A., BONNEFOUS C., PILLET M.,  
*Gestion de production*, Éditions d'Organisation, 2003.
- DURET D., PILLET M.,  
*Qualité en production – De l'Iso 9000 à Six Sigma*, Éditions d'Organisation, 2001.
- ECKES Georges, Fréchet C.,  
*Six Sigma en action*, Village Mondial, 2003.
- ECKES Georges,  
*Objectif Six Sigma*, Village Mondial, 2002
- EUROPEAN COMMISSION DGIII INDUSTRY,  
*The European Quality Promotion Policy, Benchmarking Introduction and main principles*, Quality series, number 7, January 1998, 1998.
- FULLER Howard T.,  
« Observations about the Success and Evolution of Six Sigma at Seagate », *Quality Engineering*, vol. 12, n° 3, mars 2000, p. 311-315, 2000.
- GEORGE M. L.,  
*Lean Six Sigma*, Mc Graw Hill, 2002.
- GOH T. N.,  
« The Role of Statistical Design of Experiments in Six Sigma: Perspectives of a Practitioner », *Quality Engineering*, vol. 14, n° 4, juin 2002, p. 659-671, 2002.
- GOH T. N.,  
« Information Transformation Perspective on Experimental Design in Six Sigma », *Quality Engineering*, vol. 13, n° 3, mars 2001, p. 349-355, 2001.
- GOLDSTEIN M. D.,  
*Six Sigma Program Success Factors*, Six Sigma Forum Magazine, volume 1, issue 1, novembre 2001.

- GOPY J.,  
*Plans d'expériences pour surfaces de réponse*, Dunod, 1999.
- GRAVES Spencer,  
« Six Sigma Rolled Throughput Yield », *Quality Engineering*, vol. 14, n° 2, décembre 2001, p. 257-266, 2001.
- HAHN Gerald J., DOGANAKSOY Necip,  
« The Evolution of Six Sigma », *Quality Engineering*, vol. 12, n° 3, mars 2000, p. 317-326, 2000.
- HARRY J. H., *The Vision of Six Sigma – A Roadmap for Breakthrough*, vol. I, II, Tri Star Publishing (Phoenix, Arizona), 1997.
- HARRY J. H.,  
*The Vision of Six Sigma – Application Resource*, vol. I, II, III, Tri Star Publishing (Phoenix, Arizona), 1997.
- HARRY J. H.,  
*The Vision of Six Sigma – Tools and Methods for Breakthrough*, vol. I, II, III, Tri Star Publishing (Phoenix, Arizona), 1997.
- HARRY M., SCHROEDER R;  
« Six sigma » – published by Doubleday – New York, 2000.
- HILD Cheryl, SANDERS Doug, COOPER Tony,  
« Six Sigma On Continuous Processes: How and Why It Differs », *Quality Engineering*, vol. 13, n° 1, septembre 2000, p. 1-9, 2000.
- HOERL Roger W. *et al.*,  
« Six Sigma Black Belts: What Do They Need to Know? And Subsequent Discussions and Response », *Journal of Quality Technology*, vol. 33, n° 4, octobre 2001, p. 391-435, 2001.
- LE BRUN M., AUSSÉDAT F.,  
« Six Sigma et la supply chain », *Qualité référence*, n° 20, avril 2003, p. 69-74, 2003.
- LUCAS J. M.,  
« The Essential Six Sigma », *Quality Progress*, volume 35, issue 1, janvier 2002.
- MADERS H. P.,  
*Conduire une équipe de projet*, Éditions d'Organisation, 2000.

- MONTGOMERY D. C.,  
*Introduction to Statistical Quality Control*, 4<sup>e</sup> édition, John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- PETITDEMANGE C.,  
*Le Management par projet, 80 démarches opérationnelles au choix*, Éditions EFE, 1997.
- PILLET M.,  
*Introduction aux plans d'expériences par la méthode Taguchi*, Éditions d'Organisation, 1997
- PILLET M.,  
*Appliquer la maîtrise statistique des procédés (MSP/SPC)*, Éditions d'Organisation, 2000.
- PIQUET F.,  
« Sur la route de 6 sigma », *Qualité référence*, n<sup>o</sup> 13, juillet 2001, p. 65-79, 2001.
- PLUCHART J.-J.,  
*L'Ingénierie de projet*, Éditions d'Organisation, 2002.
- PRAX J.-Y.,  
*Le Guide du Knowledge Management*, Dunod, 2000.
- PUJO P., PILLET M.,  
*Méthodes du pilotage des systèmes de production*, chap. 6, « Pilotage par la qualité – ICS Productique », Hermès, 2002.
- PYSDEK T.,  
*The Six Sigma Handbook*, Mc Graw Hill, 2001.
- RAYNAL S.,  
*Le Management par projet*, 2<sup>e</sup> édition, Éditions d'Organisation, 2000.
- SANDERS Doug, HILD Cheryl,  
« Six Sigma on Business Processes: Common Organizational Issues », *Quality Engineering*, vol. 12, n<sup>o</sup> 4, juin 2000, p. 603-610, 2000.

- SANDERS Doug, HILD Cheryl R.,  
« A Discussion of Strategies for Six Sigma Implementation », *Quality Engineering*, vol. 12, n° 3, mars 2000, p. 303-309, 2000.
- SANDERS Doug, HILD Cheryl R.,  
« Common Myths About Six Sigma », *Quality Engineering*, vol. 13, n° 2, décembre 2000, p. 269-276, 2000.
- SAPORTA G.,  
*Probabilités, analyse de données et statistique*, Éditions Technip, 1990.
- SOURIS J.-P.,  
« Démarche Six Sigma », *Qualité référence*, n<sup>os</sup> 15, 16, 17, 18, 19, janv 2002-janv. 2003.
- SOURIS J.-P.,  
« Quelle démarche choisir entre l'ISO 9000, EFQM et Six Sigma ? », *Qualité référence*, n° 20, avril 2003, p. 65-67.
- SOUVAY S.,  
*Savoir utiliser la statistique*, AFNOR, 2003.
- TAGUCHI G.,  
*System of experimental Design*, vol I & II, Kraus, 1987.
- Taguchi G., Elsayed A., Hsiang T.,  
*Quality Engineering in Production Systems*, Mc Graw-Hill, 1989.



## 5

5 pourquoi ?, 92  
5M, 123  
    *du processus*, 37  
5S, 55

## A

alias, 284  
AMDEC (Analyse des Modes de Défaillances, de leurs Effets et de leurs Criticités), 50, 318  
amélioration continue, 7  
améliorer, 27  
analyse  
    *budgétaire*, 420  
    *de la variance*, 115, 218, 265, 280  
    *de la variance sur un facteur*, 219  
analyser, 26, 41, 163  
ANAVAR, 116, 189, 218  
attributs, 119, 363  
audit, 382  
autocontrôle, 55  
automatisation, 59

## B

B to C, 189  
bilan, 60, 393  
Black Belt, 27, 62, 65, 405, 410, 427  
boîte  
    *à moustache*, 166, 175  
    *noire*, 32, 86  
bonnes pratiques, 60, 388  
Box, 141

## C

calcul  
    *des limites*, 364  
capabilité, 22, 35, 38, 148, 393  
caractérisation, 264  
carte  
    *aux valeurs individuelles/étendues glissantes*, 341  
    *c*, 370  
    *c – Nombre de non-conformités*, 365  
    *de contrôle*, 55, 155, 339  
        *aux médianes et étendues*, 352  
        *moyennes et écarts types*, 350  
        *moyennes/étendues*, 344  
        *p*, 366  
    *de precontrol*, 354



- EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*), 357, 371  
 Moyennes/étendues, 157  
 np – Nombre d'unités non conformes, 364  
 p – Proportion d'unités non conformes, 364  
 u – Proportion de non-conformités, 365
- cartographie, 85
- causes  
   communes, 183, 337, 338  
   spéciales, 183, 337, 338
- Champion, 27, 62, 64, 403
- charte du projet, 32, 100, 417
- chute des capacités, 147, 157
- cible, 327
- classe, 131
- classification, 261
- Cmc, 117  
   *Capabilité du moyen de contrôle*, 157
- coaching, 416
- coefficient  $R^2$ , 238
- comité de pilotage, 70, 402
- communication, 423
- communiquer, 393
- comparaison  
   *de fréquences*, 265  
   *de moyennes*, 265  
   *de variances*, 265
- contrepartie, 378
- contrôler, 27, 51, 323
- corrélation(s), 230, 324  
   *multiple*, 330
- courbe d'efficacité, 349
- coûts prévisionnels, 98
- Cp, 39, 392
- Cp, Cpk, Cpm  
   *Capabilité court terme du procédé*, 157
- criblage, 264
- CTQ (*Critical To Quality*), 4, 30, 74, 76, 105, 383, 398
- D**
- de projet, 427
- déballage d'idées, 260
- défaut(s)  
   *par opportunité*, 144  
   *rare*, 369
- Défauts  
   *Par Opportunité (DPO)*, 142  
   *Par Unité (DPU)*, 142
- définir, 26, 28, 73
- démarche DMAICS, 25
- détection, 320
- diagramme  
   « *Dedans/Dehors* », 97  
   « *Est/N'est pas* », 95  
   « *Exigences/Performances* », 80  
   *de corrélation*, 175  
   *de Gantt*, 417  
   *Dedans/Dehors*, 32  
   *des « 5 pourquoi ? »*, 92  
   *des effets*, 172  
   *des fréquences*, 130  
   *des interactions*, 172  
   *des probabilités*, 175  
   *en flèche*, 419  
   *multi-vari*, 168  
   PERT, 418  
   SIPOC, 32, 87
- dispersion, 132, 136  
   *court terme*, 38, 133, 148  
   *long terme*, 133, 148
- DMAICS, 18, 25
- documentation, 57  
   *du poste*, 390
- domaine d'étude, 266
- DPMO (*Défauts par Million d'Opportunités*), 22
- DPO, 142
- DPU, 142
- E**
- écart type, 175, 179
- échantillon, 151, 152

effets quadratiques, 247  
 efficacité des cartes de contrôle, 347  
 efficacité/efficience, 389  
 EFQM, 9  
 entonnoir à X, 41  
 épreuve du feu, 381  
 espace de la défaillance, 332  
 essai de confirmation, 285  
 estimateur, 132, 175  
 état organique, 376  
 étendue, 175, 179  
   *glissante*, 339  
 étude de linéarité, 110  
 expérimentique, 264, 414

## F

feuille de relevés, 128  
 FMECA (Failure Mode, Effect and Criticality Analysis), 318  
 fonction perte, 54  
 formalisation, 333  
 formation, 67, 411, 424  
 forme de la distribution, 182  
 fréquence, 319

## G

gains prévisionnels, 99  
 gaspillage, 13  
 Gauss, 132, 175, 182  
 General Electric, 1  
 gestion des moyens de mesure, 109  
 graphe  
   *de Taguchi*, 276  
   *des effets*, 173, 270  
   *des interactions*, 174, 271  
 gravité, 320  
 Green Belt, 62, 66  
 grille d'audit, 383  
 groupe Six Sigma, 404

## H

Hartley, 189  
 histogramme, 131, 175  
 hypothèse  
   *H0*, 190  
   *H1*, 190  
   *nulle*, 236

## I

IEMSE, 383  
 indicateurs de performance, 392  
 innover, 27  
 innover/améliorer, 48, 259  
 instruction  
   *de contrôle*, 57  
   *de travail*, 57  
 interaction(s), 247, 267  
 inter-percentile, 175  
 intervalle de confiance, 177, 181  
 ISO 9000, 9

## J

justesse, 108

## K

Kaizen, 6  
 Kano, 78  
 Kurtosis, 175

## L

Lean  
   *Management*, 9, 11  
   *Six Sigma*, 17  
 limite(s)  
   *de contrôle*, 345, 359, 364  
   *naturelles*, 56, 340  
 linéarité, 108, 110

logigrammes, 88

loi

- de Poisson*, 145
- exponentielle*, 138
- Log normale*, 138

## M

main-d'œuvre, 124

management, 422

- d'un projet Six Sigma*, 417
- par projet*, 69
- Six Sigma*, 397

Master Black Belt, 62, 67, 403

matières, 124

matrice d'impact, 126

matrice QFD – Quality Function Deployment, 82

médiane, 175, 232

mesure, 398

mesurer, 26, 34, 103

méthodes, 124

milieu, 124

Minitab, 176

mode

- de défaillance*, 318
- opérateur*, 332

modèle de Kano, 32

modélisation, 265

- polynomiale*, 281

Motorola, 1

moyenne, 132, 175

moyens, 124

Muda, 13

multi-vari, 168

## N

Niveau de Priorité de Risque (NPR), 320

non-conformités, 363

## O

opportunité de défaut, 22

organisation des compétences, 62

## P

parallélogramme des tolérances, 324

paramètres, 132

- d'échelle*, 179
- de position*, 176

percée, 6

pérennisation d'une action, 376

pérenniser, 374

performance, 1, 148

- industrielle*, 14

plan

- complet*, 268, 306
- composite centré*, 309
- d'action*, 422
- d'expériences*, 264, 266, 268
- de Box Benhken*, 314
- de criblage*, 302
- de déploiement*, 422
- fractionnaire*, 281
- fractionnaire à 2 niveaux*, 287

plans gigognes, 297

points aberrants, 167

Poka Yoke, 56

position, 132

Pp, 39, 148, 392

Pp, Ppk, Ppm

- Performance long terme du procédé*, 157

Ppk, 39, 148, 392

Ppm, 148

preuve statistique, 45, 399

Principe

- de l'iceberg*, 11
- de la bougie magique*, 11

procédure(s), 57, 385

processus, 85

- de mesure*, 107

proportion d'unités non conformes, 361

## Q

QFD, 30

## R

R&R, 107

- cas des grandeurs mesurables*, 112
- cas des grandeurs non mesurables*, 119

reconnaissance, 424

référentiel, 391

régression linéaire, 233

- multiple*, 240, 272

rendement

- de réglage (Rr)*, 160
- de sortie*, 145
- de stabilité (Rs)*, 160

répétabilité, 34, 109

reproductibilité, 34, 109

réseau de neurones, 387

résidus, 249

résolution, 265, 287

revue(s), 427

- RO*, 33

risque

- alpha*, 190
- bêta*, 190
- de première espèce  $\alpha$* , 347
- de seconde espèce  $\beta$* , 347

## S

Shainin, 168, 354

Shewhart, 338

sigma

- court terme*, 152
- long terme*, 151

SIPOC (Suppliers, Input, Process, Output, Customers), 87

Six Sigma, 1

Skewness, 175

sous contrôle, 337

spécifications, 324

stabilité, 109

standardiser, 27

standardiser/pérenniser, 373

statistique

- descriptive*, 164, 174
- inférentielle*, 164, 185

StepWise (« pas à pas »), 248

stratégie de percée, 6

suivi des projets, 423

Supply Chain, 14

surface de réponse, 271, 305

## T

tableau

- d'indépendance*, 190
- des alias*, 285
- des interactions*, 270
- des moyennes*, 269

Taguchi, 54, 276

taille

- de l'échantillon*, 347
- des échantillons*, 192

test

- B to C*, 212
- c2*, 188, 198
- d'inversion*, 251
- d'Anderson-Darling*, 183
- d'indépendance*, 216
- de comparaison*, 185
- de comparaison par paires*, 256
- de Dixon*, 184, 196
- de Grubb*, 184, 197
- de Hartley*, 214
- de Kolmoronov-Smirnov*, 183
- de Shapiro-Wilk*, 183
- de Student*, 236
- du c2*, 183
- F*, 188, 199
- Hypergéométrique*, 215
- hypergéométrique*, 189
- t*, 189, 207
- t appairé*, 210
- t théorique*, 189, 203
- tests statistiques*, 45
- z*, 189, 205
- z théorique*, 188, 201

théorème central limite, 182  
tolérance, 52, 324, 327  
    *unilatérale*, 328  
tolérancement, 324  
TPM (Total Productive Maintenance),  
55  
transformation de Box, 141

## U

unités non conformes, 362

## V

valeurs aberrantes, 184  
variabilité, 2, 10, 19, 398, 402  
variable(s)  
    *dépendante*, 185  
    *indépendantes*, 185

variance, 175, 180  
vote pondéré, 261

## W

Weibull, 139  
White Belt, 62, 67

## Z

z

*court terme*, 145  
    *du processus*, 4, 22, 129  
    *équivalent*, 145  
    *long terme*, 145  
    *process*, 136, 145  
zéro défaut, 56

# Mettre en œuvre un chantier Six Sigma pour améliorer la rentabilité de votre entreprise

- ▶ Une démarche de rupture dans l'approche de la qualité
- ▶ Une méthode en 6 étapes pour la satisfaction totale des clients
- ▶ Des outils ayant fait leurs preuves
- ▶ Tous les éléments de management permettant d'introduire Six Sigma dans l'entreprise

Six Sigma a marqué une nouvelle étape dans l'évolution de la qualité en proposant une approche globale de l'amélioration de la satisfaction aux clients. Elle est fondée autour d'une démarche de résolution de problème DMAICS, d'une organisation industrielle et d'un management des compétences.

Cet ouvrage a été conçu pour permettre aux industriels de disposer d'un ouvrage de référence, pédagogique et largement illustré, leur permettant de mettre en œuvre un chantier Six Sigma.

Les deux premiers chapitres, volontairement dépourvus de calculs, permettent de faire le tour de la démarche et d'en comprendre les points essentiels.

Les chapitres suivants permettront à l'industriel de comprendre les méthodes et outils qu'il devra utiliser pour mener à bien un chantier en détaillant les six étapes de la démarche DMAICS (Définir, Mesurer, Analyser, Innover/Améliorer, Contrôler, Standardiser/Pérenniser). Ces chapitres permettent d'aborder les outils statistiques tels que la statistique descriptive, les tests de comparaison, les plans d'expériences, la maîtrise statistique des processus... Ils abordent également les outils méthodologiques tels que l'analyse des cinq M, la cartographie, les enquêtes de Kano, l'automatisme...

Le dernier chapitre, consacré au management de Six Sigma, aborde les aspects culturels, managériaux et de gestion des compétences indispensables à la conduite efficace d'un projet Six Sigma dans les entreprises.

## Cet ouvrage s'adresse :

- à des professionnels, cadres et techniciens souhaitant connaître ou mettre en œuvre une démarche Six Sigma ;
- à des enseignants pour la préparation de BTS, DUT, Maîtrise, IUP et écoles d'ingénieurs ;
- à des étudiants préparant des BTS, IUT, Maîtrises, IUP, écoles d'ingénieurs, CAPET et Agrégation.



**Maurice Pilet** est professeur des Universités à l'IUT d'Annecy, département Génie de la Production, Certifié Fellow APICS CFPIM, directeur de recherche au laboratoire LISTIC de l'Université de Savoie. Il pratique depuis de nombreuses années le conseil auprès d'entreprises de différents secteurs d'activités dans le domaine des méthodes et outils de la qualité. Son ouvrage est constamment enrichi de cette double expérience d'universitaire et de praticien.